VOF法を用いた沸騰解析

大西 陽一*

Boiling Analysis Using VOF Method

Yoichi Ohnishi*

汎用流体解析ソフト Advance/FrontFlow/red の VOF 法を用いてプール沸騰解析を実施した。

https://doi.org/10.69290/j.001170-vol32

Keywords: 数值流体力学、沸騰、相変化、自由界面、VOF法

1. はじめに

近年、産業界においても気液二相流解析の需要 が高まり、設計や性能評価への応用が急速に進ん でいる。なかでも代表的な手法の一つが VOF (Volume of Fluid) 法であり、気相と液相を自由界 面によって明確に区別し、液相の体積分率を識別 関数として高精度に移流させることで界面を捉 えるものである。本手法はスロッシングや液体燃 料の微粒化といった、界面挙動が支配的となる現 象に広く適用されてきた。

界面の捕獲や再構築に関しては、これまで多く の発展的研究が行われており[1][2]、VOF 法を用 いた高精度な移流計算手法も多数提案されてい る。一方で、界面における力学的境界条件の取り 扱いは複雑であり、各種 CFD ソフトウェア間で の実装には大きな違いがある。

VOF 法は非圧縮性を前提とするため、Navier-Stokes 方程式および圧力ポアソン方程式を解く必 要がある。この際、厚みを持たない界面に働く表 面張力は圧力の不連続(ジャンプ)を、また密度 に依存する体積力は圧力勾配の不連続性をそれ ぞれ引き起こす。これらを正確に離散化せずに計 算を進めると、数値振動や発散が生じる危険があ る。

こうした課題に対して、近年では Ghost Fluid 法 [3][4]が注目されている。本手法は、界面条件を明 示的かつ厳密に取り扱うことができ、特に相変化

*アドバンスソフト株式会社 第3事業部

3rd Computational Science and Engineering Group, AdvanceSoft Corporation 二相流においては、VOF 法における最も成功した 手法とされている[5]。

しかし、蒸発・凝縮を含む相変化流れにおいて は、依然として定式化および数値実装に未解決の 課題が多く、一般的な CFD ソフトにおいては、 VOF 関数の人工的な平滑化や、質量保存を後から 補正するような手法が採用されていることが多 い。これらは計算の安定性を優先した対応である が、物理的整合性を損ねる可能性があり、信頼性 が求められる解析には不十分である。

特に、相変化を含む流れでは、識別関数に加え て圧力・密度・エンタルピー・運動量なども界面 で不連続となる一方で、速度や温度といった場の 変数はそれらと異なる取り扱いが求められる。速 度場の取り扱いを誤ると数値的発散を引き起こ すため、界面における慎重な離散化が不可欠であ る。

こうした背景の下、相変化に対する数値的信頼 性が欠けた CFD ソフトは、産業応用―とりわけ 潜熱を活用した熱制御や省エネ設計―において 実用に耐えない。本ソフトでは、Ghost Fluid 法の 枠組みを基盤に、相変化モデルを拡張的に定式化 することで、界面条件の精密な取り扱いと保存則 の維持を両立させている。これにより、人工的な 補正処置を最小限に抑えつつ、高い物理的整合性 と数値安定性を実現している。

筆者らは先行研究[6]において、Ghost Fluid 法の 拡張定式化を通じて自由界面上での相変化を表 現し、代表的な検証課題であるステファン問題に 対する解析結果を報告している。 本稿では、より現実的な問題への応用として、 3 次元沸騰解析の計算事例を提示する。構成は以 下の通りである。第2章では支配方程式を示し、 第3章で相変化を含む界面離散化の課題を整理す る。第4章では相変化モデルの定式化を詳述し、 第5章では3次元沸騰問題の解析結果を示す。第 6章にて総括する。

2. 支配方程式

相変化を含む気液二相流れにおいては、全体質 量、液体質量、運動量、エネルギーの4つの物理 量の保存を考慮するが、気相・液相の非圧縮性を 反映し以下の4つの支配方程式を解く。

連続の式

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{V}} = \dot{M} \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_g} \right) \tag{1}$$

運動方程式(Navier-Stokes 方程式)

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} \vec{V} = -\nabla p + \nabla \tau + \vec{F}$$
(2)
エネルギーの式

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho h \vec{V}\right) = \nabla \cdot \left(k \nabla T\right) + Q \tag{3}$$

液相質量の式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\vec{V} \alpha \right) = \frac{M}{\rho_1} \tag{4}$$

