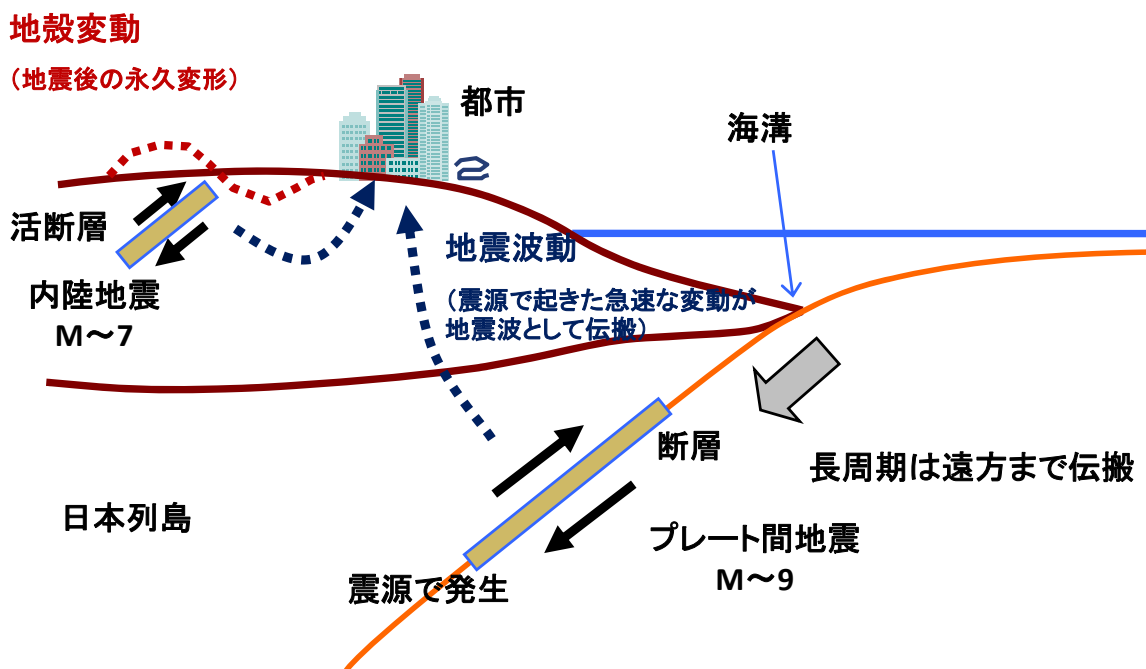


有限要素法による震源や マグマ発生源のシミュレーション

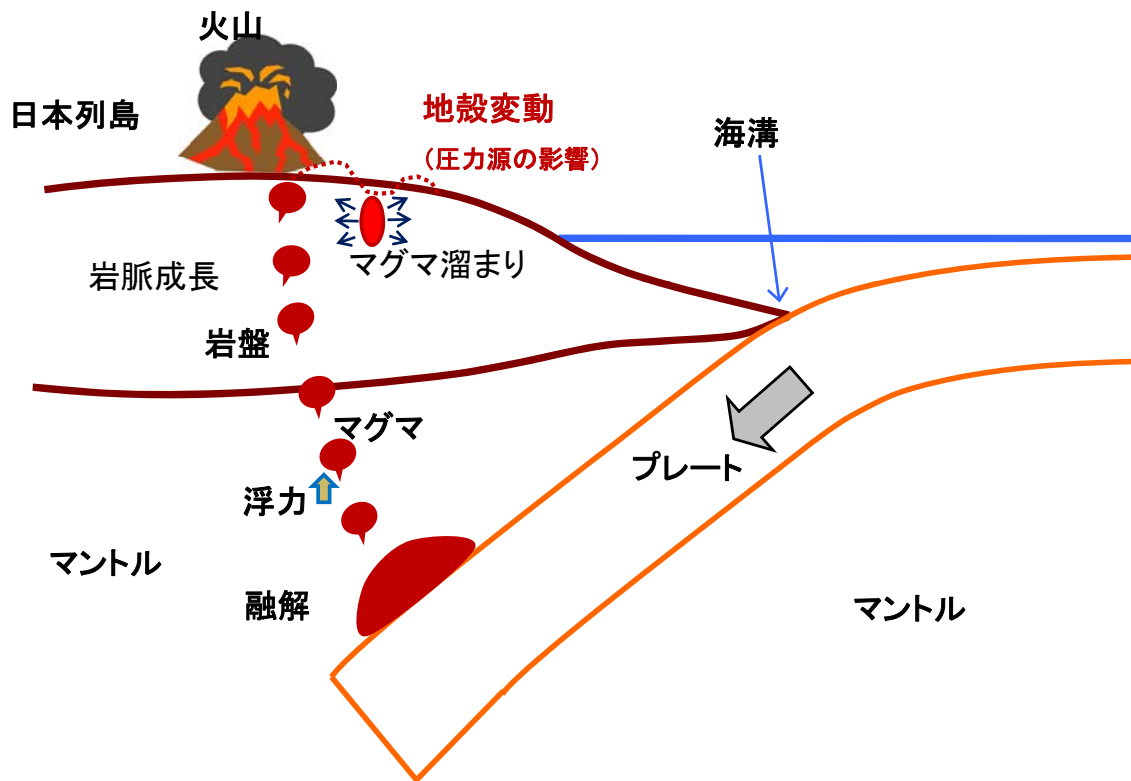
主管研究員 菊池 愛子

「地震・噴火現象の解析と数値シミュレーション」セミナー
2015年4月23日（木）開催
アドバンスソフト株式会社

シミュレーションの概要



地震の現象とシミュレーション



マグマの現象とシミュレーション

対象	解析種類	式区分	基礎式
地震	地殻変動解析	弾性平衡	$\sigma_{ij,j} + b_i = 0$
	地震波動解析	弾性体運動方程式	$\sigma_{ij,j} + b_i - \rho \ddot{u}_i = 0$
マグマ	地殻変動解析	弾性平衡	$\sigma_{ij,j} + b_i = 0$
	岩脈成長解析	弾性平衡 破壊力学パラメータ	$\sigma_{ij,j} + b_i = 0$
			$J = \int_{\Gamma_\varepsilon} (W n_i q_i - \sigma_{ij} n_j u_{i,k} q_k) ds$

