

# 圧縮性流体解析ソルバー Advance/FOCUS-iの紹介

中森 一郎\*

## Overview of Advance/FOCUS-i

Ichiro Nakamori\*

ここでは、圧縮性流体解析ソルバー Advance/FOCUS-i の基本機能について述べ、改良点と特徴を述べるとともにこれらを検証するための解析事例について解説する。

<https://doi.org/10.69290/j.001229-vol33>

**Keywords:** 圧縮性流体、高速流、極超音速流、超音速流、遷音速流、爆轟波、DDT、燃焼流、火炎面モデル、高温気体効果、実在気体効果、低マッハ数流れ、preconditioning 法、dual-time stepping 法、気液二相流、気液二相均質媒体モデル、キャビテーション、キャビテーションクラウド、エアレーション、超音速キャビテーション、移動重合格子機能、ポリヘドラル格子対応

### 1. はじめに

近年、水素/空気のデトネーション遷移 (DDT) 解析を数十メートル規模の体系に対して現実的な計算時間で実施できる手法が考案されてきた。なかでも、着火遅れ時間データベースに基づいた DDT モデルは、格子解像度への依存性が少ない wrinkling 火炎速度モデルやフラクタル火炎速度モデルと併用することにより、水素/空気 DDT 実験データを数時間から数日のオーダーで再現することが可能となりつつある。これらの手法を取り入れたシミュレーション結果について本論で述べる。また、本ソフトウェアで採用する密度ベースソルバーは、そのままでは低マッハ数流れに適用することは難しいが、低速流れに対しては、方程式の流束の残差項に現れる音速による数値粘性の効果を縮退させ、時間発展項に現れる質量保存式の行が特異となることを回避する前処理

(Preconditioning) 法を採用し、低速流れにも対応可能とした。この改良により、ガス爆発のベースとなる可燃性気体の濃度拡散シミュレーション等の、マッハ数換算で  $M \approx 10^{-5}$  程度の極低速流を扱えるようになった。さらに、同じ原理を非定常

RANS 解析や非定常気液二相流の解析にも応用するような改良が施された。また、計算格子は snappyHexMesh や SALOME によるポリヘドラル(多面体) 格子に対応させたほか、従来通りの plot3d 形式の計算格子にも対応可能である。本稿では、種々の計算例とともに主だった機能を紹介する。

### 2. 支配方程式

基礎方程式として、運動方程式の他に、質量保存式とエネルギー保存式を含む、いわゆる圧縮性 Navier-Stokes (NS) 方程式を用い、次式のように表せる。

$$Q_t + E_x + F_y + G_z = 0 \quad (1)$$

ここで  $Q$  は解ベクトルであり、 $E, F, G$  は対流項と粘性項による流束を表す。また、気相単相の質量、運動量、エネルギー方程式を扱う場合には  $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)$  であり、気相単相のレイノルズ平均 Navier-Stokes (RANS) の場合には、 $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, \rho k, \rho \omega)$  である。水素拡散解析などの気相単相の多化学種の RANS を扱う場合には  $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, \rho k, \rho \omega, \rho_i)$  とする。また、気相単相の高温気体効果を扱う場合には  $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, e_v, \rho_i)$  であり、燃焼・爆轟の RANS を扱う場合には  $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, \rho G, \rho k, \rho \omega, \rho \tau_{high}, \rho \tau_{low})$  である。ここで、 $\rho$  は全密度、 $u, v, w$  は速度成分、 $e$  は単位体積当た

\*アドバンスソフト株式会社 CFD 研究開発センター  
CFD Research and Development Center, AdvanceSoft Corporation

りの全エネルギーを表す。 $G$  は既燃率、 $\tau$  は着火遅れ時間に達しているかどうかの指標パラメータである。また、 $e_v$  は振動エネルギーを表し、高温気体反応流を扱う際にのみ考慮される。また、 $\rho_i$  は化学種の密度を表し、高温気体反応流解析や燃焼流解析、濃度分布解析を扱う際に考慮される。 $S$  は化学反応生成項とエネルギー緩和項、または気液二相流を扱う際のキャビテーションソース項を意味する。また、均質媒体モデルを用いた気液二相流を扱う際には  $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, \rho k, \rho \omega, \rho_{air}, \rho_{vapor})$  とする。この場合の  $\rho$  は気液混合の均質媒体密度を表す。Advance/ FOCUS-i では、与えられた支配方程式を有限体積法により離散化し、種々の数値解法を適用する。

密度ベースソルバーをベースにしたアルゴリズムは、そのままでは音速を遥かに下回る低速流れの解析には向いていない。低マッハ数流れのための前処理を施すことにより、定常流の解析にも非定常流の解析にも適用が可能となる。このため、支配方程式は次式のように与えられる実時間項に疑似時間項  $P_c^{-1} Q_\tau$  を付加した方程式を用いる。

$$Q_t + P_c^{-1} Q_\tau + E_x + F_y + G_z = 0 \quad (2)$$

$P_c^{-1}$  は前処理行列と呼ばれ、疑似時間項が十分に小さくなるまで反復法で収束させることにより非定常解を得る。また、定常解を得る場合には実時間項を落とし、疑似時間項を残した次式を用いる。

$$P_c^{-1} Q_\tau + E_x + F_y + G_z = 0 \quad (3)$$

非定常解を得る。 $P_c^{-1}$  は前処理を表す行列であり次式で書ける。

$$P_c^{-1} = M^{-1} P_e^{-1} M \quad (4)$$

$M$  は保存変数ベクトルと原始変数ベクトルで構成されるヤコビアン行列である。原始変数ベクトルの世界で密度の時間変動量が小さくなり過ぎるのを防ぐことを目的として、僅少なマッハ数の場合にに応じて  $P_e^{-1}$  はその対角項の一部を増大させる形を持つ。

### 3. 低速流の解析事例

#### 3.1. 低マッハ数域における定常 RANS シミュレーションの例

2 次元定常 RANS の検証例を示す。迎角は 0 度

とし、レイノルズ数は実験に合わせて  $Re = 9 \times 10^6$  とし、マッハ数  $M$  を  $M=0.1$  から  $1 \times 10^{-4}$  まで変化した場合の表面圧力分布を示している。実験は NACA0012 翼型周りの測定値である[1]。乱流モデルは  $k-\omega$  SST モデル[7]を適用した。圧力分布の計算値は一樣流のマッハ数に依存せず互いにほぼ完全に一致し、実験値をほぼ再現することが確認できる。また、 $M=1 \times 10^{-4}$  は室温での代表速度が 3cm/s 程度であり、ほぼ非圧縮性流体と見なせる低速流れにも適用可能であることが分かる。

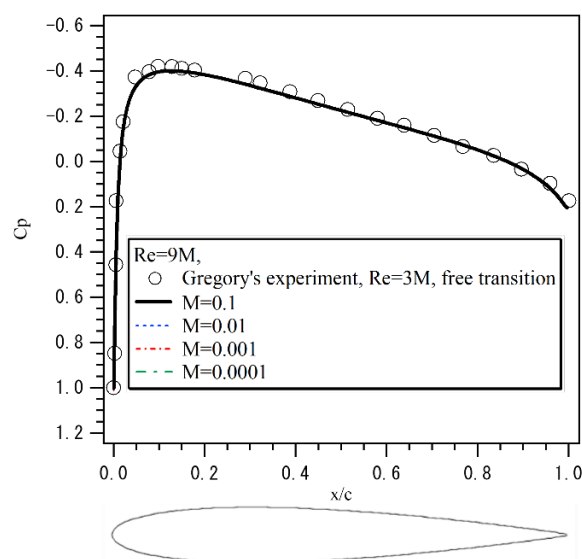


図 1 低マッハ数流れの定常 RANS による NACA0012 周りの圧力分布

#### 3.2. 低マッハ数域における非定常水素拡散のシミュレーションの例

1 気圧で室温の空气中に水素が漏洩する場合の非定常拡散解析の例を示す。下側から 15.2cm × 30.4cm の流入口から濃度 100%の水素が流入し、その流入速度は実験[2]に合わせて 2cm/s としている。これは水素の音速基準で換算すると、マッハ数  $M$  が  $M \sim 2 \times 10^{-6}$  に相当し、低マッハ数流れのための preconditioning が必要となる。また、実験[2]では天井と側壁にベントが2か所設けられており、それらのサイズもそれぞれが 15.2cm × 30.4cm である。その出口の外側は空気で満たしており、本シミュレーションは解析対象の外側にも計算領域を設けた (図 3)。こうすることにより、ベントから水素が排気される際の圧力損失を含めて自然に流体解析ができ、流出境界条件に関わる煩

雑さを回避することができる。また、物質拡散係数は Chapman-Enskog の定式化を用い、渦粘性による物質拡散で用いる渦粘性係数は  $k-\omega$  SST 乱流モデル[7]により考慮した。

図 4 は実験値と本シミュレーションの比較であり、実験値は文献[2]に掲載の測定値から読み取った。また、実験では水素供給開始時刻は  $t=60$  秒である。VT02 の計測地点では約 300 秒後に水素濃度は準定常に達し、濃度は 5%程であることが実験では報告されており、本シミュレーションはこの現象を再現できた。VT03 は水素流入口の直上から外れているために VT02 程の非定常性は見られず、また、準定常と思われる時間帯で 5%濃度である。本シミュレーションは、ほぼ完全にその濃度分布の時系列を予測していることが分かる。また、VT04 については、側壁ベントから空気が流入してくることにより、水素濃度は最大で 1%であり、この地点の水素濃度挙動に関してもシミュレーションで再現可能であることが確認できた。

図 5 は中心断面内の水素濃度分布図であり、図中の数字は水素供給開始後の時刻である。これらの図から、約 20 秒経過後には天井ベントから水素が外部の領域に排気され、周囲の空気よりも軽い水素塊がさらに上方へ昇っていく様子が見てとれる。また、排気した体積量に見合う分の空気が側壁ベントから対象領域へ流入していることが分かる。

このようにして得られた水素濃度分布は、restart ファイルとして別途の燃焼解析の初期場として活用が可能である。また、本節では水素拡散を紹介したが、その他の可燃性ガスの拡散シミュレーションも可能である。なお、本ソフトウェアで採用する低マッハ数のための preconditioning を含む dual-time stepping アルゴリズムは、マッハ数が  $M=0.1$  を下回る低速流から超音速流の範囲まで対応でき、また多化学種と非定常 RANS シミュレーションにも対応している。例えば、超音速で噴出したガスが減速し、低マッハ数領域が主体となって浮力で以て緩やかに上昇・拡散する現象を、同一のソルバーでシームレスに解析可能である。