ここでτは応力テンソル、hは比エンタルピーで ある。*F_i*は重力などの体積力のほかに、VOF 解析 の場合は自由表面上で作用する表面張力を含ん でいる。Qは熱流束、Mは液相質量の生成項である。

3. 数値計算法

3.1. SIMPLE 法による離散化

AFFrでは非構造有限体積法を採用している。計 算領域をセルと呼ばれる微小な多面体要素で分 割する。すべての物理量をセル要素中心に保持し、 方程式は各セルに対して積分形であらわされる。 速度と圧力のカップリングは SIMPLEC 法を用い る。詳細は[7]を参照いただきたい。では重力や表 面張力の影響で圧力が界面において微分不可能 な場合の離散化手法について詳述している。 液相質量の式(4)を有限体積法で離散化する。

$$\frac{(\alpha^{n+1} - \alpha^n)}{\Delta t} \Delta V + \sum_f J_f \alpha_f A_f = \frac{\dot{M}}{\rho_l} \Delta V$$
(5)

ここで ΔV はセル体積、 J_f , A_f はセル界面における 流束および面積である。高解像度スキームでは、 セル界面における被移流関数 α_f をどのように求め るかがスキームの解像度、精度を左右する。VOF 法に代表される移流項の高解像度スキームには、 ドナーアクセプター法をベースにしているもの が多い。具体的には以下の規格化された VOF 関 数を導入する。

$$\widetilde{\alpha} = \frac{\alpha - \alpha_{\rm D}}{\alpha_{\rm U} - \alpha_{\rm D}} \tag{6}$$

ドナーアクセプター法では図 1 に示すように界 面 f を挟んで風上側セル (ドナーD)、さらにその 風上側 (風上セル U) と界面の風下側セル (アク セプターA) のブレンドとして表現する。図 1 下 図の NVD ダイアグラムにおいて、色付けされて



いる領域が、規格化された界面関数の取りうる領 域を示しており、 **G**f は以下のように表される。

$$\widetilde{\alpha}_{f} = \begin{cases} \widetilde{\alpha_{D}}, & \widetilde{\alpha_{D}} < 0, \widetilde{\alpha_{D}} > 1\\ \min(1, \frac{\widetilde{\alpha_{D}}}{C_{f}}), & 0 < \widetilde{\alpha_{D}} < 1 \end{cases}$$
(7)

 $ilde{lpha}_{\mathbf{f}}$ が分かれば以下のように界面での VOF 値を算 出する。

$$\alpha_{\rm f} = \left(1 - \tilde{\beta}\right) \alpha_{\rm D} + \tilde{\beta} \alpha_{\rm A} \quad \tilde{\beta} = \frac{\widetilde{\alpha_{\rm f}} - \widetilde{\alpha_{\rm D}}}{1 - \widetilde{\alpha_{\rm D}}} \tag{8}$$

式(7)に現れる*C_f*は界面位置での流速から求めた クーラン数であり、時間進行中に界面を通じて移 動する量を流速で制限した扱いとなっている。相 変化を伴わない流れの場合は、式(8)で求めた界面 VOF 値を界面上下のセル間で受け渡しながら移 流させることで界面を保持しながら境界が移動 する様子を再現することができる。ただし相変化 を伴う場合は時間積分中に界面に到達する VOF 値も変化するため、特別な処理が必要となる。

3.3. 相変化速度

AFFrでは、相変化は気液界面でのみ生じると仮 定を置き、気相が多く存在するセルと液相が多く 存在するセルの間に存在すると仮定する。相変化 項をモデル化するには以下の過程を設ける。

・相変化は界面でのみ生じる。

・界面の温度は飽和温度に保たれる。

・界面を通過できない熱はすべて潜熱に使われる。 これらの過程を満足する気液界面における物理 量の境界条件として、界面温度一定の条件

$$T_{f} = T_{sat}$$
(9)

界面を通過する流束及び熱流束の不連続

$$\vec{V_g} - \vec{V_l} = -\left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_l}\right) \dot{M}n_s \tag{10}$$

$$\overrightarrow{Q_g} - \overrightarrow{Q_l} = -(h_g - h_l)\dot{\mathrm{M}}\mathrm{n}_\mathrm{s} \tag{11}$$

となる。ここで n_s は液相側を正にした界面法線ベ クトルである。

気液界面における各相からの熱流束は

$$\vec{Q} = k \frac{T - T_{sat}}{dx} n_s \tag{12}$$

で表されるため、相変化速度は

$$\dot{M} = -\frac{\left(\overline{Q_g} - \overline{Q_l}\right) \cdot n_s}{h_g - h_l} \tag{13}$$