空間座標;有限要素法

モデル表現にすぐれ複雑な地中構造、任意の向きを持つ断層や力源に柔軟に対応できる。

地震やマグマのシミュレーション一覧(アドバンスソフト)

Advance/FrontSTR/GEOS 地震やマグマの現象を解くための専用プログラムシステム

主な特徴	実現手段
広域地盤への適用	並列処理 球座標系, 無限要素
断層の表現	断層形状定義を地盤メッシュ定義から分離 断層を三角形や四角形パッチで折れ面近似
複雑な地中構造	三次元地震波速度構造DB (Matsubara and Obara(2011)など) プレート境界 マグマ
地形の組み込み	数値地図 (国土地理院, JTOPO30)
大規模データへの対応	地表・任意切断面・部分構造抽出と可視化, 結果データベース
余効変動	粘弾性 (Maxwellモデル)
断層近傍要素の応力や歪の評価	断層すべりをMPCCG法
機能の発展性	複数のプログラム群を組み合わせるシステム でカスタマイズが容易

シミュレーションの概要

Split Node法 (従来)

$$u_f^{(1)} = u_f + \Delta u_f^{(1)} = u_f + 0.5 \Delta u_\delta$$

$$u_f^{(2)} = u_f + \Delta u_f^{(2)} = u_f - 0.5 \Delta u_\delta$$

MPCCG法 (本方法)

$$u_{(upper)} - u_{(lower)} = u_\delta$$

$u_{(upper)}$: 断層上面節点の変位

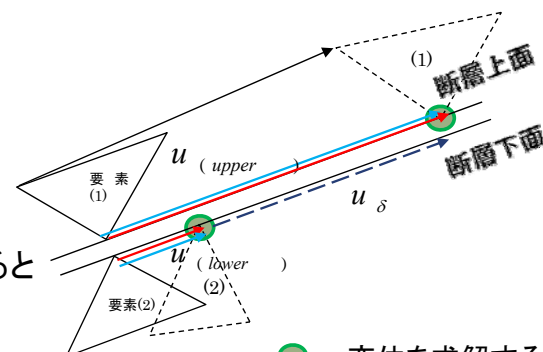
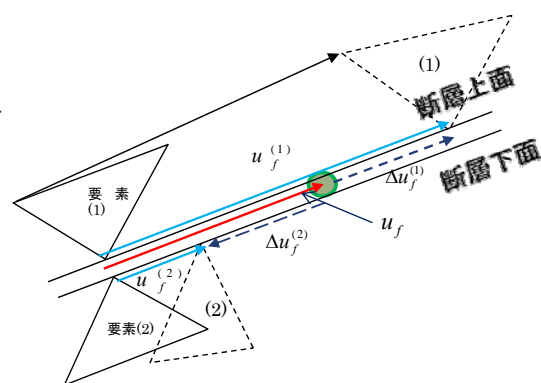
$u_{(lower)}$: 断層下面節点の変位

u_δ : すべり量

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_{upper} \\ u_{lower} \\ u_{etc} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ u_{lower} \\ u_{etc} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u_\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