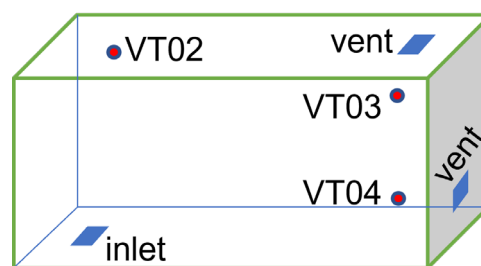
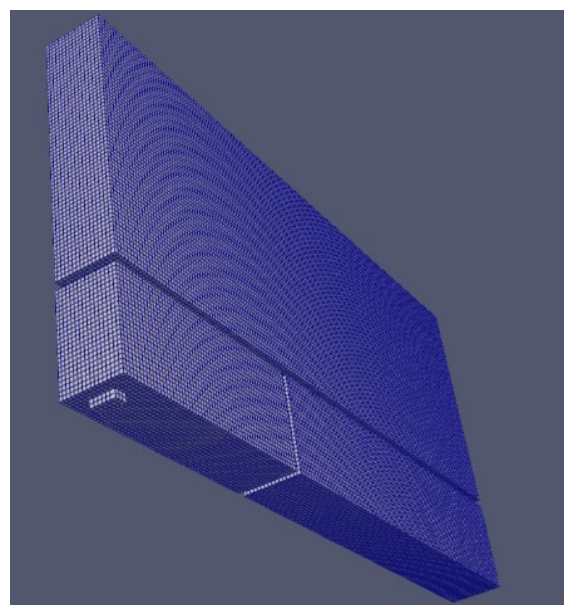
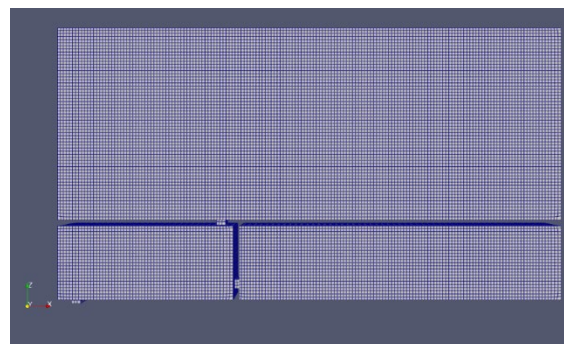


図 2 計算対象の模式図



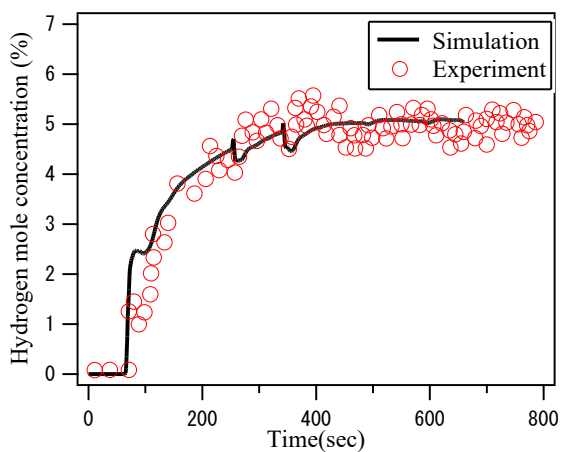
(a) 下方から見た解析領域の全景



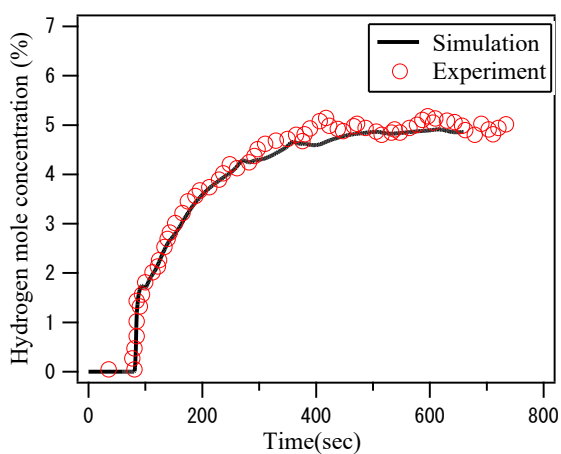
(b) 正面図

図 3 解析領域と計算格子（ベース格子の解像度は 5 cm、壁から遠方の解像度は 10cm）

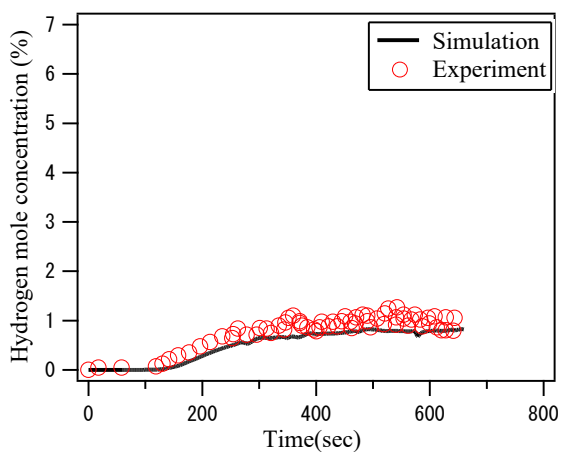
本解析では、dual-time stepping 法を使用しており、実時間を 0.1 秒ずつ進めるごとに擬似時間項を反復法により収束させている。そのときの収束履歴図を図 6 に示す。擬似時間項を反復法で限りなく小さくするのが理想的であるが、実際の運用では、その反復数が 10 回程度で初期の擬似時間項が 2 桁～3 桁収束することにより、実時間項の時間精度を維持できることを確認している。



(a) VT02 における実験値との比較



(b) VT03 における実験値との比較



(c) VT04 における実験値との比較

図 4 各地点における水素濃度の時間変化

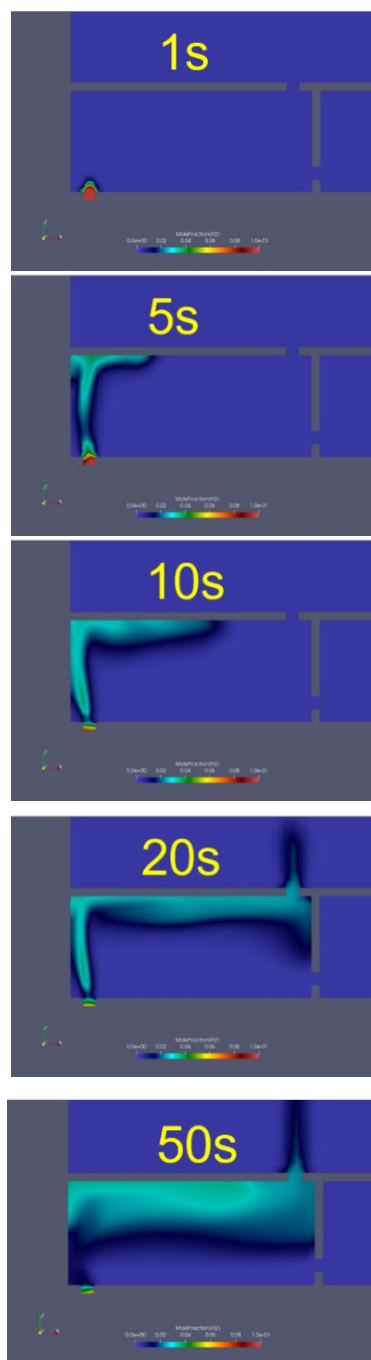


図 5 中心断面内における水素濃度の可視化

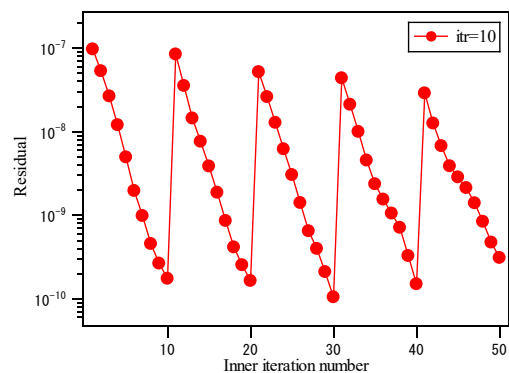


図 6 擬似時間項の収束履歴



## 4. 高速流れの解析

### 4.1. 定常 Euler 流の検証例

他の計算コードと比較して同程度であることを確認することを目的として、2次元定常 Euler (非粘性圧縮性流れ) 計算の検証例を示す。対象は NACA0012 翼型周りの遷音速流であり、迎角 1.25 度、マッハ数 0.8 である。計算格子は翼弦長の 150 倍遠方までを領域とし、異なる要素数で解析を実施し (図 7)、表面圧力分布とコンターは図 8 のように得られた。揚力係数と抗力係数を他のシミュレーションコード[3]と比較すると、コード間でバラつきはあるものの、有効数字 2 桁程度まで同一であることが確認できた。

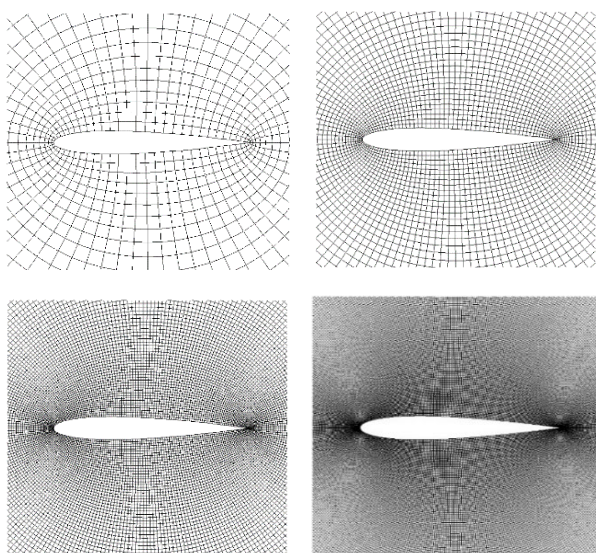
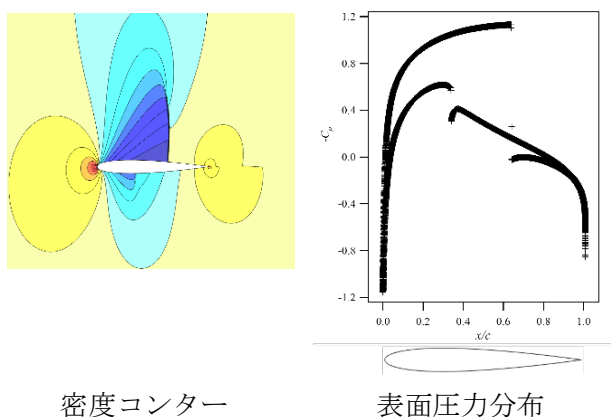


図 7 使用した計算格子の例



密度コンター

表面圧力分布

図 8 密度と圧力分布図

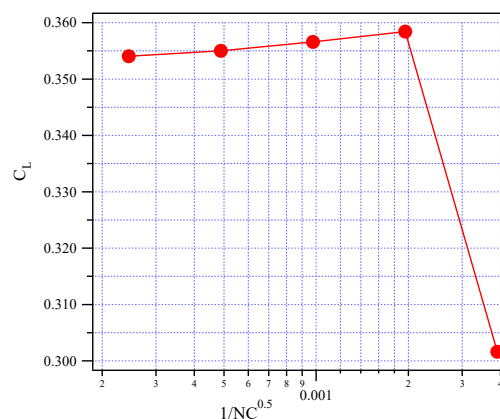


図 9 空力係数の格子依存性

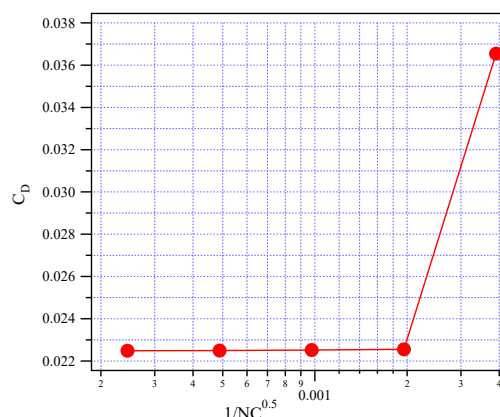


図 10 空力係数の格子依存性

表 1 種々の解析コードと空力係数一覧

| コード名             | 揚力係数        | 抗力係数        |
|------------------|-------------|-------------|
| Advance/FOCUS-i  | 0.355401370 | 0.022496641 |
| FLO82            | 0.356208937 | 0.022684938 |
| OVERFLOW v2 lt   | 0.351662793 | 0.022453440 |
| CFL3Dv6          | 0.348226045 | 0.022501430 |
| CFL3Dv6 + Vortex | 0.351596613 | 0.022674853 |

