

火山爆発に伴う圧力変動や 衝撃波の伝播計算

研究主席 中森 一郎

「地震・噴火現象の解析と数値シミュレーション」セミナー
2015年4月23日（木）開催
アドバンスソフト株式会社

Advance/FrontFlow/FOCUSの 基本機能の概要

- 時間積分
 - オイラー陰解法(LU-SGS陰解法をベースとした手法)
 - 2次または4次精度ルンゲ-クッタ陽解法
- 対流項
 - 衝撃波捕獲法
 - 3次精度TVD補間
- 燃焼モデル
 - 火炎モデル
 - 層流火炎モデル
 - ✓ 高野モデル
 - ✓ G方程式モデル
 - 乱流燃焼速度モデル
 - ✓ 高野モデルからの拡張モデル
 - ✓ G方程式モデル
 - 爆轟波モデル
 - ✓ 1次元ZNDモデルと火炎モデルの統合化モデル
- 乱流モデル
 - 標準k-ε 2方程式をベースとした浮力乱流モデル(WETモデル)^[※]
 - 標準k-ε 2方程式モデル
 - Spalart-Allmaras 1方程式モデル
- LES
 - Smagorinskyモデル

[※] 村上ほか、「浮力を考慮した修正k-εモデルによるサーマルブリュームのCFD解析」、生産研究、第50巻、第1号、pp. 27-30 (1998).

解析手法について(1)

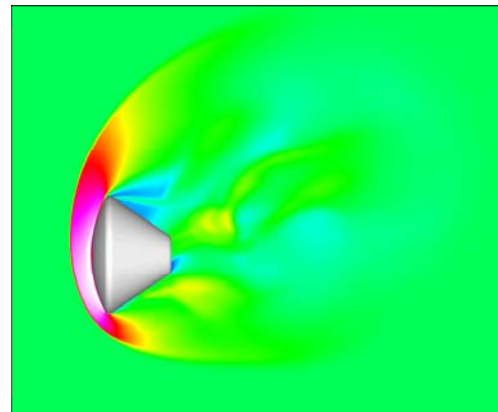
■ 有限体積法の採用

- 差分法に比べて汎用性に勝る
- 有限要素法に比べてメモリ使用量が少なく済む
- 積分型(強保存型)に基づいて離散化をするために保存性が良い
- 複雑形状に対応が容易

■ 密度ベースソルバーの採用

- 衝撃波や爆轟波などの不連続的な分布をシャープに安定に解くことが可能
 - 80年代後半に衝撃波捕獲法(TVD法など)の研究がほぼ完成 → 現在に至る
 - 主として宇宙航空産業において 90年代にCFD手法が成熟

大気圏再突入時のカプセル周りの流れ



解析手法について(2)

■ 有限体積法は以下のNavier-Stokes方程式の積分型に立脚する

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V Q dv + \sum_k [E(Q) - E_v(Q)] S_k = 0$$

■ コントロールボリュームで空間を分割する

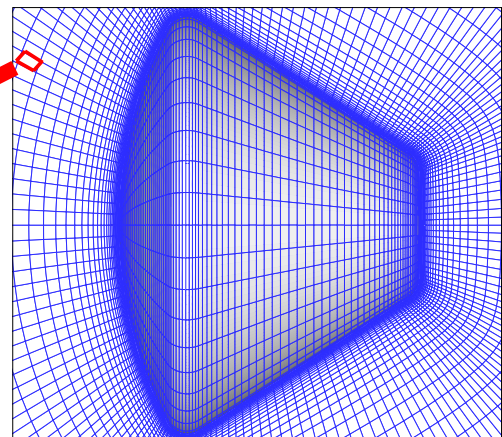
■ 上式をコントロールボリュームで離散化

$$\left(\frac{V_i}{\Delta t} I + \sum_k A_i^+ S_k \right) \Delta Q_i + \sum_k A_i^- S_k \Delta Q_j = -R_i^n$$