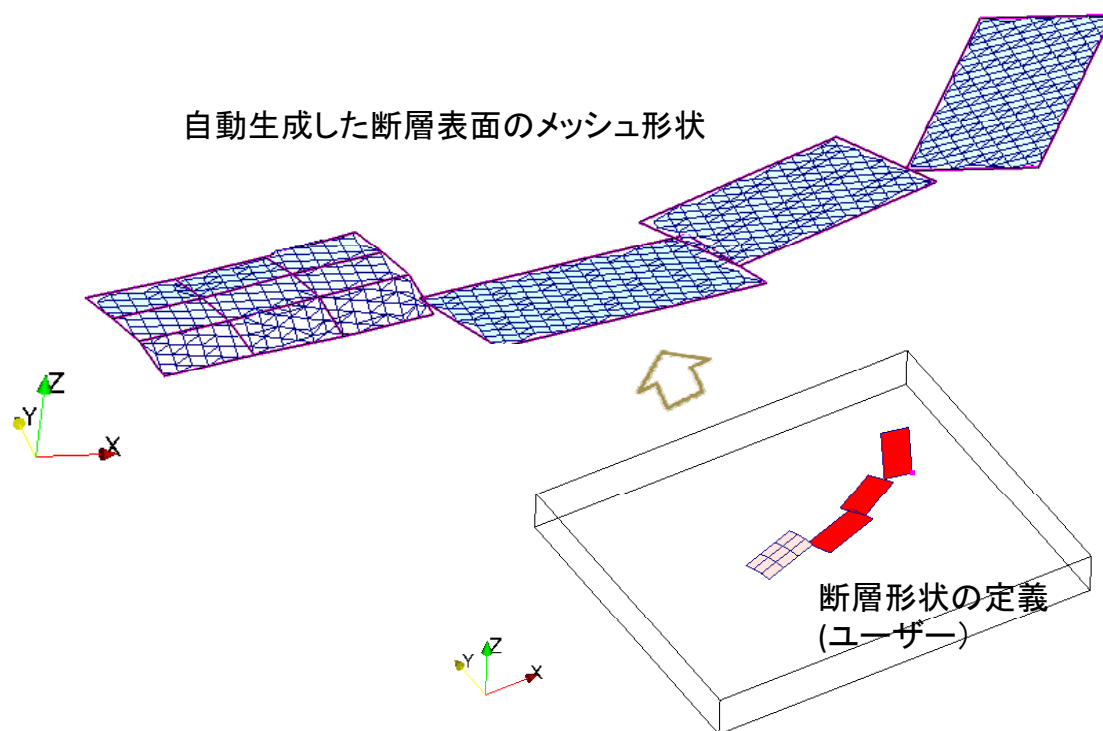
求解方程式は上式の変換行列をTとすると

$$[T]^T [K] [T] \{u_{master}\} = [T]^T \{f\} - [K] \{\bar{u}\}$$



● : 変位を求解する節点

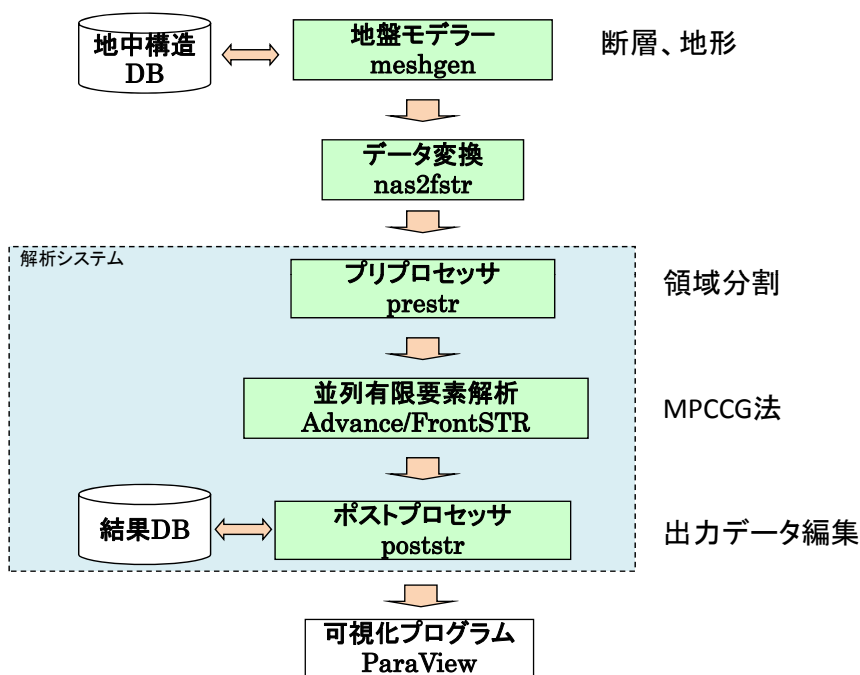
断層すべりの処理



断層の定義方法とメッシュ分割の例

Advance/FrontSTR/GEOS システム仕様

	機能	仕様
①	基本機能	有限要素法により地震およびマグマのシミュレーション 静応力解析/線形動解析
②	システム環境	Windows/Linux
③	地表面	・地形を考慮する。
④	材料特性	・弾性および粘弾性 (Maxwellモデル)
⑤	地盤モデル化機能	・メッシュを自動で生成 ・4面体、5面体 (プリズム)、6面体1次要素 ・Matsubara and Obara(2011)に従う速度構造など ・断層・圧力源の位置・形状を任意に設定できる ・無限要素を自動生成できる
⑥	計算機能	・大規模計算に対応できる並列計算機能 ・断層、圧力源周辺における変位・応力分布を表現できる MPCCG法
⑧	断層の形状	・断層定義を地盤メッシュと独立に定義できる ・多角形で表現される形状の頂点の位置を入力。頂点を用いた3角形&4角形の組み合わせを定義する
⑨	圧力源の形状	・球体、楕円体、板状岩脈



ニーズに合わせた再構成や、新プログラムの組み込みも容易

システムの基本構成 Advance/FrontSTR/GEOS

地殻変動解析(震源)

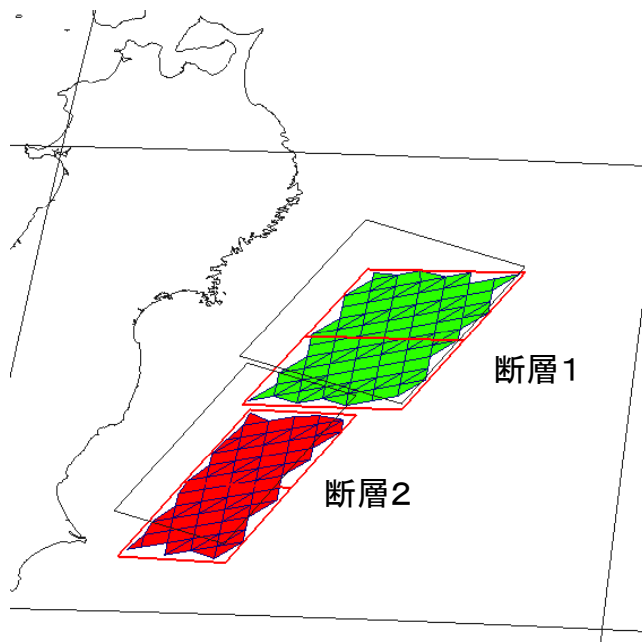
全体地盤モデル

東経128° ~149° (1826km)
北緯28° ~46° (2000km)
深さ400km

節点数: 569891
要素数: 542163
要素サイズ: 18km × 17km × 13km
計算時間: 3時間32分(10step, WinPC)