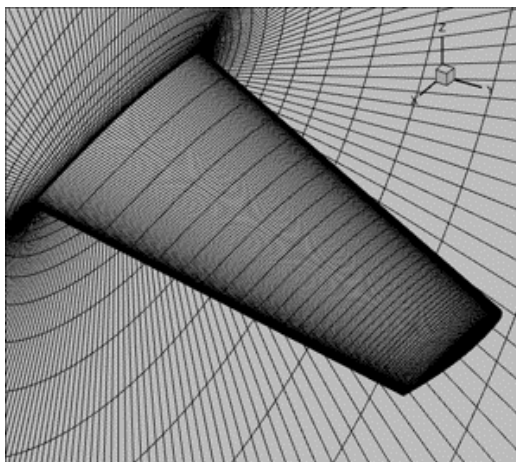
### 4.2. 定常 RANS シミュレーションの例

3次元定常 RANS の検証例を示す。対象としたのは ONERA M6 Wing 周りの遷音速流であり[5]、迎角  $\alpha=3.06$  度とし、レイノルズ数は  $Re=11.76 \times 10^6$ 、マッハ数  $M$  は  $M=0.84$  とした。下図のようにヘキサ格子とプリズム格子の複合メッシュを作成し、107 万 5200 要素数を用いて解析を実施した。RANS による渦粘性性は  $k-\omega$  SST 乱流モデルにより考慮した。

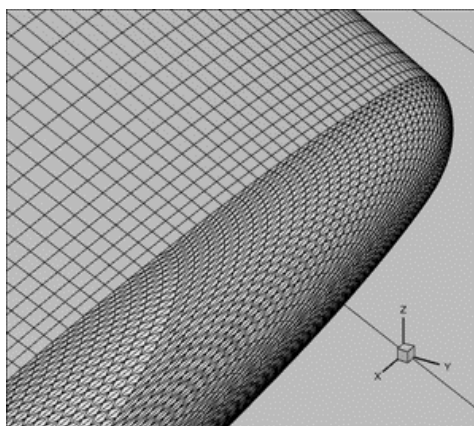
スパン方向における翼端位置を  $\eta=1$  として正規化し、 $\eta=0.2, 0.65, 0.96$  における圧力分布について実験と比較している。翼端の  $\eta=0.2$ 、

0.65、0.96 では衝撃波による圧力上昇が1回生じ、翼の中央と胴体近傍では衝撃波が2回生じ、 $\lambda$ 型の衝撃波が形成され、どの位置においても実験値と良く一致しているのが見てとれる。

表1はこの解析で用いた要素数と、その要素数での揚力係数値である。実験の揚力係数は  $CL=0.258$ 、Fine メッシュで  $CL=0.269$  であり、誤差は4%程度であった。



(a) ONERA M6 wing 周りの概観図



(b) 翼端のクローズアップ

図 11 ONERA M6 wing 周りの計算格子

表 2 計算要素数と揚力係数

| 要素数 N     | 揚力係数 $C_L$ |
|-----------|------------|
| 84,000    | 0.2540     |
| 403,200   | 0.2653     |
| 1,075,200 | 0.2693     |

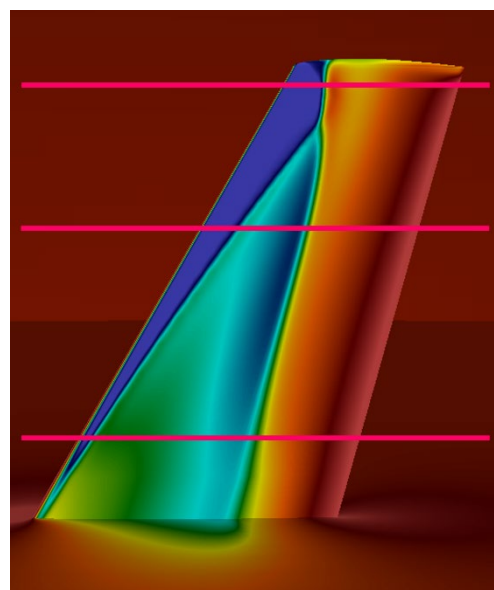


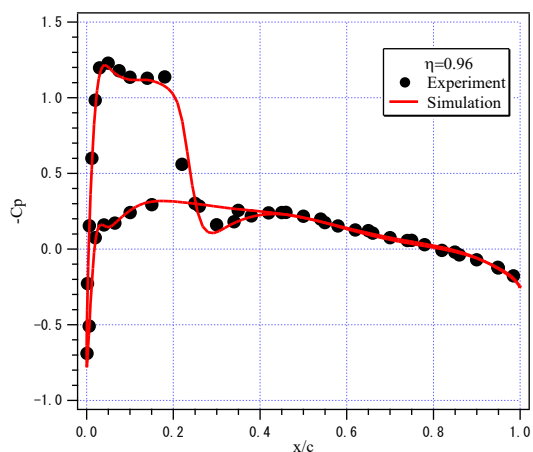
図 12 ONERA M6 wing 表面の圧力コンターと圧力分布サンプリング位置 (図の下方から順に  $\eta = 0.2$ ,  $\eta = 0.65$ ,  $\eta = 0.96$  の位置を示す)

#### 4.3. 非定常乱流のシミュレーションの例

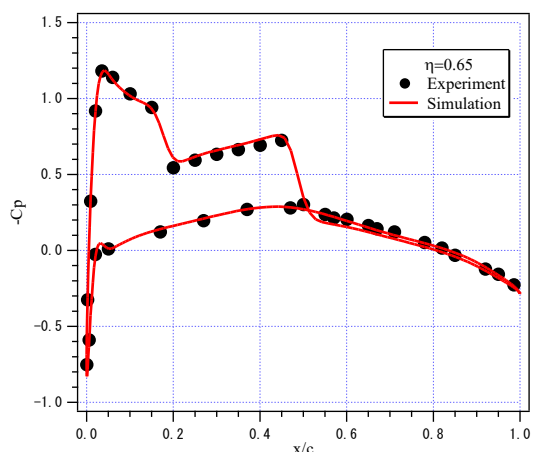
非定常乱流に対する基礎的な検証例を以下に示す。RANS 手法は定常 RANS(Steady RANS)と非定常 RANS(Unsteady)に分類される。URANS では、格子解像度がたとえ充分あっても高レイノルズ数における乱流の高周波成分の再現は困難である。乱流モデルにおける乱流特性長さ以下の空間変動成分がアンサンブル平均 (レイノルズ平均) の中に埋没するためである。一方、LES を高レイノルズ数流れに適用する場合は、格子要素数が膨大になり計算時間の要因を含め敷居が高い。粘性底層の解像はもとより、壁乱流の低速ストリークに代表される内部構造の解像が乱流境界層の再現には必須であるからである。そこでは、粘性底層の解像はもとより、低速ストリークのスパン方向と流れ方向の3次元的な空間解像度が必須である。このように、格子サイズと要素数に関して物体壁面を含む LES 解析の要求は容赦がない。

こうした問題を緩和する手法のひとつとして、渦粘性係数に関する作業変数 1 方程式を解く DES[28]が挙げられる。壁からの距離と格子サイズを比較し、結果として壁面近傍では RANS、それ以外は LES モードで解く手法である。この考え

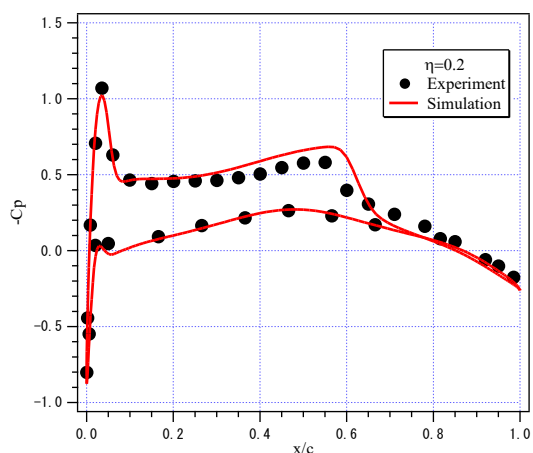
方は、 $k-\omega$  の 2 変数を用いた乱流モデルにも適用が可能である。近年、さまざまな改良版が既にあるが、 $k$  の方程式において生成項と破壊項のバランスを考える際に、乱流特性長さと格子スケールを比べて適切に長さスケールを調節するやり方 [29]にここでは従う。



$\eta = 0.96$



$\eta = 0.65$



$\eta = 0.2$

図 13 ONERA M6 wing 表面の圧力分布

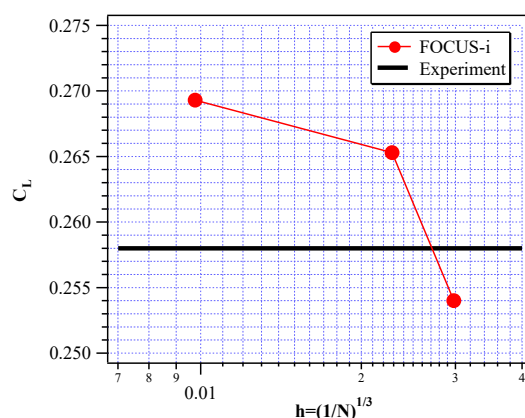


図 14 揚力係数と計算要素数の関係

また、乱流境界層の外縁付近で渦粘性を適切に保持するための工夫は Delayed DES (DDES) として知られており、DES 化された  $k-\omega$  方程式を DDES 化するに際してはこれに倣った。後述するように、高レイノルズ数流れに対して RANS 手法は大きな渦粘性を算出し、渦放出などに伴う現実的な非定常性を抑制してしまう欠点があるが、DES または DDES 手法はこれらの欠点を補いつつ壁乱流も正確に扱えるという特徴を持つ。

円柱周りの抗力係数について検証した事例を示す。流体解析に用いた計算格子は円柱周りに 128 点、奥行き方向に 64 点、壁面から遠方方向に 128 点の要素数で構成される 6 面体格子とし、奥行き方向の計算領域は円柱の直径  $D$  の 4 倍とした。また、円柱の中心から遠方境界までの距離は円柱の直径  $D$  の 20 倍とした。壁面から第 1 格子点までの最小格子幅は、 $Re=100$  と  $Re=200$  の場合は  $\Delta \eta / D=0.002$  とし、 $Re=10,000$  の場合は  $\Delta \eta / D=0.001$  とし、その他は  $\Delta \eta / D=0.00001$  とした。図 15 から分かるように、かなり少ない要素数で検証計算を実施している。

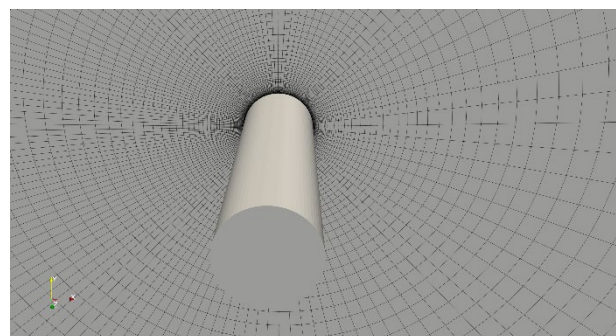


図 15 円柱周りの計算格子



最初に低レイノルズ数 ( $Re=200$ ) の場合の一例を示す。先行事例のシミュレーション結果と実験結果をにまとめている。Advance/FOCUS-i による解析には、dual-time ステップと低マッハ数用のリーマンソルバー、および MUSCL-TVD による空間高精度化を併用している。実験と他のシミュレーション結果と比較して平均値と振幅、ならびに周波数の全てが良く解けており、低マッハ数の低レイノルズ数の流れの解析は問題ないことを確認した。