4. 相変化を伴う流れ場での自由界面の取り扱い 4.1. 移流項の扱い

式(8)で見たように、通常 VOF 法の高解像度ス キームは、自由界面流速に乗って一定時間の間に 通過する液相体積量を見積もり、その後時間平均 した量として与える。界面で相変化がある場合に は、自由界面上で速度の不連続が発生し、また自 由界面位置を基準として液相体積の増加現象が 発生する。これらを考慮した界面上の VOF 値は 以下の式で与えられる。

$$\alpha_{f}^{mod} = \alpha_{f} - \frac{\frac{\dot{M}}{\rho_{l}} \Delta V}{J_{f}A_{f} - \dot{M}\left(\frac{1}{\rho_{l}} - \frac{1}{\rho_{g}}\right) \Delta V}$$
(14)

ここで左辺第一項のα_fは式(8)で高解像度スキ ームを用いて求めた界面上の VOF 値である。式 (14)はその補正という表式になっている。

エネルギーの移流項に関しても VOF と同等に 補正する。移流される量はphとし、VOF の移流項 と同等の高解像度スキームを用いて求めた界面 エネルギー量に対して補正を施す。

$$(\rho h)_{f}^{mod} = (\rho h)_{f} - \frac{\left(h_{g} - h_{l}\right)\dot{M}\,\Delta V}{J_{f}A_{f} - \dot{M}\left(\frac{1}{\rho_{l}} - \frac{1}{\rho_{g}}\right)\Delta V} \qquad (15)$$

4.2. 流束の扱い

最後に流束に関しても相変化量の補正を施す。 通常の SIMPLE 法における流束の離散化表式は

$$J_{f} = \hat{e}_{n} \cdot \overline{\vec{V}} - \frac{\Delta V}{\overline{a}} \left(\frac{p_{j} - p_{j+1}}{\Delta x} - \overline{\nabla} p_{f} \right)$$

$$\cdot \hat{e}_{s} \frac{1}{\hat{e}_{n} \cdot \hat{e}_{s}}$$
(16)

ここで上付きバーは、界面における両側セルの 物理量の平均を示す。*ā*は、Navie-Stokes 方程式を 離散化したときの対角項*a*を界面平均した量であ る。圧力 P の下添え字 j,j+1 は界面を挟んだ両隣 のセル番号を示す。

相変化を伴う流れ場の場合、流束の表示は

$$J_{f} = \hat{e}_{n} \cdot \left(\overline{\vec{V}} - \dot{M}\left(\frac{1}{\rho_{l}} - \frac{1}{\rho_{g}}\right)n_{s}\right) \\ - \frac{\overline{\Delta V}}{\overline{a}} \left(\frac{p_{j} - p_{j+1}}{\Delta x} - \rho_{f}\overline{\vec{V}}\dot{M}\left(\frac{1}{\rho_{l}} - \frac{1}{\rho_{g}}\right) - \overline{\nabla p_{f}} \right)$$
(17)
$$- \rho_{f}\overline{\vec{V}}\dot{M}\left(\frac{1}{\rho_{l}} - \frac{1}{\rho_{g}}\right) - \overline{\nabla p_{f}} \\ \cdot \hat{e}_{s}\right) \frac{1}{\hat{e}_{n} \cdot \hat{e}_{s}}$$

となり、第一項の流速の界面平均値は、式(10)に相 当する不連続量を補正し、第2項の圧力勾配に関 しても輸送される運動量分の不連続量を相変化 相当分補正する。

5.3 次元沸騰解析

矩形のプール沸騰を対象とする。解析領域は図 2に示す通り、一辺15mmの正方形の底面、高さ 25mmの領域である。底面から高さ10mmまで水 で満たされており、上部は自由流出境界である。 底面内に加熱境界を模擬した5mm×5mmの正方 形の加熱面を設定する。図2の加熱面はフィンが ついている。このフィンに対しても加熱のための 高温部を設定する。フィンのないプレート型の加 熱面に対して加熱面積が増加し加熱量が増加す る。沸騰点近傍の障害物による流れの影響と加熱



図 2 解析領域と初期水配置。赤い領域は加熱 プレート

表 1 物性值

| 項目 | 設定値 |
|------|---------------------------------|
| 密度 | 水:968kg/m3 |
| | 蒸気:0.58kg/m3 |
| 比熱 | 水:4200J/kg-K |
| | 蒸気:2100J/kg-K |
| 潜熱 | 2200kJ/kg |
| 輸送係数 | 水:粘性係数330×10 ⁻⁶ Pa-s |
| | プラントル数 2.1 |
| | 蒸気:粘性係数12×10 ⁻⁶ Pa-s |
| | プラントル数 1.0 |
| 表面張力 | 59×10^{-3} N/m2 |
| 濡れ角 | 90度 |