■ 離散式は、陽解法のとときにさらに単純になる

$$\frac{V_i}{\Delta t} \Delta Q_i = -R_i^n$$

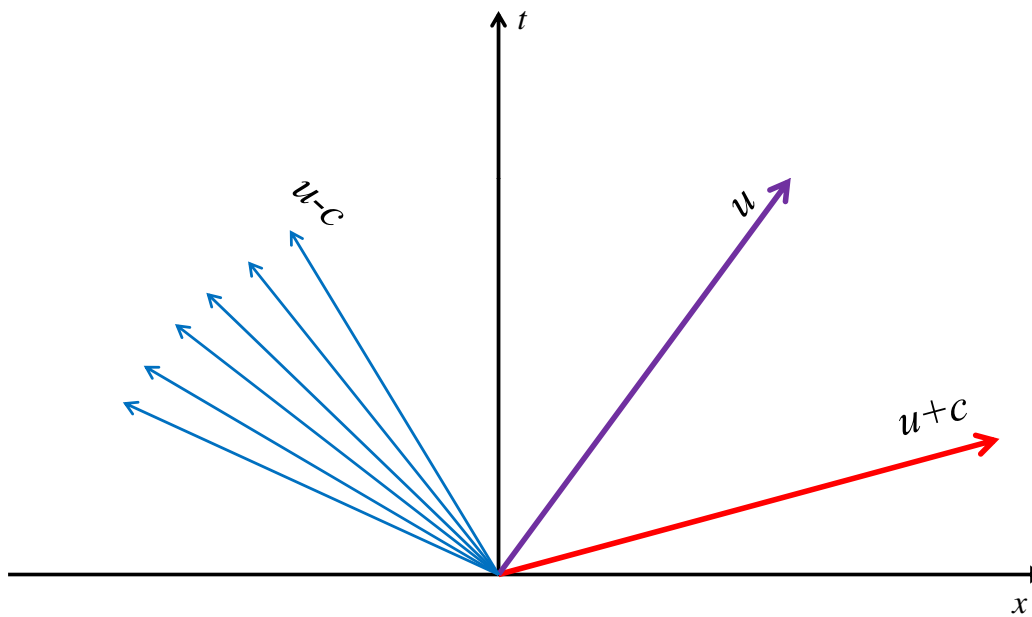
Qは密度、運動量、エネルギーなどで構成される解ベクトル
赤い枠はコントロールボリュームの1つ
赤い線を過ぎる流束を求めて残差ベクトルRを構成する



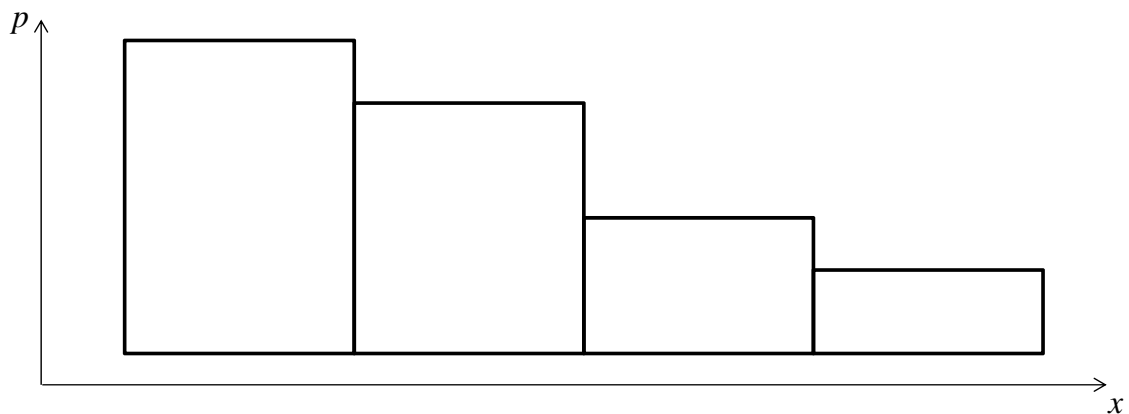
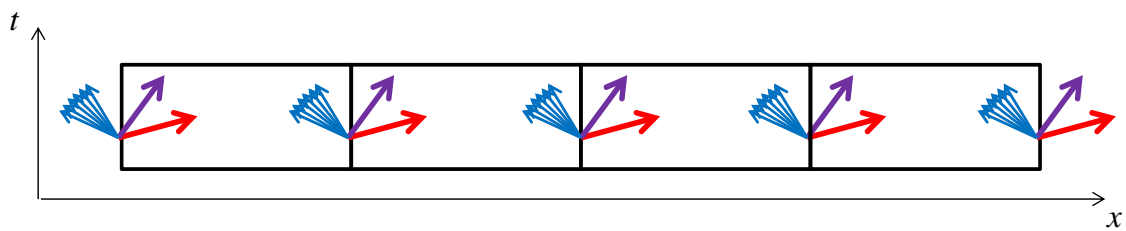
■ 残差ベクトルR_iⁿ をリーマン解法で評価し数値解を得る、非粘性流ならば次式で表される