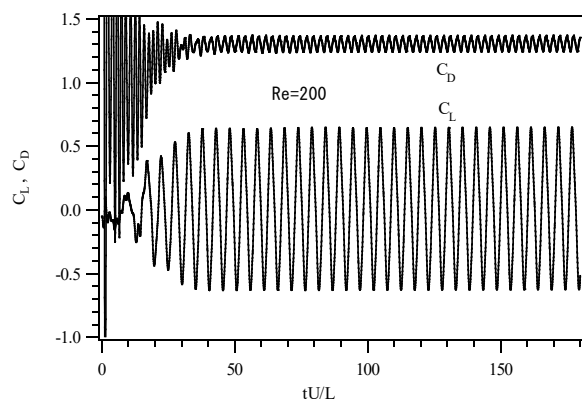


図 16 円柱に作用する抗力と揚力係数( $Re=200$ )

表 3 円柱に作用する抗力、揚力と Strouhal 数 ( $Re=200$ )

|                            | FOCUS-i<br>( $M=0.01$ ) | Uygen et al.<br>( $M=0.05$ ) | Belov et al.     | Liu et al.       | Rogers et al.    | Wille(Exp.) |
|----------------------------|-------------------------|------------------------------|------------------|------------------|------------------|-------------|
| Strouhal number,<br>$St$   | 0.194                   | 0.197                        | 0.193            | 0.192            | 0.185            | 0.19        |
| Lift coefficient,<br>$C_L$ | $\pm 0.642$             | $\pm 0.701$                  | $\pm 0.64$       | $\pm 0.69$       | $\pm 0.65$       |             |
| Drag coefficient,<br>$C_D$ | $1.29 \pm 0.064$        | $1.11 \pm 0.04$              | $1.19 \pm 0.042$ | $1.31 \pm 0.049$ | $1.23 \pm 0.050$ | 1.30        |

レイノルズ数が増大し、 $Re$  数が  $10^5$  を超えると付着乱流境界層が発達し、境界層の剥離は乱流剥離の性質になる。図 17 と図 18 の実線は過去に実施されたさまざまな実験値から再現された円柱の抗力係数である。 $Re$  数が  $10^6$  以降では抗力係数が急減し、drag crisis と呼ばれるレイノルズ数効果が見てとれる。RANS モデルを使用しても、この現象はある程度把握できる。SST-DDES モデルのほうがかなり正確に抗力の急減少を再現できることが分かる。

層流剥離の場合と乱流剥離の場合における表面圧力分布を見ると  $Re=140,000$  の場合は約 85 度で、 $Re=1,000,000$  の場合は約 115 度で剥離を生じているのが分かる。実験値[36, 37] はマーカーで

プロットしており、小さな点は異なる時刻のシミュレーションの瞬時値をプロットしている。また、表面圧力の時間平均値は実線で示してある。時間平均値からの変位がシミュレーションにより取得可能であり、その時間平均値は実験を良く再現していると思われる。SST-DDES 機能を用いた  $Re = 10^6$  の場合の解析例を図 21 に示す。乱流エネルギー  $k$  の等値面 (色は圧力情報) と奥行方向の座標  $z=0$  での速度コンターで流れを可視化している。このように、かなり大きな  $Re$  数の流れに対して、時間平均値と時間変動分を予測し得ることが見てとれる。今後は、プラント内外の数メートルを超えるような長さスケールを有する計算対象を含め、例えば浮力を伴うガスの乱流拡散などにも DDES 手法の応用が期待される。

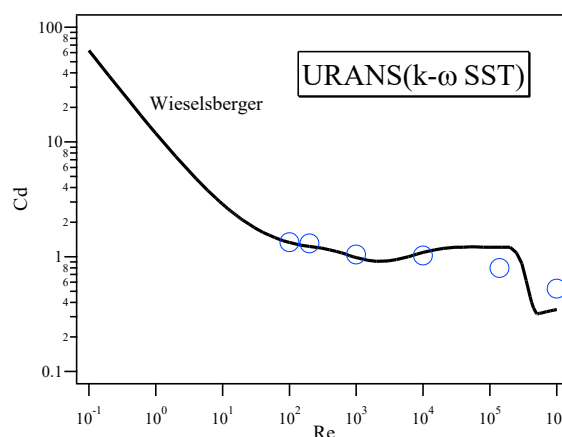


図 17 抗力係数の変化と RANS による再現

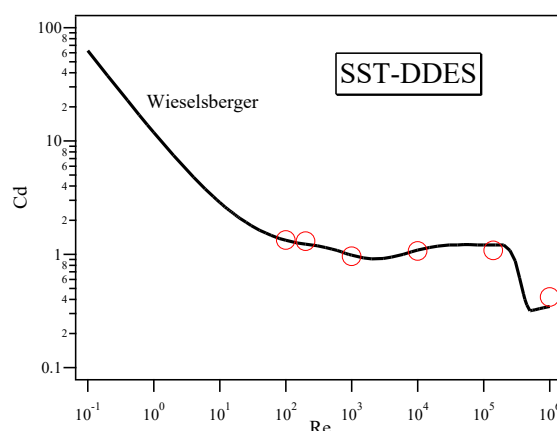
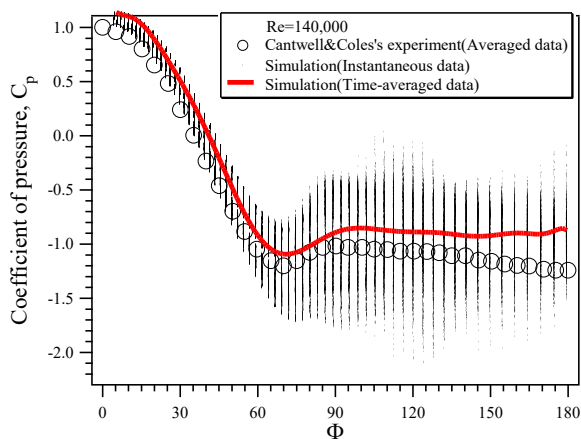
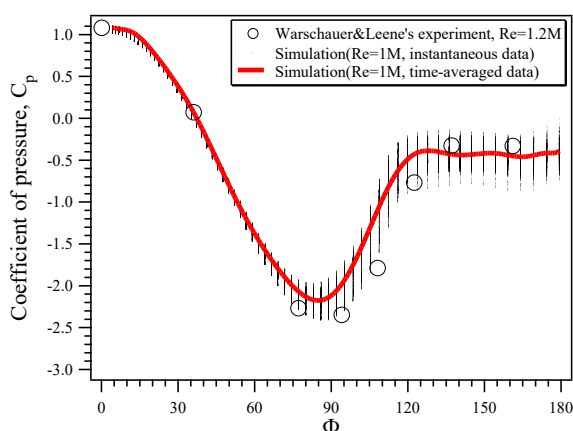
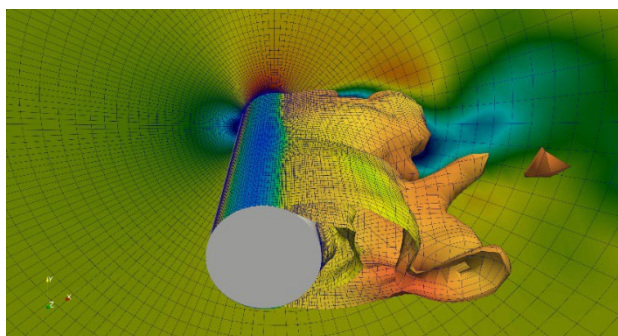


図 18 抗力係数の変化と SST-DDES による再現



図 19 円柱の表面圧力分布 ( $Re=140,000$ )図 20 円柱の表面圧力分布 ( $Re=1,000,000$ 、実験は  $Re=1,200,000$ )図 21 SST-DDES 機能を用いた  $Re = 10^6$  の場合の解析例、乱流エネルギー  $k$  の等値面 (色は圧力情報) と奥行  $z = 0$  での速度コンター

#### 4.4. 極超音速流の空力加熱の解析例

前節では遅い流れについての検証例を述べたが、本節では高速気流の計算例として 2 次元円柱周りの極超音速粘性流で検証計算例を示す。流れの諸条件は、一様流マッハ数 8.1 (流速 1296.1 m/s)、一様流温度 63.73 K、一様流圧力 370.6 Pa であり、

円柱の半径は 20 mm とした[6]。物体温度が 300 K の等温壁条件を課しプラントル数  $Pr = 0.71$  とすれば、Fay-Riddell[8]の予測式を用いて推定される激み点の空力加熱率は  $0.173 \text{ MW/m}^2$  であった。この検証計算に対して 2 種類の計算格子で解析を実施した。1 つ目は物体表面が 320 分割で物体と流入境界の間が 160 分割 ( $320 \times 160$ ) の四角形要素、もう一方では要素数が約 51,000 要素の 3 角形と 4 角形の複合格子とした (図 24)。また、両タイプとも物体近傍の最小格子幅は円柱の直径の  $1 \times 10^{-5}$  倍とした。時間積分には LU-SGS を使い、 $CFL=500$  で計算を実施した。SF2 を併用する場合は、2 種類のいずれの計算格子を用いた場合でも数値解は Fay-Riddell の解析解の  $0.173 \text{ MW/m}^2$  に近く、双方の間の相違は 3% 以内であった。

前節に続き、球周りのさまざまなレイノルズ数に対する非定常乱流解析の結果について付記する。計算に使用した格子は下図に示す通りであり、要素数は約 40 万である。DDES のベースとして用いている RANS モデルは  $k-\omega$  モデルまたは  $k-\omega$  SST モデルでありこれらは低レイノルズ数型の乱流モデルである。従って、境界層に関しては粘性底層まで解像する必要がある、最小格子幅は直径の 100 万分の 5 程度として共通の計算格子を用いた。レイノルズ数が 100 万程度でも境界層の解像には十分と考えられる。球周りの計算格子の外部境界は、球の直径の 40 倍だけ遠隔に位置させ、遠方からの擾乱を物体へフィードバックしないよう配慮した。

レイノルズ数は  $Re = 100,000$ 、 $400,000$ 、 $1,000,000$  の 3 ケースとし、 $Re$  数  $\sim 200,000$  程からドラッグクライシス現象が出現することが実験的に分かっている。ドラッグクライシス以降は、乱流境界層が十分に発達するために剥離点が球の負圧面サイドヘシフトし、乱流剥離を起こすようになる。このような現象を円柱周りの解析のみならず、球周りの乱流場においても再現可能であることを数値的に検証した。