量の関係性を評価できる。加熱面に設置する温度 は、飽和温度100℃より10℃高く設定した。メッ シュサイズは1辺0.25mmの六面体要素で作成し た。

発泡点に関しては詳細に説明が必要であろう。 VOF 法の相変化は既に存在する界面を通じて発 生する。もし数値的に加熱面近傍に水しか存在し なければたとえ飽和温度を超えた高温水であろ うとも加熱面からの発泡は起きないことになる。 実際は小さな気泡核が成長し加熱面から気泡が 離脱するように見える。そのため通常は計算形状 モデルの中に小さなキャビティを作成し、そこに 気泡を準備して気泡が成長して離脱する現象を 模擬する。しかしこれでは今回のように加熱領域 にフィンのような障害物が配置された場合の流 れへの影響とキャビティの影響を分離して考察 できない。



図 3 通常用いられるキャビティと沸騰核 本解析では、フィンありとプレートの加熱面での 影響を比較したいため、図 3 のような通常用いら れる沸騰核を配置したキャビティ等は一切用い ていない。その代わりに以下のような取り扱いと した。

- 加熱面に接する第1セルのみ温度回復法 を用いる。温度回復法とは第1セルの温度が 飽和温度を上回った場合、相当する熱量分の 気相質量を発生させ、同量の液相を消滅させ るモデルである。
- 2. 上記以外のセルでは、気液界面を通じて のみ相変化する。

以下に結果のスナップショットを示す。





図 4 左: プレート型加熱面、右: フィン型加熱面

まず気泡が離脱し浮力で水面まで上昇し水面が 大きく揺らぐ。計算の安定性としては全く発散す ることなく5秒間の計算が完了した。フィン型加 熱面では次の大きな気泡が離脱するまでの間に フィンの間に小さな気泡が捕獲されて存在する。 これらが気泡の離脱時間へ影響を与える。

6. まとめ

Advance/FrontFlow/red の VOF 法を用いてプー ル沸騰解析を実施した。気泡核モデルを利用する ことなく気泡離脱現象をとらえることができ、加 熱面近傍の微細な形状による影響を評価できる ことを示した。実際の気泡の離脱現象は、界面と 加熱面の間に液膜が存在しこれが気泡離脱へ大 きな影響を与えることが知られている。キャビテ ィーモデルを用いずとも沸騰解析ができるよう になった Advance/FrontFlow/red をさらに改良し沸 騰現象解析の高精度化に取り組む予定である。

記号

A:面積 n_x :セル界面法線方向 x 成分 $\Delta \mathcal{V}$:コントロールボリューム e_n :界面法線ベクトル e_s :セル中心を結ぶラインに沿った単位ベクトル ds:セル間距離

参考文献

- C.W. Hirt and B.D. Nichols. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. J. Comput. Phys.,39:201-225,1981
- [2] O. Ubbink. Numerical Prediction of Two Fluids Systems with Sharp Interfaces. PhD thesis, Imperial College of Science Technology and Medicine, London, England, 1997
- [3] Fedkiw, R., Aslam, T., and Xu,S., The Ghost Fluid Method for Deflagration and Detonation discontinuities, J. Computat. Physics 154,n.2,393-427(1999)
- [4] Fedkiw, R., and Liu, X-D., The Ghost Fluid Method for Viscous Flows, Progress in Numerical Solutions of Partial Differential Equations, Arcachon, France, edited by M.Hafez, July 1998
- [5] X-D. Liu, R. P. Fedkiw and M. Kang A Boundary Condition Capturing Method for Poisson's Equation on Irregular Domains
- [6] 大西 陽一, "VOF 法を用いた相変化解析の 基礎検証"、技術雑誌アドバンスシミュレー ション Vol.29(2022.4)
- [7] 大西 陽一, "圧力ベース解法における種々の不連続境界面捕獲法の紹介",技術情報誌 アドバンスシミュレーション Vol.28 (2020.9)
- [8] Samuel W.J. Welch and John Wilson, A Volume of Fluid based Method for Fluid Flows with Phase Change ,Journal of Computational Physics 160,662-682(2000)

※ 技術情報誌アドバンスシミュレーションは、 それぞれの文献タイトルの下に記載した DOI から、PDF ファイル (カラー版) がダウンロー ドできます。また、本雑誌に記載された文献は、 発行後に、JDREAMIII(日本最大級の科学技術 文献情報データベース) に登録されます。