$$R_i^n = \sum_k E(Q) S_k$$

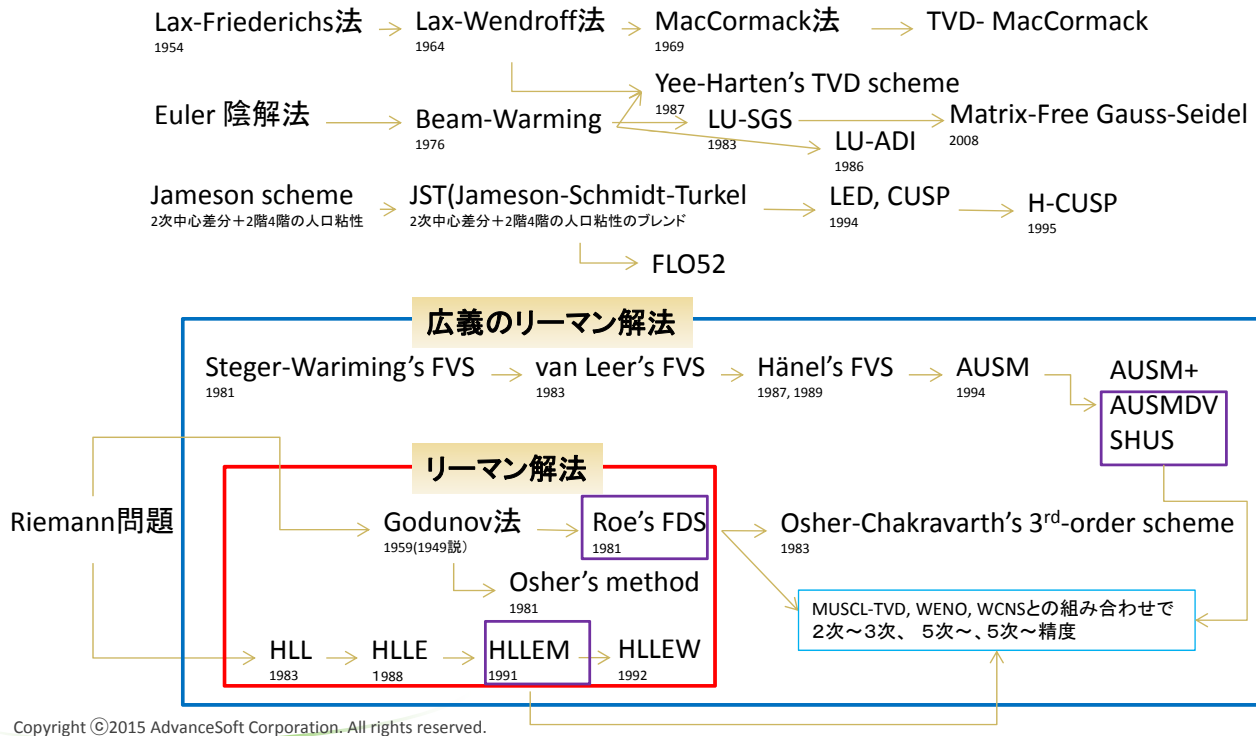
リーマン解法とは？



リーマン解法とは？



圧縮性流れ解析用の風上法のまとめ



空間(対流項)の風上化の選択

- Roeの風上スキーム
 - 強い衝撃波に対して頑丈、強い膨張波に対して脆弱
 - 化学種が増大したときにRoeマトリクスを拡張する必要有り
- **AUSM系のスキーム**
 - 強い衝撃波に対して頑丈、強い膨張波に対しても頑丈
 - 化学種が増大しても、化学種の行のみの対応で可
 - 噴煙のような固相を含む気体にも拡張が容易