#HEXA	10	100	120	30				
+	10	20	30	40	50	60	70	80
+	Z	20.0	*10	15.0	*10	5.0	*10	

地殻変動解析例 東北地方太平洋沖地震と富士山への影響



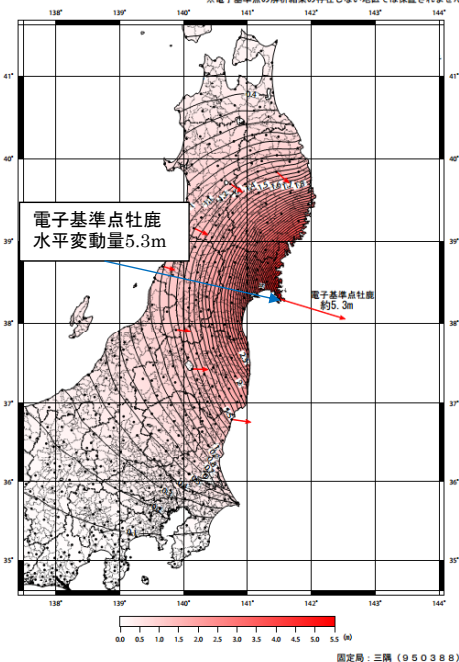
項目	断層1	断層2
緯度	38.80	37.33
経度	144.00	142.80
上端深(km)	5.1	17.0
長さ(km)	186	194
幅(km)	129	88
走行角(度)	203	203
傾斜角(度)	16	15
すべり角(度)	101	83
すべり量(m)	24.7	6.1
マグニチュード	8.8	8.3

出典: <http://www.gsi.go.jp/cais/topic110422-index.html>

震源モデル

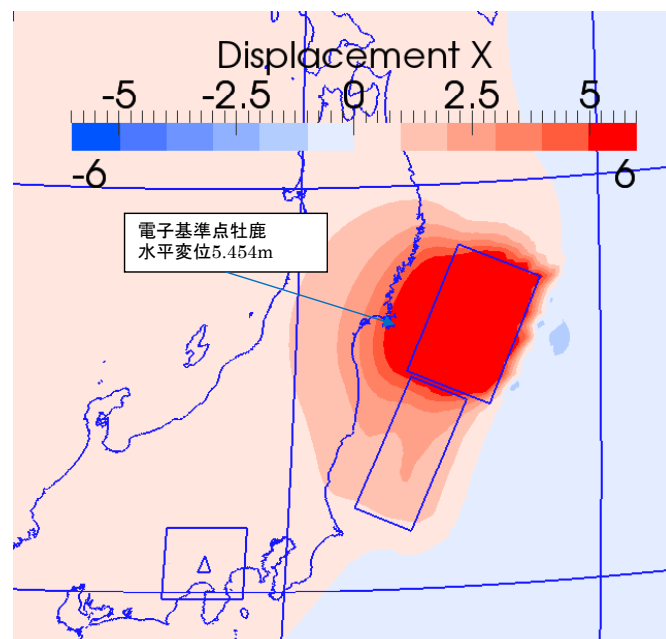
本震 (M9.0) に伴う地殻変動
等変動量線図 (水平変動量)

基準期間: 2011/03/01 21:00 - 2011/03/09 21:00 R3速報解 平均値
比較期間: 2011/03/11 18:00 - 2011/03/11 21:00 G3迅速解 平均値
※電子基準点の解析結果の存在しない地区では保証されません



出典: <http://www.gsi.go.jp/chibankansi/chikakukansi40005.html>

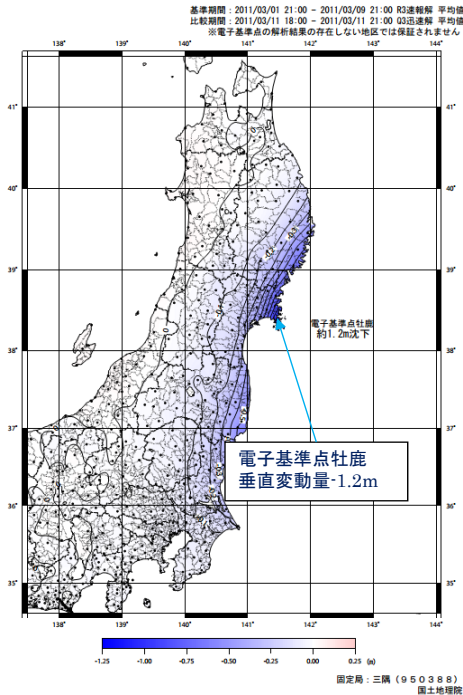
地表における水平変位(解析結果)



単位: m

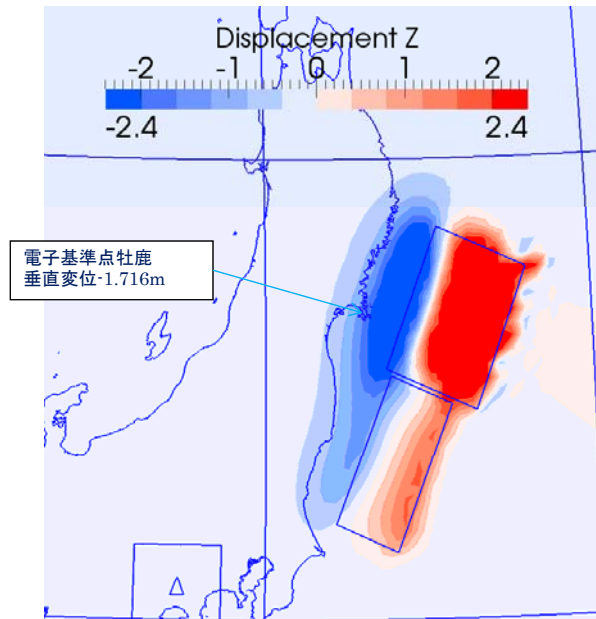
0年解析結果(水平変位)