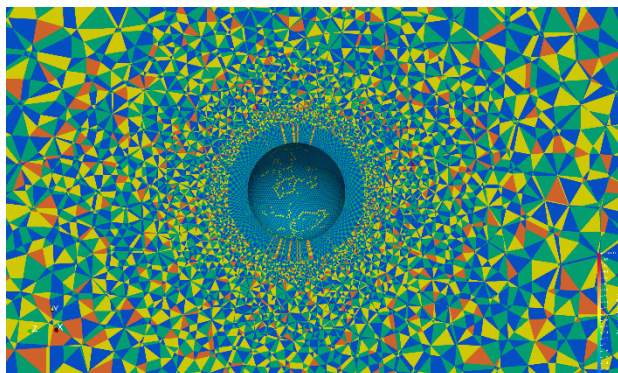


図 22 SST-DDES 機能を用いた球周りの乱流解析に使用した計算格子：マルチカラーによるスレッド分散処理のための色を付けて表示

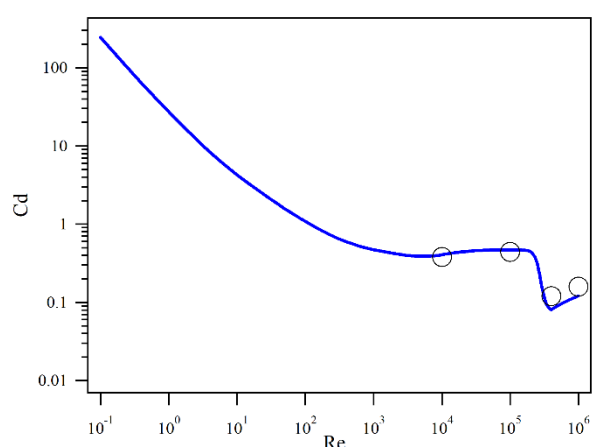


図 23 球に掛かる抗力係数のレイノルズ数効果の再現例

#### 4.5. 極超音速流における高温気体反応の解析例

マッハ数が 5 以上の流れは極超音速流と呼ばれ、移動速度が 7km 毎秒程になる大気圏再突入時には、気体が乖離し、通常はエネルギー方程式において考慮する必要がない振動モードのエネルギーを、並進モードのエネルギーと併せて考慮する必要がある。このように極端に速い流れに日常で遭遇することはほぼなく、その特殊性から Advance/FOCUS-i の標準機能には搭載されていない。このため、ここでは機能について書き留める。詳細はアドバンスシミュレーション 2020 年 9 月号(Vol. 28)をご覧頂きたい。具体的な手法としては、各化学種のエンタルピー、粘性係数、拡散係数、熱伝導係数に対して温度依存性を扱うこととし、支配方程式は理想気体で述べた構成に幾つかの生成項を加味した方程式とし、化学種の連続の

式、運動方程式、全エネルギー式を用いる。また、高温気体反応項の予測精度を向上させることを目的として振動モードのエネルギーを括りだし、振動モードの温度  $T_v$  と電子励起モードの温度  $T_e$  を等しく  $T_v$  とし、振動エネルギー  $e_v$  の方程式を追加して解く。扱う化学種は Blottner[10] の 7 化学種モデルを用い、反応速度には Dunn-Kang[11] の定式化を用いた。また、反応に使用する温度は Park[12] のガイドラインに従って並進温度  $T$  と振動温度  $T_v$  の両者を適宜使用している。種々のエネルギー緩和項については Gnoffo ら[9] の文献等を参照したので割愛する。

実機試験との比較検証例のみを示す。対象とするのは OREX 形状についてであり、高度 90km で表面熱流束の値が公開されている課題[14]とした。計算条件は表 4 と表 5 にまとめている。先述の地上試験の場合とは違い、一様流の条件は単純であるため設定上の曖昧さがほぼない条件と考えている。また、移動速度が 7450m/s であることに加え、周囲の圧力が低く希薄であるため、並進温度と振動温度が大きく乖離し、2 温度モデルを用いる重要性が増す計算ケースと考えられる。シミュレーションでは、並進温度は物体表面から 10cm 離れた箇所で 27,000K に達するが、振動温度は物体表面から 4cm の箇所で 9090K にしか到達しないことが分かる。また、希薄気体であることと高温であることによる分子粘性拡散の効果が比較的に目立ち、衝撃波は有意な幅で捉えられのがこのケースの特徴である。また、表面熱流束の分布図を図 29 に示しており、澱み点で極大値となり、 $y=0.8m$  近傍で熱流束の下がり方が緩やかになるのは物体表面が鍾状に変化するためである。澱み点での熱流束の測定値[14]との一致は良好であることを確認した。

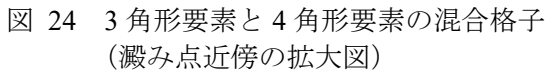


図 25 マッハ 8.1 の極超音速流れの圧力コンター

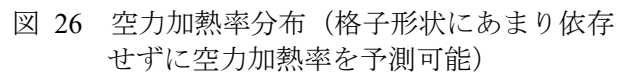


表 4 一様流の条件

表 5 一様流の化学種の質量分率

|     |      |
|-----|------|
| 化学種 | 質量分率 |
| O2  | 0.79 |
| N2  | 0.21 |

図 27 OREX 形状周りの中心断面上の並進/振動  
温度



図 28 澱み流線上の種々の分布図

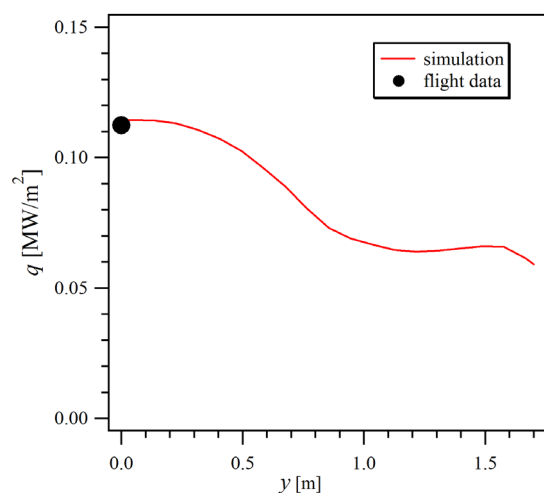


図 29 中心断面上における表面熱流束分布の比較

## 5. 燃焼流のシミュレーション例

### 5.1. RUT 施設内爆轟実験との比較検証

本節では、RUT 試験[15]で得られた DDT 試験結果との比較例を示す。常温、常圧下の空気に対して水素 14%濃度で一様な濃度分布を初期値としている。また、実際に配置された障害物は、奥行き方向に一部が欠けていたりするなど3次元的な形状をしているが、ここでは簡単化して奥行き方向には隙間のない配置としている。格子スケールは、長手方向に 0.2m、鉛直方向に 0.1m、奥行き方向に 0.25m とした。結果として、用いた計算要素数は約 28 万要素に抑えられており、数十メートル規模の対象を扱うには比較的少ない要素数となっている。本シミュレーションでは、粗い格子でもデトネーションに至る火炎加速を再現できるように乱流燃焼速度[18]とフラクタルモデルを取り入れる工夫がなされている[19]。図 30 は RUT 施設内部を模擬した計算領域であり、図 32 は RUT22 試験を対象とした解析例である。5 つ目の障害物を過ぎるときに爆轟波へ遷移しているのが見て取れ、着火から 20m 程燃焼面が伝播してから起爆している様子が再現できていることが分かる。この解析に関連して、実験値[15]との比較を図 31 に示す。横軸が時刻、縦軸が燃焼波面位置である。シミュレーションの値は、途中から勾配が急激に変化し、その後一定となることが分かる。また、実験値から読み取れる勾配（爆轟速度）とよく一致している。DDT モデルでは、着火

遅れ時間に到達した計算セルに存在する燃料が、そのタイムステップで瞬時にどのくらいの割合で消費されるのかについては幾つかのモデリング手法が考えられる。これに関連して、Ettner[16]のモデリングは爆轟速度を過大評価することが知られているが[17]、その改良版である爆轟速度モデリング[22]が CJ 速度と比較して適切に動作していることが確認できる。本節では乱流燃焼速度とフラクタルモデルと Ettner の DDT モデルの改良版を適用した検証例を掲載したが、wrinkling モデルによる火炎加速モデリング手法[19, 21]に関する検証を別途採用しており、本解析手法により、数十メートルの対象に対して乱流燃焼に起因する圧力上昇を予測することが可能である。また、爆轟に遷移する状況に対しても予測が可能であり、爆轟に遷移せずに乱流燃焼のまま推移する状況に対しても再現性が確認されている。従って、さまざまな水素濃度分布に対応した燃焼形態と被害予測に適した手法であると考えられ、この方面への応用範囲を拡大する予定である。

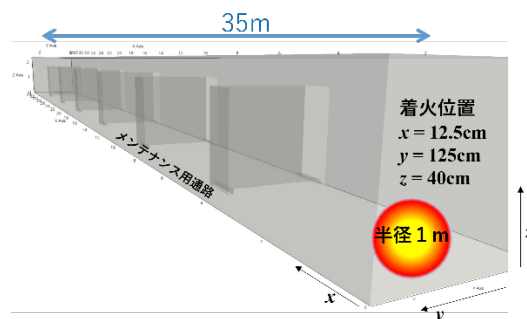


図 30 RUT 施設内を模した計算領域内の配置図

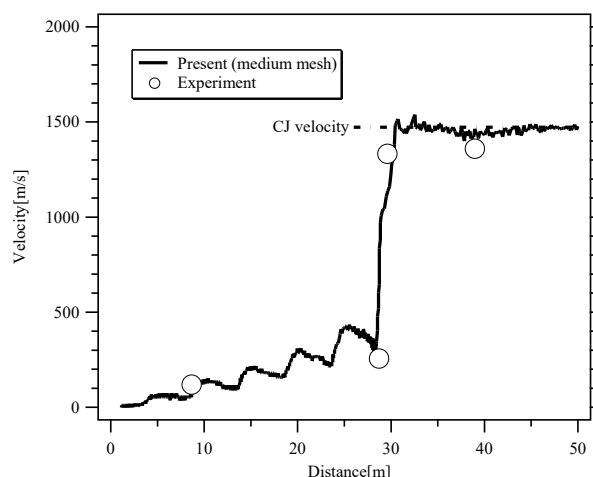


図 31 燃焼波の位置に関する実験との比較



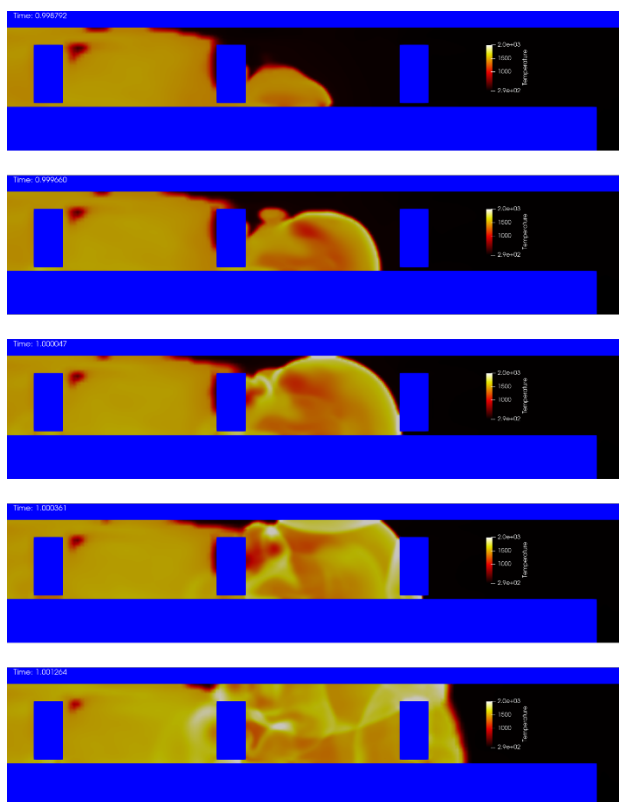


図 32 爆轟へ遷移する時刻の前後における温度場による可視化例

## 5.2. 原子力建屋内の火炎シミュレーション例

最近の取り組みとして福島第一原子力発電所で発生した1号機原子炉建屋の水素爆発について、Advance/FOCUS-iを活用して試験解析を実施し、評価解析ツールとしての可能性について調べている。解析領域は建屋の地下1階から5階までの内部空間とし、初期の圧力は1気圧、温度は25℃に設定した。建屋内に充満した水素濃度は、実際には空間分布を有していると考えられ、それに即したシミュレーションも手掛けているが、本稿では水素が空気に対して12.5%の様な状態で着火した場合を掲載する。ここでは、着火位置を5階のシールドプラグの位置とした。また、計算手法は、前節で紹介したRUT22に対して使用した解析手法[22]と同一とし、パラメータチューニング等を行わずに解析を実施した。