空間(対流項)の高精度化

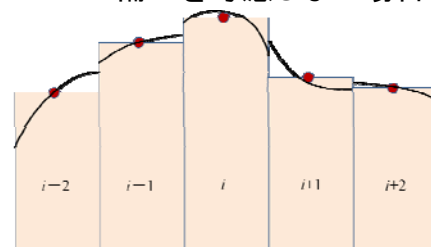
- 線形補間では必ず数値振動が生じる
 - ⇒ Godunov の定理
 - 安定な解法は1次精度しかない
 - 高精度化には補間に工夫が絶対的必要
 - ✓ TVDリミッターを含む若干複雑な内挿切替の式が必要
 - ✓ 不連続面を挟むところは1次精度で、滑らかな分布のところではTVDリミッターが外れる
- TVD: total variation diminishing(Harten, 1983)
 - 「波の」単調性を保証(ただし、線形波に対してであって実際問題には“目途”と割り切る) → 2次精度または3次精度だが極大値・極小値や不連続面近傍で1次精度
- ENO: Essentially Non-Oscillatory scheme (Harten, 1989)
 - n次精度で振幅はn次の微小量で抑えられることが線形問題では保証される
 - WENO(1994) → 5次精度、7次精度、9次精度、、、
 - MENO → 6次精度、、、
 - WCNS → 4次精度、5次精度、、

歪みの大きな計算格子では正確に高精度を達成するのは難しい
⇒ 3次精度TVDを使用することとする

TVDによる高精度化

- 線形補間では必ず数値振動が生じる
 - 線形補間ではなく非線形補間ならば安定な解法で高精度化が可能
 - それではTVDは何をやっているのか？

TVD補正を考慮しない場合



$$Q_{i+\frac{1}{2},L} = Q_i + \frac{1}{6}\bar{\Delta}Q_i + \frac{1}{3}\bar{\Delta}^+Q_i$$

$$Q_{i-\frac{1}{2},R} = Q_i - \frac{1}{6}\bar{\Delta}Q_i - \frac{1}{3}\bar{\Delta}^-Q_i$$

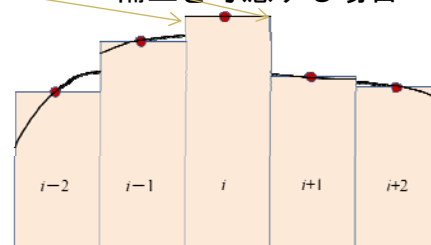
$$\bar{\Delta}^+Q_i = \frac{1}{2}[\text{sign}(\Delta^+Q_i) + \text{sign}(\Delta^-Q_i)] \min(|\Delta^+Q_i|, |\beta|\Delta^-Q_i|)$$

$$\bar{\Delta}^-Q_i = \frac{1}{2}[\text{sign}(\Delta^+Q_i) - \text{sign}(\Delta^-Q_i)] \min(|\Delta^+Q_i|, |\beta|\Delta^-Q_i|)$$