本震 (M9.0) に伴う地殻変動
等変動量線図 (上下変動量)



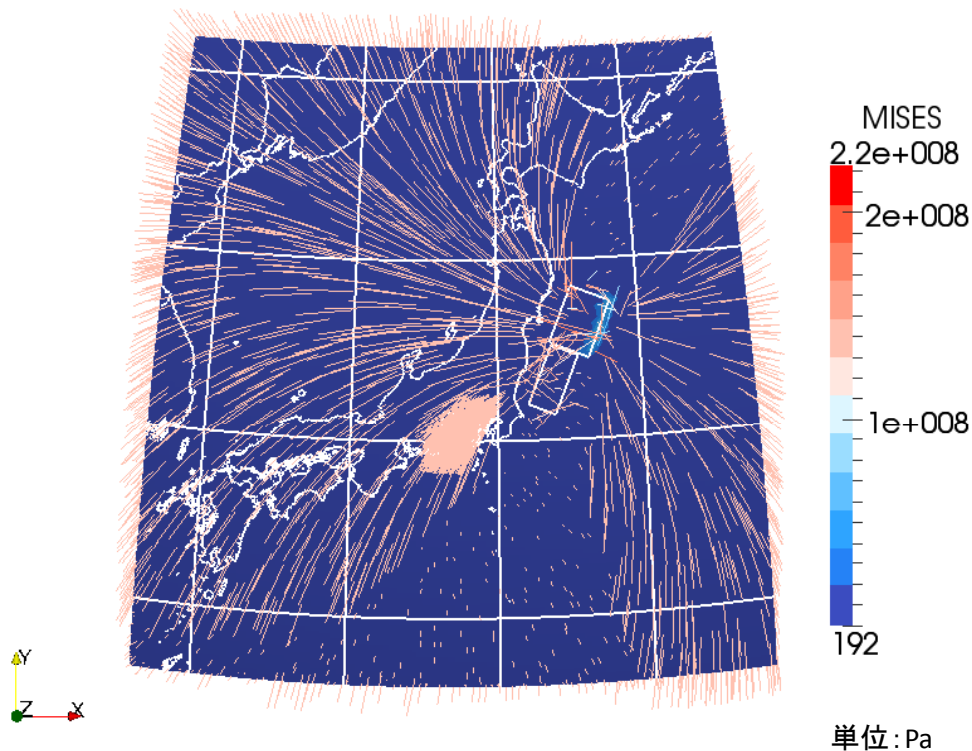
出典: <http://www.gsi.go.jp/chibankansi/chikakukansi40005.html>

地表における鉛直変位 (解析結果)



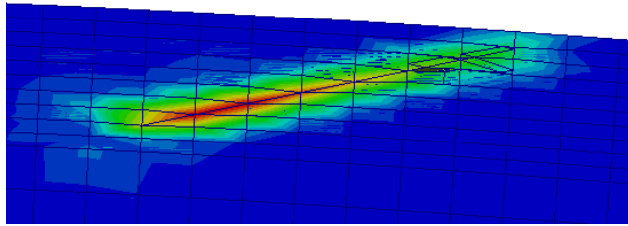
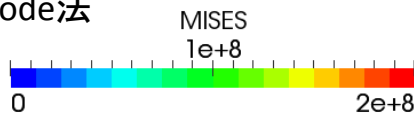
単位: m

0年 解析結果(鉛直変位)

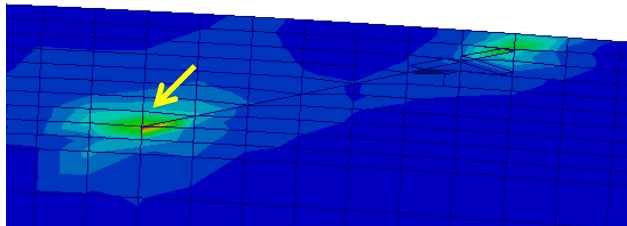
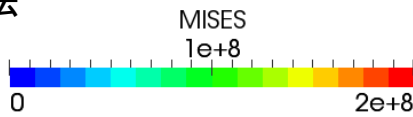


0年解析結果(最大主応力線)

Split Node法



MPC法



断層端部に
応力集中



鉛直断面切断位置

地中応力の分布(断層近傍)

マグマ特性	内容
Vs	0m/sec
Vp	2500m/sec
密度	2500kg/m3
位置	富士山直下10km
形状・サイズ	半径3km球体

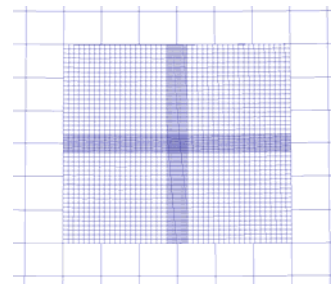
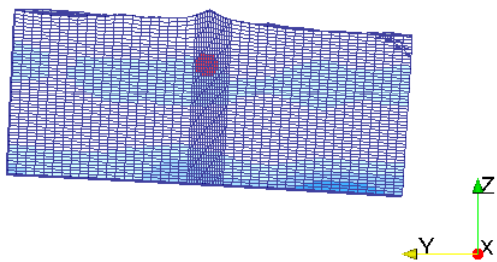
多段解析(ズーム解析)