火炎面が時間的に進展する様子を図34に示す。5階で着火した後、図の左手前の3階付近で爆轟波へ遷移し、上下階へ爆轟波が伝播し、各フロアへ急速に火炎が拡大する様子が見てとれる。また、爆轟波へ遷移した位置の上下で圧力の定点観測

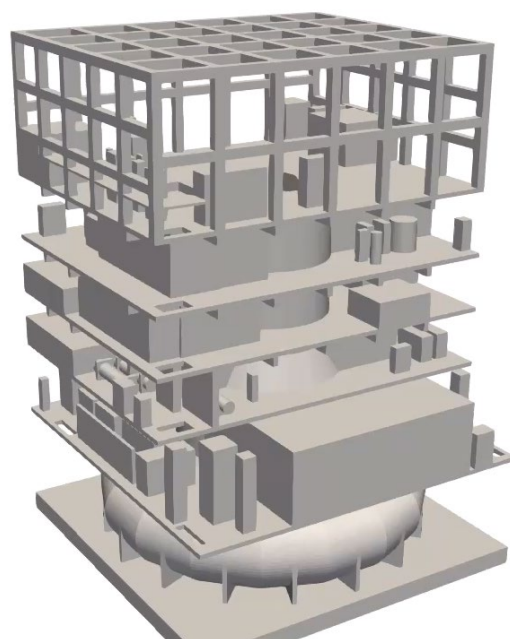


図 33 原子力建屋の形状モデリング例

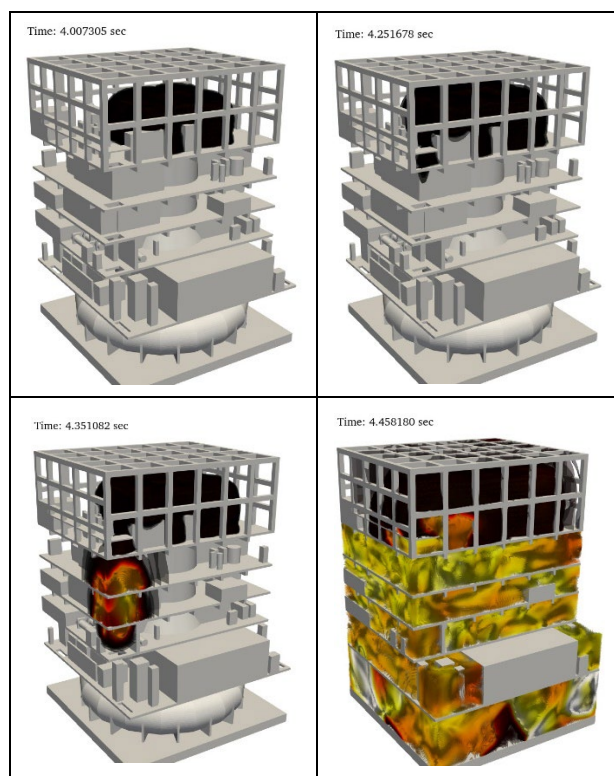


図 34 最上階での着火から乱流燃焼を経て通路3階付近でDDTを生じ、建屋施設内に火炎が伝播する様子

をシミュレーション上で実施した結果を図35に示す。火炎が到達する時刻以前に圧縮波が先に到達し初期圧から約0.2気圧だけ上昇した後に、3階付近で圧力の急峻な立ち上がりが見られ、そこでは絶対圧で8気圧程の高压に達し、その後に爆轟

波の強度が増大しながら進行し、最大過圧は2階で14気圧、4階で7気圧程に達することが分かる。今後は水素濃度分布のさまざまなパターンに対し、爆轟遷移の有無を含め、燃焼災害に対する可能性予測試験を継続的に実施する予定である。

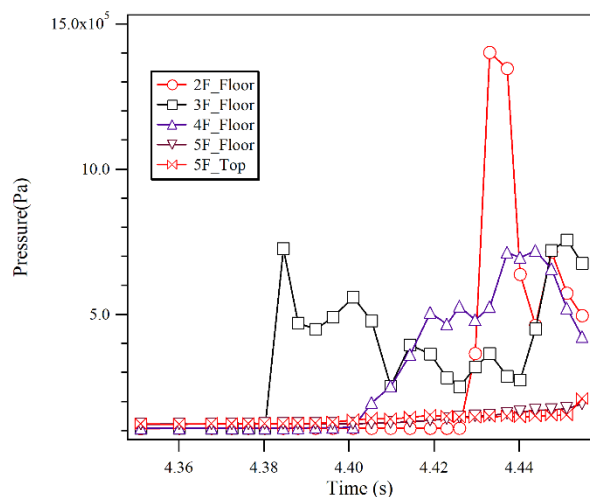


図 35 階段内の各所における圧力の時刻歴

## 6. 気液二相流における物体周りのキャビテーション流の検証例

### 6.1. 低速流でのキャビテーション流れのシミュレーション検証

本ソフトウェアでベースとしている密度ベースソルバーにおいて均質媒体モデルを用いることにより、気液二相流への拡張が可能である[21]。ここでは、キャビテーション解析に関して古くから検証例として取りあげられてきた Rouse-McNown[24]の実験を対象とした解析例を示す。支配方程式には気相質量と乱流変数を含め、均質

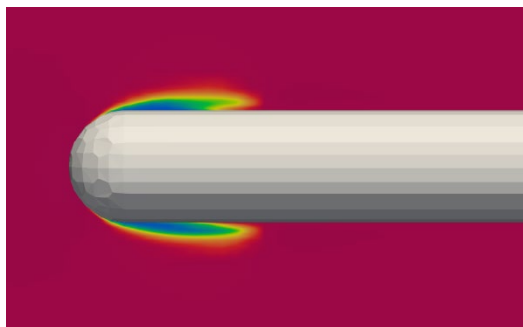


図 36 鈍頭円柱周りに発生するキャビテーションの様子 ( $V=4.317\text{m/s}$ )

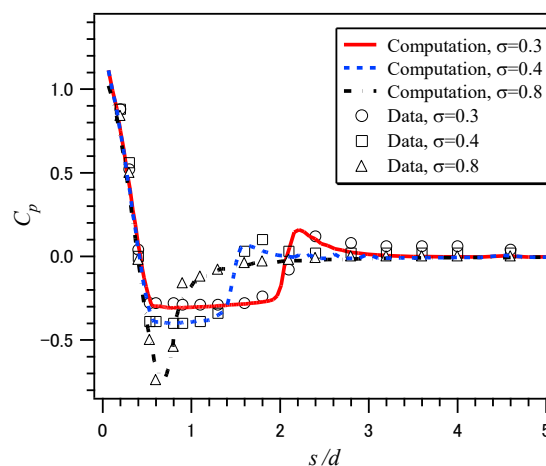


図 37 キャビテーション発生の様子と、実験による表面圧力との比較 ( $V=4.317\text{m/s}$ )

媒体モデルの密度、運動量、エネルギーを扱い、RANS 方程式を preconditioning 付きの時間進行法により数値解を進展させ、時間平均解としての数値解を求めている。キャビテーション係数  $\sigma=0.3$  の場合を示しており、圧力係数  $C_p$  が 0.3 を下回る負圧面で低圧沸騰が生じ、表面圧力は飽和蒸気圧の値ではほぼ一定となるのが見てとれる。また、実験値の予測が定量的に良好であるのが確認できる。

### 6.2. 高速流でのキャビテーション流れのシミュレーション例

102m/s の流速の水媒体に置かれたオージャイブ形状の物体周りのキャビテーション流について、検証計算を実施した例を以下に示す。オージャイブ形状と円柱形状の接合部付近からキャビテーションが発生し、物体の殆どが気相で覆われるスーパーキャビテーション状態が再現されているのが見てとれる。実験では抗力係数が 0.32 である。一方、本シミュレーションでの抗力係数は 0.31 であり、水中キャビテーションの場合の定量的な予測が可能であることを確認した。また、スーパーキャビテーション状態においては、物体に接する流体の大部分が気相であるため摩擦抵抗が減少し、なおかつ物体背面の低圧領域が飽和蒸気圧よりも減圧せずに保持されることにより物体を背後から推す効果が生じ、結果として水中をすり抜けるように物体が移動することが知ら

れている。このような現象は“水中ワープ(Warp Drive Underwater)”と称されることもあり、Advance/FOCUS-i ソフトウェアはこうしたスーパーキャビテーションによる劇的な抗力低減効果をシミュレーション上で再現することが可能である。

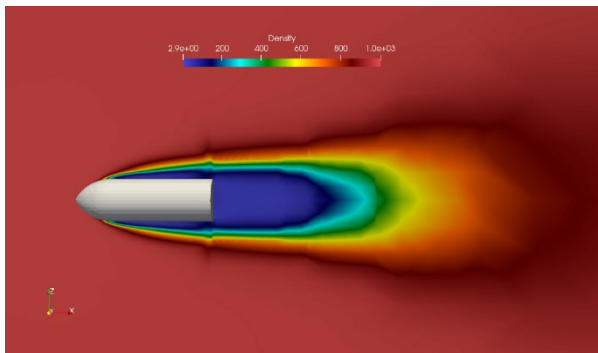


図 38 Ogive 形状周りのスーパーキャビテーション状態の再現例 ( $V=102.3\text{m/s}$ )

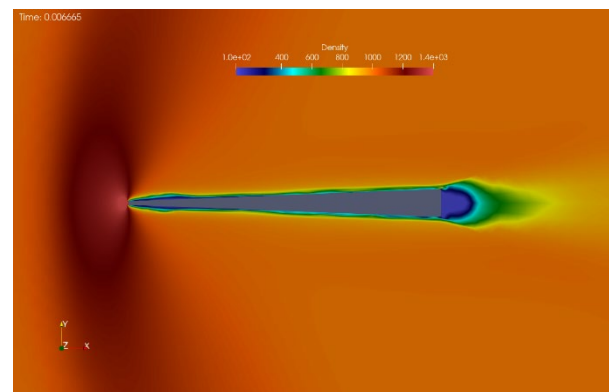
### 6.3. 超高速流におけるキャビテーション流れのシミュレーション例

本稿では、液相中の音速を超えるような移動物体も扱えることを述べる。対象としたのは Hrubes[24]の実験による水中飛翔体である。シミュレーション結果を図 39 に示す。これらは水の音速  $1500\text{m/s}$  を上回る速度( $V=1540\text{m/s}$ )で水中を移動する場合(a)と  $V=970\text{m/s}$  の場合である。実験による可視化写真と同様に超音速の場合には飛翔体の前方に衝撃波が形成され、物体先端から僅かに後方でキャビテーションが発生し、物体全体をキャビテーション領域で覆われる状態が再現されている。遷音速流の場合も同様であり、水中の超高速移動物体に関する、衝撃波とキャビテーションの相互作用の再現性について確認した。