$$\Delta^+Q_i = Q_{i+1} - Q_i$$

$$\Delta^-Q_i = Q_i - Q_{i-1}$$

TVD補正を考慮する場合



Advance/FrontFlow/FOCUSの衝撃波管問題による検証例

厳密解と数値解の比較を実施

✓ $x=0$ を境に左が高圧、高密度とし、

✚ 圧力比が10

✚ 密度比が8

✓格子数は100分割を使用

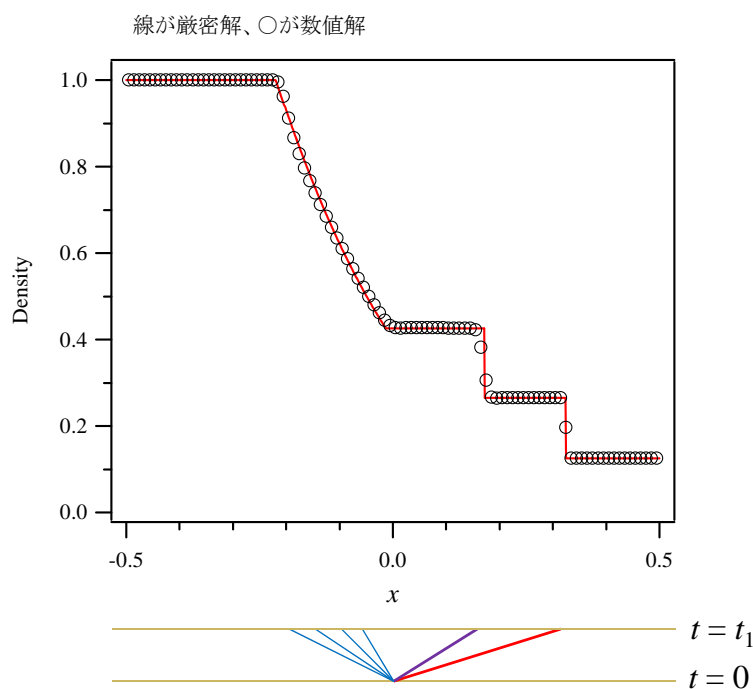
✓数値解法はAUSM系の風上法+3次精度TVD法を使用

✓問題の設定は下記の文献1)を参照

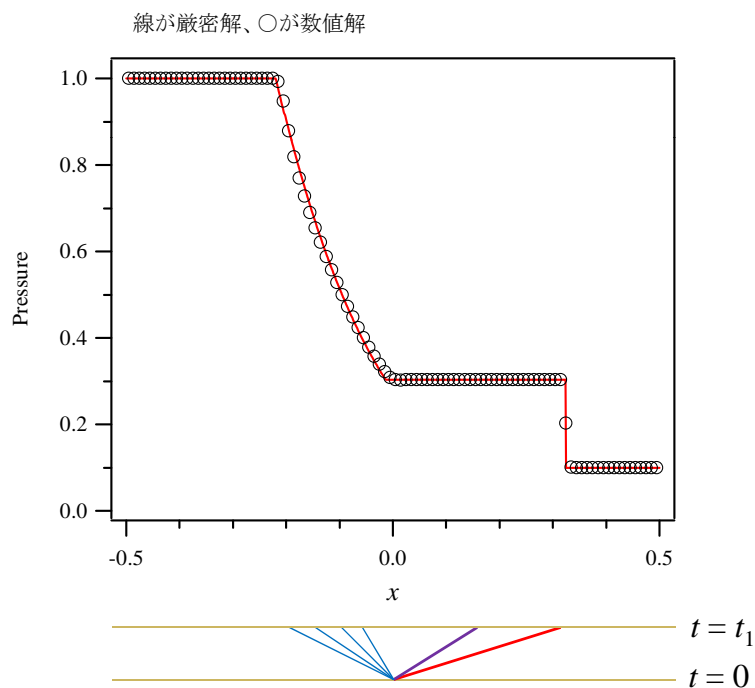
✓厳密解の導出については下記の文献2)を参照

- 1) Sod, G.A., "A Survey of Several Finite Difference Methods for Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws", Journal of Computational Physics (1978), Vol. 27, pp.1-31.
- 2) Hirsch, C., "Numerical Computation of Internal and External Flows(Vol.2: Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows)", A Wiley-Interscience Publication (1992).

衝撃波管問題による検証例(密度分布)



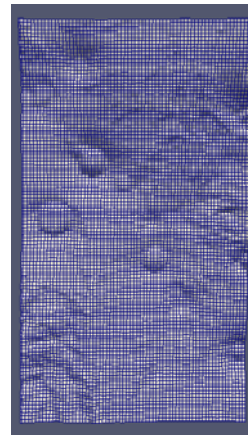
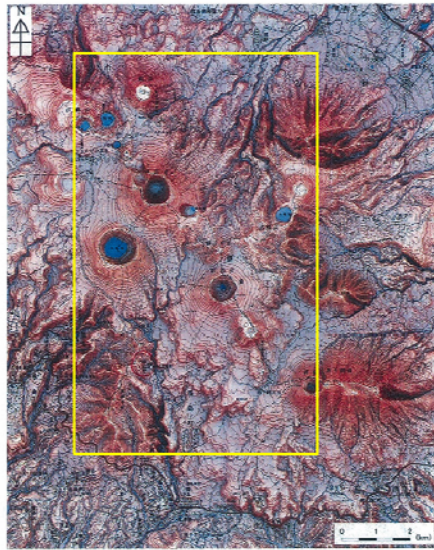
衝撃波管問題による検証例(圧力分布)