全体の粗メッシュ解析終了後、境界変位を抽出して富士山の細分メッシュ解析を実行。
メッシュ作成は容易だが、境界条件抽出が面倒。



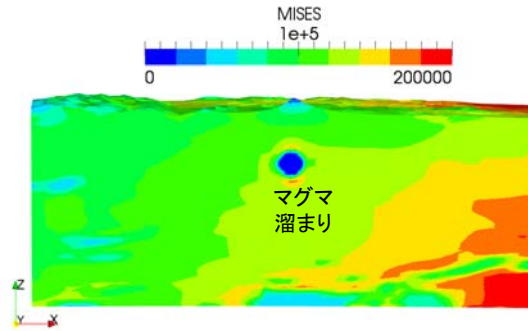
一段解析

全体の粗メッシュ部分と富士山の細分メッシュ部分の一体解析。
メッシュの粗密の違いは、GLUE機能でMPC条件を自動生成して解決。境界条件の抽出が不要。

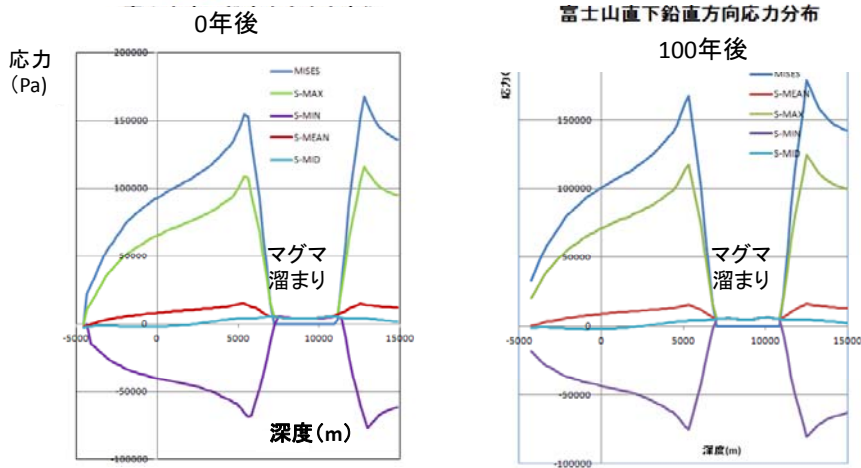


MPC条件による細分側節点の変位補間

富士山詳細部のモデル

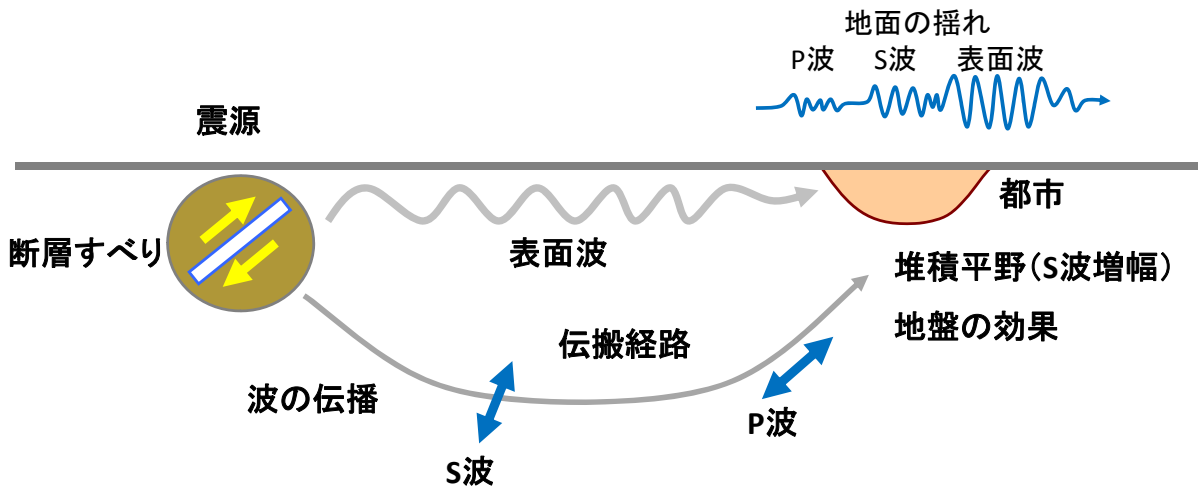


解析事例提供:
防災科学技術研究所
地震・火山防災研究ユニット殿



富士山直下マグマ周辺の応力変化

- 断層に沿う急激なすべりにより周囲に地震波を放射する現象を解析
- 複雑な地中速度構造の影響も考慮できる
- 地表/地中に発生する変位、速度、加速度、応力、ひずみの波形を求める



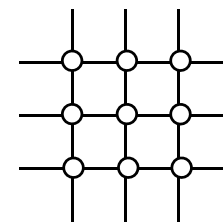
大規模モデル(震源~着目地域)
→計算時間膨大→大規模高速解析

地震波の伝播と地盤の揺れ

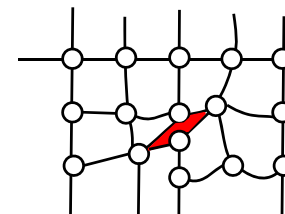
慣性力 粘性力 弾性力 震源から等価節点力

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t)$$

ここに、節点変位ベクトル $\mathbf{u} = \{u_{ik}\}$
 節点外力ベクトル $\mathbf{f} = \{f_{ik}\}$
 集中質量行列 $\mathbf{M} = \{M_{kk}\}$
 剛性行列 $\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dV$
 減衰行列 \mathbf{C}