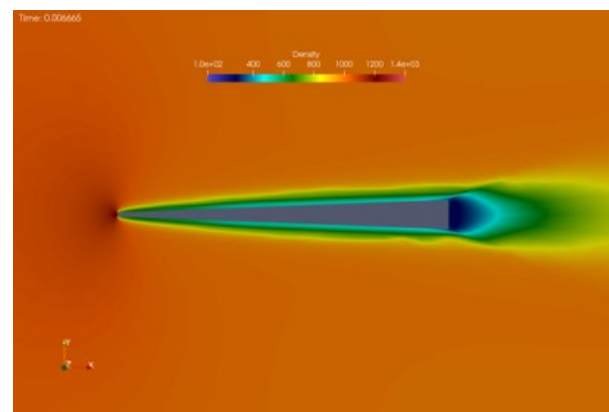
また、気液二相流の特殊性として、気相中（水蒸気）の圧力伝播速度は約  $440\text{m/s}$  程度であるのに対して、水中の音速は約  $1500\text{m/s}$  である。さらに、気泡が混入したクラウド内の巨視的な伝播速度は数メートル毎秒までに低下し、高速な液体流れの中を擾乱が上流に遡り、これが原因でキャビテーションが破断することも実験的に知られている。このような背景を持つ気液二相流の解析には、音速の変化と密度変化を扱うことのできる圧

縮性流体用の解析手法が望ましい。

ところが、バルク速度を音速で除したマッハ数で見ると、計算領域内には液相 100%の低マッハ数の領域が存在し、気相と液相が混合したクラウド内では高マッハ数の領域も同時に存在する。つまり、流れ場には密度がほぼ変化しない非圧縮性流体と見なせる領域から圧縮性が顕著に現れる領域が同時に存在することになり、これらいずれの領域に対しても正確で安定に解くことができる解法が望ましい。この状況に対して、本手法で使用している dual-time-stepping 解法と低マッハ数流れのための preconditioning 法が有効に機能すると考えられる。



(a) 水流の速度  $V=1540\text{m/s}$ ( $\text{Mach}=1.03$ )



(b) 水流の速度水流の速度  $V=970\text{m/s}$

図 39 水中の高速物体周りのスーパーキャビテーション状態の解析例（密度分布）

### 6.4. 水中における単一気泡の崩壊と壁面での撃圧解析例

壁面の近傍で単一気泡が収縮すると、壁面側からの流れが誘起されないため気泡の形状は歪み、崩壊することが知られている。その際に、気泡の



中心を水流が貫通して壁面に衝突し、瞬間的に大きな静圧が生じる。この現象が無数の気泡によって引き起こされ、物体表面上のキャビテーション壊食に繋がる。本ソフトウェアでは、支配方程式の解ベクトルとして密度、運動量、エネルギー、気相質量を扱うことにより、単一気泡に関わるこのような崩壊挙動と壁面での圧力応答解析が可能である。図 40 は水中に置かれた半径 1mm の気泡が壁面近傍で崩壊する様子を、その中心断面内の気相体積率で可視化した図である。図 41 はその際の壁面上の最大圧力の時系列変化である。図 41 から約 1 マイクロ秒の間に 150 気圧の力が壁面に作用していることが分かる。このように気液二相流のマイクロ現象をつぶさに解析し、統計的な性質を準備してマクロなキャビテーション解析と結びつけることにより、単にクラウドキャビテーション発生挙動をシミュレーションするのみならず、物体表面における損傷予測が或る程度可能である。

## 7. 移動格子機能を併用した超音速物体の気液界面突入解析例

移動重合格子による移動物体周りの流体解析機能と気液二相流解析機能を併用した例を紹介する。重合格子機能では、静止した背景格子を先に用意し、移動物体周りの計算格子をサブ格子として別途用意する。物体の移動に際しては、移動格子の外縁領域と背景格子の間で情報交換がなされる。移動格子の移動経路は並進と回転を組み合わせることが可能である。

本稿ではサンプル計算として、静止した水面に秒速 1000m/s の球形状が衝突する際の流れ場を図 42 に示す。左の列は気相液相の両者を含む全密度で可視化例であり、重合格子が移動する様子も重ねて表示している。球の後方に空気巻き込み（エアレーション）による空洞が形成されるのが見てとれる。また、液相には密度の圧縮性を僅かに許す状態方程式[27]が対応するため、物体により圧縮される液相中の密度は最大で 1200kg/m<sup>3</sup> 程になることも分かる。

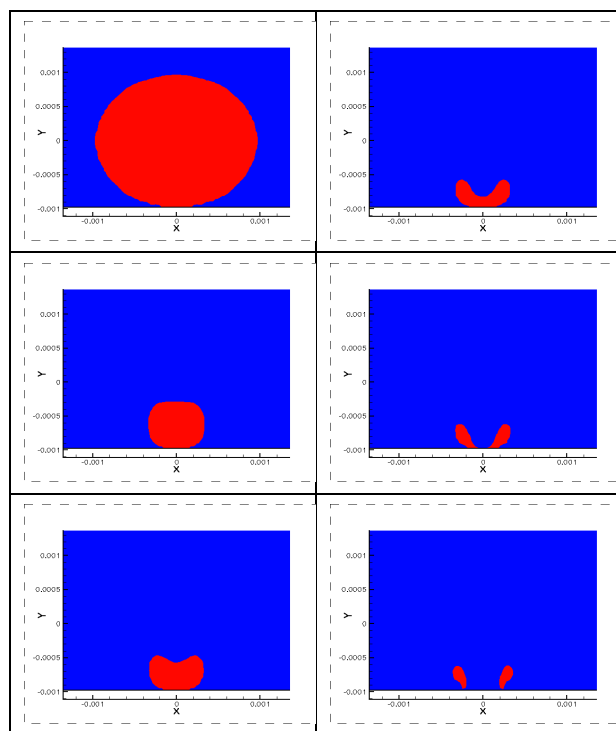


図 40 単一気泡崩壊のシミュレーション例

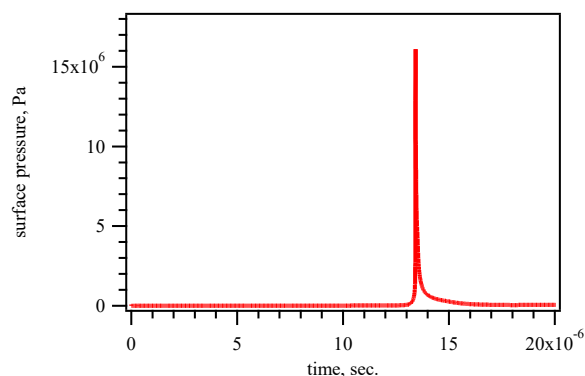


図 41 気泡崩壊に伴う壁面上の衝撃圧の時系列

図 42 の右列は水蒸気の体積分率の様子である。気相の中を通過する際に生じる衝撃波により球の周囲は加熱されており、球が着水する瞬間に水面が瞬時に沸騰したときの水蒸気が球の後方に貯留する。その後水中の球の後方は低圧沸騰を起こし、キャビテーションによる気相発生が見られる。よって、エアレーション部分とキャビテーションによる水蒸気が複雑な経緯を経て混合し、球の後方に形成されることが分かる。図 43 は圧力分布である。気相中を落下の際には、球の前方に衝撃波が形成され、水面と衝突する手前で既に高圧状態となっており、水面に衝突すると桁違いに高圧な状態が形成され、大気圧の 5000 倍程まで上昇することが分かる。また、水中に没した後



も、球の前方は圧縮されるために 400K 以上の高温になっているのが見てとれる。このように、気液界面と気相と液相の間を対象物体が移動する際の、圧力の高低差が非常に大きな流動現象を予測することが本ソフトウェアでは可能である。