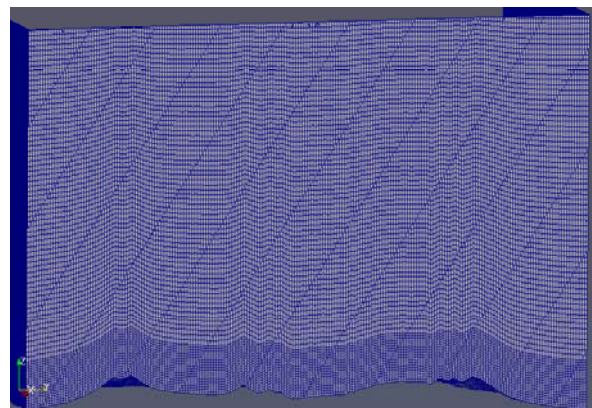
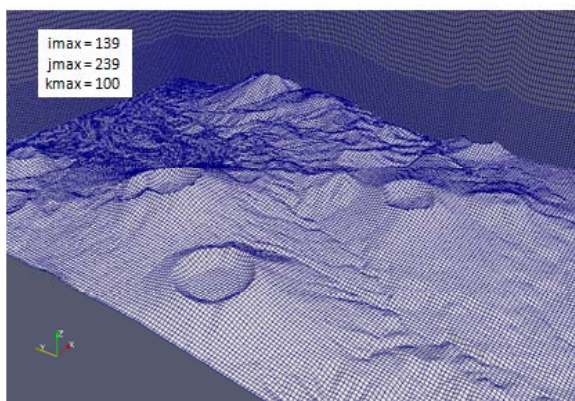
衝撃波管問題による検証例(速度分布)



3次元計算の実際



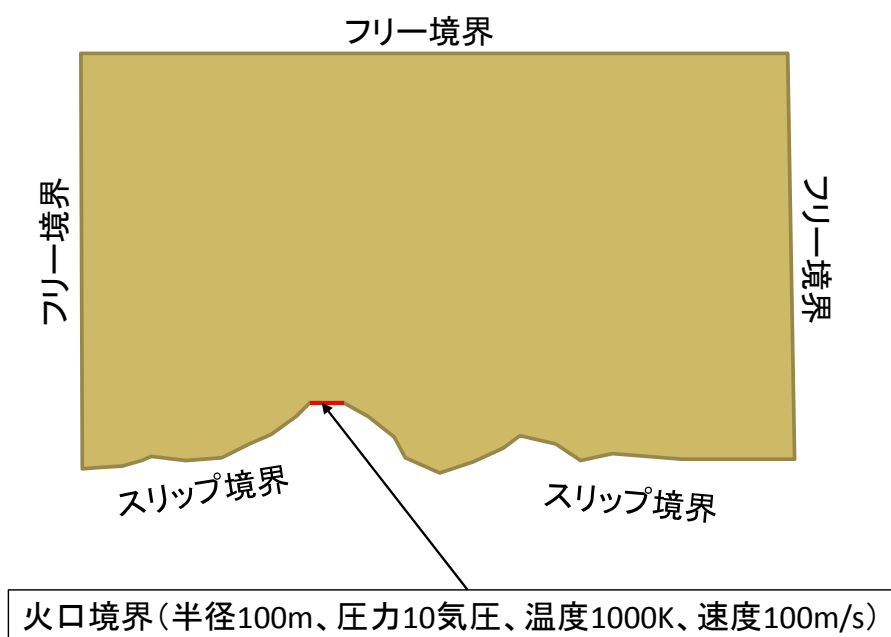
3次元計算の実際



3次元計算の実際(計算条件のまとめ)

時間進行法	風上法	空間精度	時間刻み (s)	空間解像度 (m)	格子数	タイムステップ数
R-K陽解法	AUSM系スキーム	3次精度 TVD	0.028s	($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) =(50, 50, 10)	140 × 240 × 100 = 336万要素	1000 ステップ

3次元計算の実際(境界条件)