差分法



有限要素法

- 空間座標;有限要素法
- 時間方向;中心差分
- 震源;断層上面・下面すべり運動
- 領域境界での反射波低減; 自動Rayleigh減衰

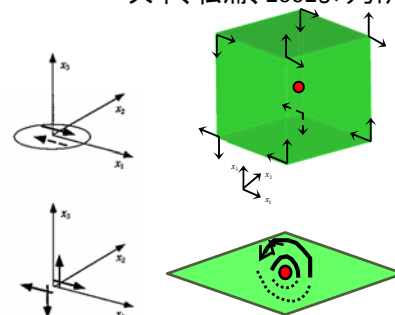
地震波動解析の計算法

点震源

断層面での変位のくい違い運動を近似したモーメントテンソル。震源から観測点までの距離が十分大きいときによく近似できる。「地震発生の物理学」 大中、松浦、2002より引用

$$M_{pq}(t) = \mu \Delta \bar{u}(t) S (n_p v_q + n_q v_p)$$

$M_{pq}(t)$;モーメントテンソル
 $\Delta \bar{u}(t)$;断層面の平均的な変位の食い違い量
 S ;断層面積
 n_p, n_q ;断層面の法線方向ベクトル
 v_q, v_p ;変位の食い違い方向ベクトル



ダブルカップルモーメント

MPC断層すべり(本手法)

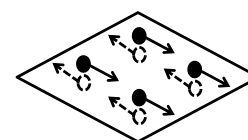
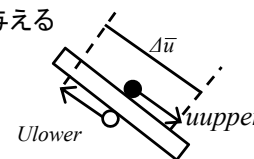
断層面により近い場合も考慮し、断層面での変位のくい違い運動を忠実にモデル化

- 断層を構成する上層と下層の節点に対し、絶対値が等しく符号が異なる変位を与える

$$u_{upper}(x, y, t) = 0.5 \times \Delta \bar{u}(x, y) \times amp(t)|_{x,y}$$

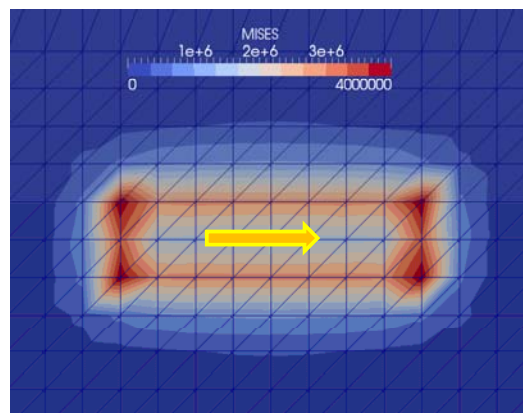
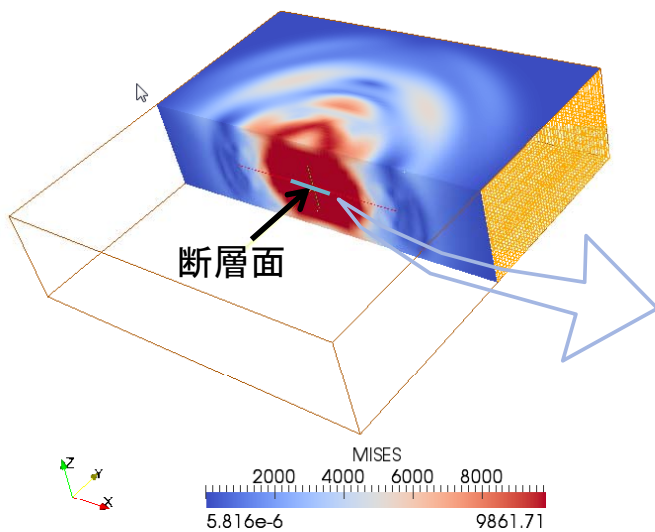
$$u_{lower}(x, y, t) = -0.5 \times \Delta \bar{u}(x, y) \times amp(t)|_{x,y}$$

$u_{upper} \quad u_{lower}$;断層上下層の節点変位
 $\Delta \bar{u}$;食い違い変位量
 $amp(t)|_{x,y}$;断層面内の位置x,yにおける時間関数



断層すべりの処理法

断層面の移動を直接モデル化するため、断層面上の応力も解析できる。
断層面では端部に高い応力集中が発生する。

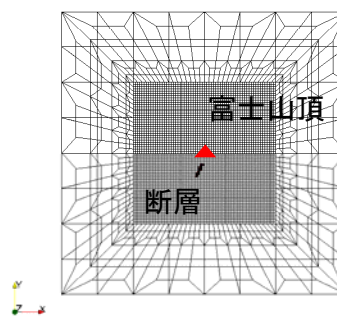
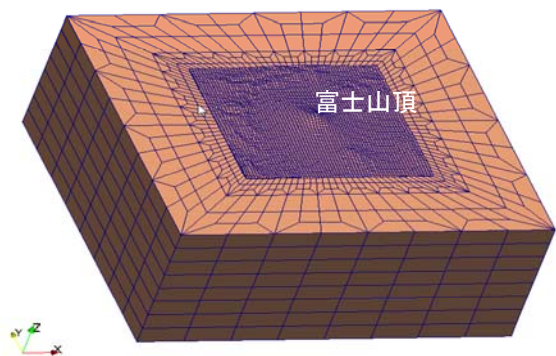