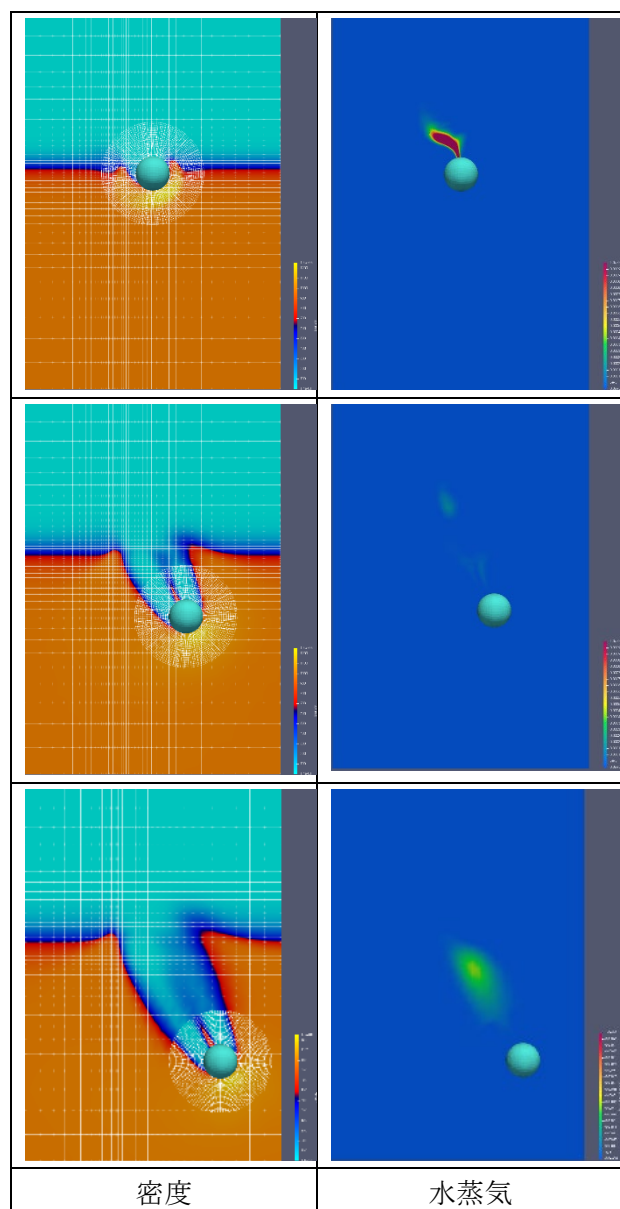


図 42 秒速 1000m/s で水面に突入する球周りに生じるエアレーションとキャビテーションの様子

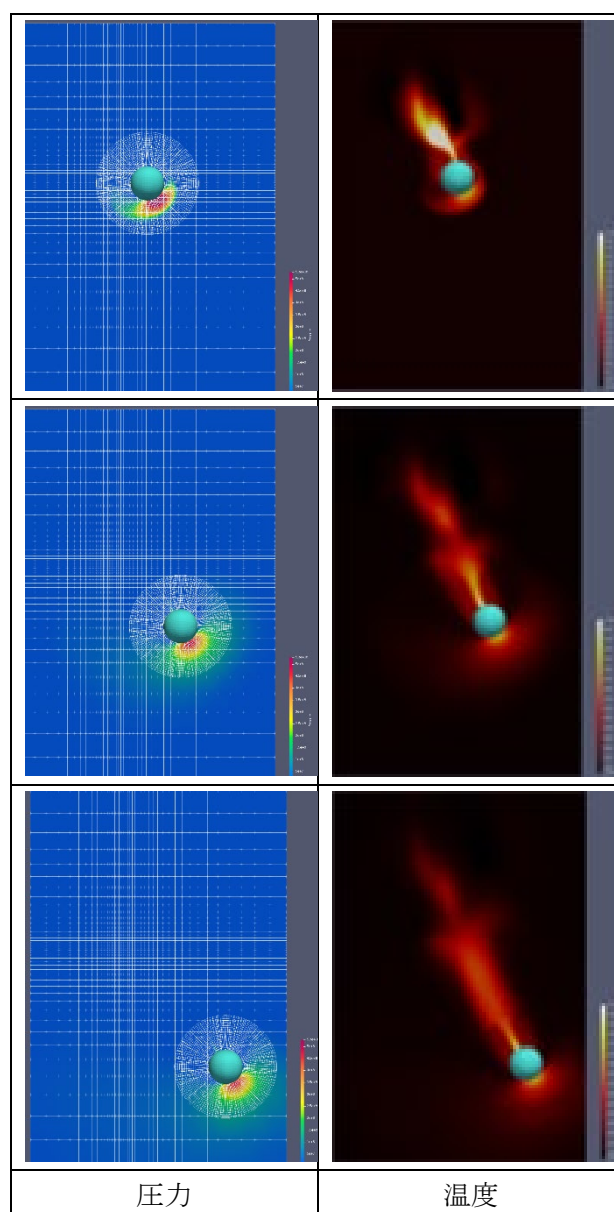


図 43 秒速 1000m/s で水面に突入する球周りに生じる圧力分布と温度分布の様子

## 8. おわりに

本稿では、低マッハ数から極超音速流まで幅広く適用が可能な Advance/FOCUS-i について説明し、関連する解析として、低速流れの解析例、物質拡散現象として水素漏洩拡散解析例、高速流れの種々の解析例、燃焼/爆轟の解析例を示した。これらの解析は全て保存型で記述された圧縮性 Navier-Stokes 方程式を保存型のまま離散化した式を数値的に解く、いわゆる密度ベースソルバーに立脚する。従って、高速流の解析が元々容易であり、preconditioning を施すことにより低マッハ数流れもカバーできるようになっている。高マッハ

数流れと低マッハ数流れが併存する顕著な例として、気液二相流の解析が挙げられる。これに関する種々の解析例として低圧沸騰を伴うキャビテーション解析例と単一気泡崩壊の解析例について説明し、極端な例としては秒速 2 キロで水面に物体が突入する解析事例も紹介した。そこでは超音速気相中の衝撃波と水中の激み点近傍の低マッハ数とキャビテーション現象が互いに影響し合う複雑系の流動現象が出現し、こうした流れの解析に Advance/FOCUS-i を使用することができる。なお、本稿で紹介できなかったが、低マッハ数流れと高マッハ数流れ、ならびに気液二相流が組み合わさる例として、貯水槽の水面上の可燃性気体中での着火からゆっくりとした層流火炎伝播を経てさらに爆燃から爆轟へ至り、水面下には衝撃波が伝播する現象の再現シミュレーションにも応用ができる。この方面における本シミュレータの一層の貢献が期待される。

## 参考文献

- [1] Gregory, N. and O'Reilly, C. L., "Low-Speed Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Aerofoil Sections, Including the Effects of Upper-Surface Roughness Simulation Hoar Frost," R&M 3726, Jan 1970).
- [2] 井上 雅弘, 月川 久義, 金山 寛, 松浦 一雄, 「室内における漏洩水素の拡散に関する実験的研究」, 水素エネルギーシステム Vol.33, No.4, 2008.
- [3] Vassberg J. C. and Jameson A., "In Pursuit of Grid Convergence for Two-Dimensional Euler Solutions," Journal of Aircraft, Vol. 47, No. 4, July–August 2010.
- [4] Liou, M. S., "A Sequel to AUSM: AUSM<sup>+</sup>," J. Comput. Phys., Vol. 129, 1996, pp. 364- 382.
- [5] [https://turbmodels.larc.nasa.gov/onerawing-numerics\\_val\\_sa.html](https://turbmodels.larc.nasa.gov/onerawing-numerics_val_sa.html).
- [6] 中森 一郎, "AUSMV 型式解法の改良と数値不安定の回避について" 第 32 回数値流体力学シンポジウム講演論文集(CD-ROM, 2018).
- [7] Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," AIAA Journal Vol.32(8), pp. 1598–1605, 1994.
- [8] Fay, J. A. and Riddell, F. R., "Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air," Journal of the Aerospace Sciences, Vol. 25, No. 2, pp. 73-85, 1958.
- [9] Gnoffo, P. A., Gupta, R. N., and Shinn, J. L., "Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium," NASA-TP-2867, February 1989.
- [10] Blottner, F. G., "Nonequilibrium Laminar Boundary Flow of Ionized Air," AIAA J., Vol. 2, No. 11, Nov. 1964, pp. 1921-1927.
- [11] Dunn, M. G. and Kang, S.-W., "Theoretical and Experimental Studies of Reentry Plasmas," NASA CR-2232, 1973.
- [12] Park, C., "Assessment of Two-Temperature Kinetic Model for Ionizing Air," AIAA-87-1574, June 1987.
- [13] Park, C., "Problems of Rate Chemistry in the Flight Regimes of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles. *Thermal Design of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles*," Nelson, H. F. ed., Volume 96 of Progress in Astronautics and Aeronautics, American Inst. Of Aeronautics and Astronautics, Inc. c. 1985, pp. 511-537.
- [14] 航空宇宙技術研究所特別資料, SP-29, 1996.
- [15] Dorofeev S. B., Sidorov V. P., Dvoinishnikov A. E., and Breitung W., "Deflagration to Detonation Transition in Large Confined Volume of Lean Hydrogen-air Mixtures," Combustion and Flame, Vol. 104, Issues 1-2, Jan 1996, pp. 95-110.
- [16] Ettner, F, Effiziente, Numerische Simulation des Deflagrations-Detonations, Übergangs [Ph.D. thesis], TU München, 2013.
- [17] Hasslberger, J., Lorenz, R. B., and Sattelmayer, T., "Numerical Simulation of Deflagration-to- Detonation Transition in Large Confined Volumes," J. Loss Prevention in the Process Industries, Vol. 36, 2015, pp. 371-379.

- [18] Zimont, V., Polifke, W., Bettelini, M., and Weisenstein, W., “An Efficient Computational Model for Premixed Turbulent Combustion at High Reynolds Numbers Based on a Turbulent Flame Speed Closure,” *Trans. ASME*, Vol. 120, 1998, pp. 526-532.
- [19] 中森 一郎, 桐原 亮平, “爆轟遷移モデルを用いた密閉空間内の燃焼計算,” 第 61 回航空原動機・宇宙推進講演会(2022).
- [20] 中森 一郎, 富塚 孝之, 高橋 淳郎, 大西 史倫, 小玉 貴司, 玉内 義一, 佐藤 直弥, 坪井 伸幸, 林 光一, “再処理工場の重大事故に係る重要現象に関する評価手法の高度化: 火炎面モデルに係る燃焼速度モデルと起爆項モデルを用いた実スケール施設内での爆轟遷移の予測性能の検証,” 日本原子力学会 2023 春の年会.
- [21] Ichiro Nakamori, Takayuki Tomizuka, Atsuo Takahashi, Fumitomo Onishi, Takashi Kodama, Yoshikazu Tamauchi, Naoya Sato, A. Koichi Hayashi, and Nobuyuki Tsuboi, “Numerical Simulation on DDT in Real and Large Scale Combustion Chamber Using a Combustion Velocity Method and Ignition Model with a Detailed Chemical Reaction System,” *The 29th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems*, 2023.
- [22] 中森 一郎, 高橋 淳郎, 大西 史倫, 林 光一, “建屋スケール内における DDT 再現シミュレーションのための火炎面の燃焼速度モデルに関する改良,” 第 63 回航空原動機・宇宙推進講演会／北部支部 2024 年講演会ならびに第 5 回再使用型宇宙輸送系シンポジウム, 2024.
- [23] Saito Y., Takami R, Nakamori, I., Ikohagi T., “Numerical Analysis of Unsteady Behavior of Cloud Cavitation around a NACA0015 Foil,” *Comput. Mech.* (2007) Vol. 40, pp. 85–96.
- [24] Rouse, H. and McNown, J. S., “Cavitation and Pressure Distribution, Head Forms at Zero Angle of Yaw,” *Stud Eng Bull* 32(State of University of Iowa, 1948).
- [25] Guo, Z., Zhang, W., Xiao, X., Wei, G. and Ren, P., “An Investigation into Horizontal Water Entry Behaviors of Projectiles with Different Nose Shapes,” *International Journal of Impact Engineering*, Vol.49 (2012), pp.43-60.
- [26] Hrubec, J. D., “High-Speed Imaging of Super-cavitating Underwater Projectiles,” *Experiments in Fluids* volume 30, pp. 57–64 (2001).
- [27] Le Métayer, O., Massoni, J., and Saurel, R., “Elaborating Equations of State of a Liquid and Its Vapor for Two-Phase Flow models,” *International Journal of Thermal Sciences* 43 (2004), pp. 265–276.
- [28] Spalart P. R., Jou W. H., Strelets M., and Allmaras S. R., “Comments on the Feasibility of LES for Wings, and on a Hybrid RANS/LES Approach,” *Proc. First AFOSR International Conference on DNS/LES*, (1997), 137-147.
- [29] Kyle D. Squires, “Detached Eddy Simulation of Turbulent Flows - Method and Applications,” von Karman Institute for Fluid Dynamics Brussels, Belgium, March 13-16, 2003.
- [30] Gritskevich M, Garbaruk A., Schütze J., Menter F., “Development of DDES and IDDES Formulations for the  $k-\omega$  Shear Stress Transport Model,” *Flow Turbulence Combust*, 2012.
- [31] Uygun M. and Kirkkopru, K., “Computation of Time-Accurate Laminar Flows Using Dual Time Stepping and Local Preconditioning with Multigrid”, *Turkish J. Eng. Env. Sci.* 31 (2007), 211 – 223.
- [32] Belov, A., Martinelli, L., Jameson, A., “A New Implicit Algorithm with Multigrid for Unsteady Incompressible Flow Calculations,” *AIAA 95-0049*, 1995.
- [33] Liu, C., Zheng, X. and Sung, C.H., “Preconditioned Multigrid Methods for Unsteady Incompressible Flows,” *Journal of Computational Physics*, 139, 35-57, 1998.
- [34] Rogers, S.E. and Kwak, D., “Upwind

Differencing Scheme for the Time-accurate Incompressible Navier-Stokes Equations,” AIAA Journal, 28, 253-262, 1990.

- [35] Wille, R., “Karman Vortex Streets,” Advances in Applied Mechanics, 6, 273-287, Academic, New York, 1960.
- [36] Cantwell B. and Coles D., “An Experimental Study of Entrainment and Transport in the Turbulent near Wake of a Circular Cylinder,” J. Fluid Mech. (1983), Vol. 136, pp. 321-374.
- [37] Warschauer, K.A., Leene, J.A., 1971. Experiments on mean and fluctuating pressures of circular cylinders at cross flow at very high Reynolds numbers. In: Proc. Int. Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo, Japan.

※ 技術情報誌アドバンスシミュレーションは、それぞれの文献タイトルの下に記載した DOI から、PDF ファイル（カラー版）がダウンロードできます。また、本雑誌に記載された文献は、発行後に、JDREAMIII（日本最大級の科学技術文献情報データベース）に登録されます。