3次元計算の実際

50m×50mの解像度での火口近傍



20m×20mの解像度での火口近傍



3次元計算の実際

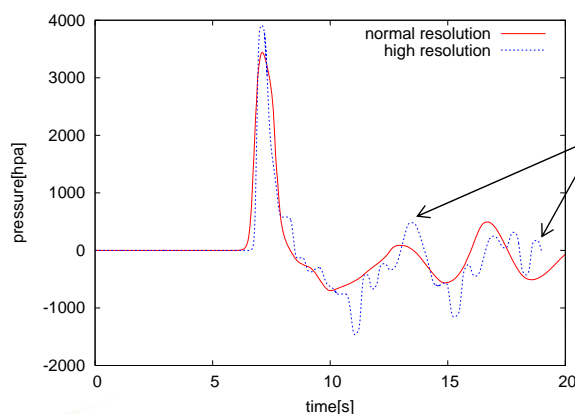


50m×50mの解像度での火口近傍



20m×20mの解像度での火口近傍

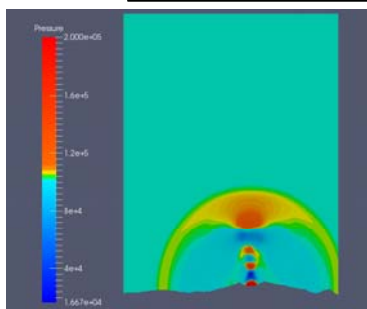
計測地点



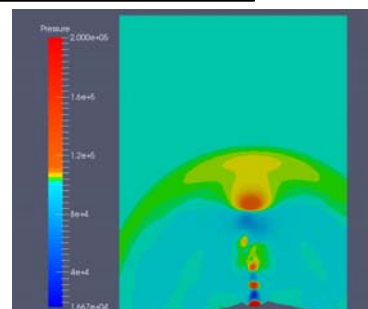
20m/340m/s ~ 0.06s
 ⇒ 0.5s程度の周期までは
 捉えることが可能

3次元計算の実際

格子サイズ： 50m×50m×50m

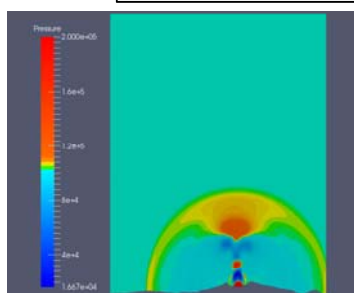


T=7.9s

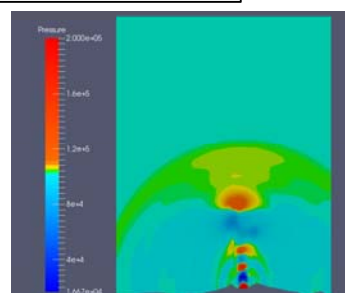


T=12.7s

格子サイズ： 20m×20m×50m

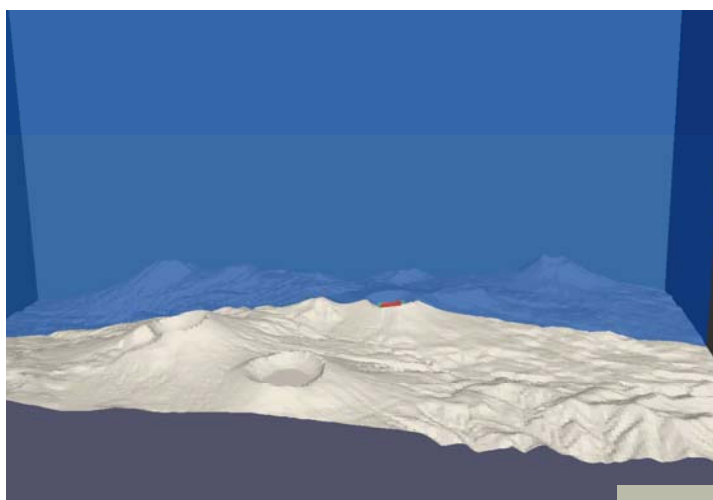


T=7.9s

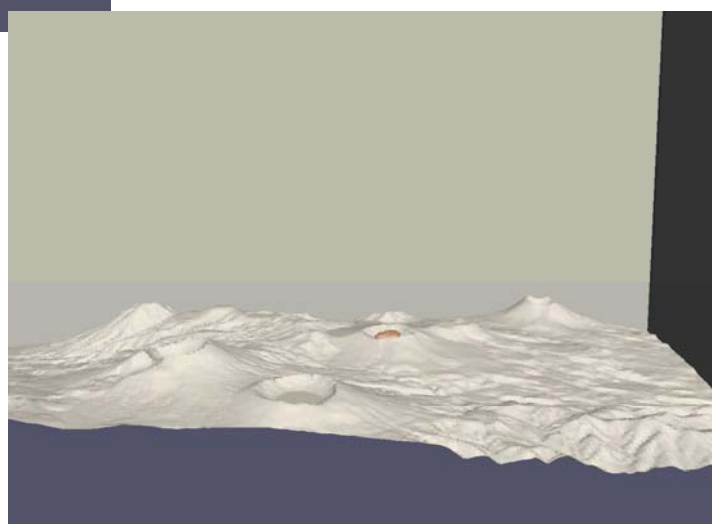


T=12.7s

圧力コンターの動画



圧力等値面の動画



まとめ

- 使用している離散化手法について概説した
- 風上法の整理と選択について述べた
- 空間の高次精度化について述べた
- 簡単な1次元検証問題の結果を示した
- 噴火による空振の数値計算についての例を示した