断層面ミーゼス応力(20S)

断層面上の応力

区分	項目	仕様
地盤モデル	モデル規模	100km×100km×45km 最小メッシュサイズ 1km 152,858節点 145,559要素
	速度構造	三次元地震波速度構造
減衰	Rayleigh減衰	なし
	粘性ダンパー	底面および側面
震源モデル	タイプ	ランプ型
	ライズタイム	2秒
計算条件		$\Delta t = 0.02$ 秒

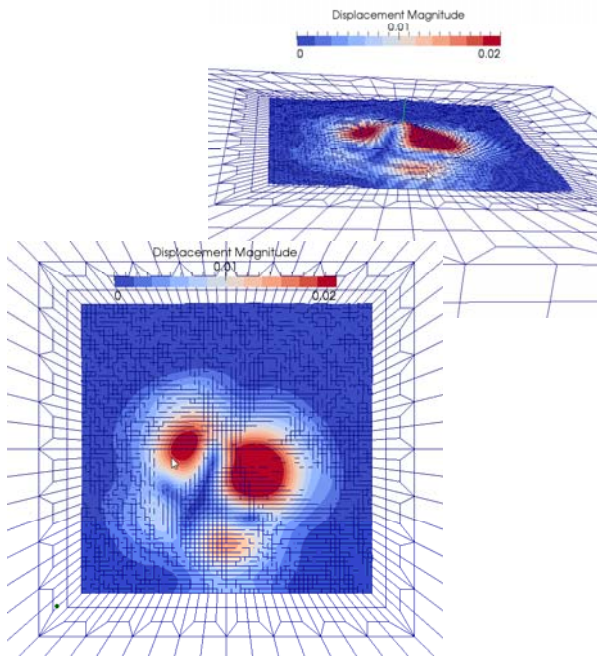
断層長さ6.9km幅5.1km
走行31° 傾斜角72°
すべり角22°
すべり量0.73m
上端深さ3.8km



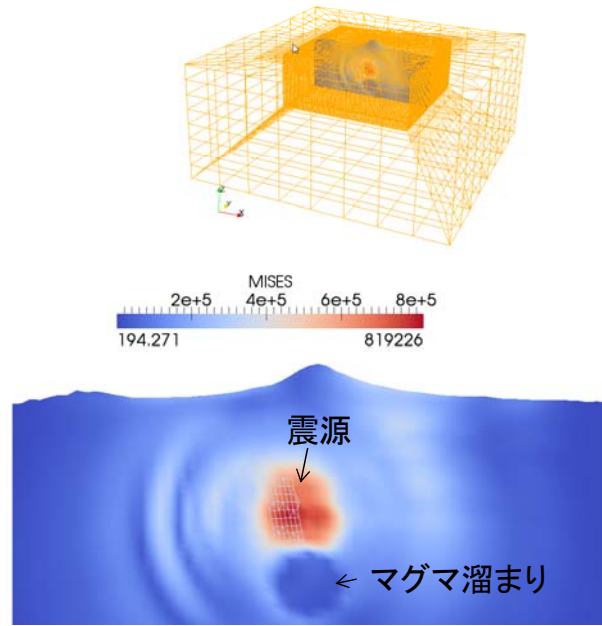
2011年3月15日静岡県東部の地震

東西100km南北100km深さ45km

実地震解析例 (地盤メッシュモデルと震源断層)

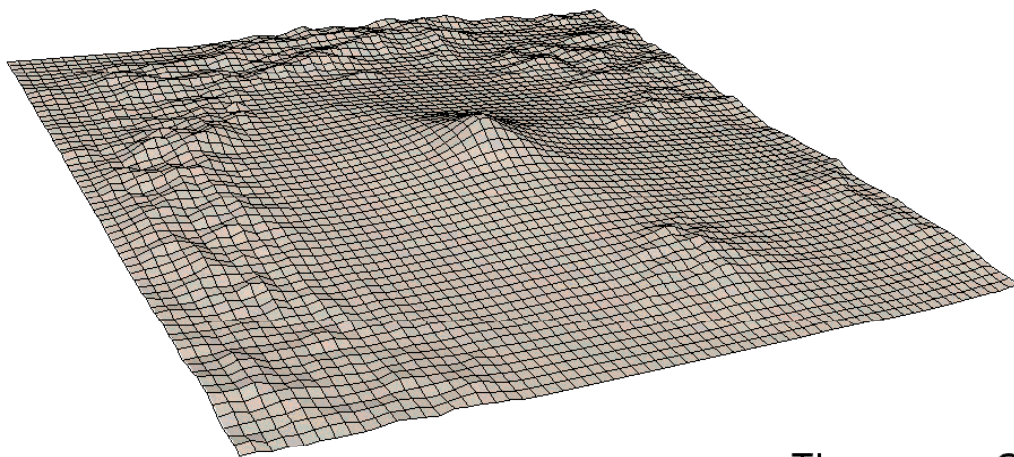


地表面の変位 (四象限型)



等価応力(中央緯線方向断面)

地震による変位・応力の応答(地震発生後4s)



Time: 0



Velocity Z-direction

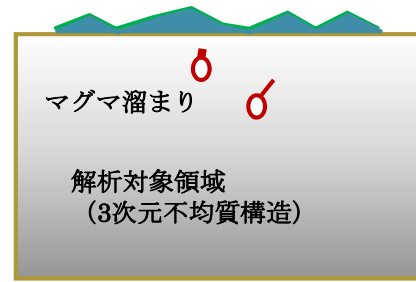
地震波の伝搬(地表面の鉛直速度)

概要

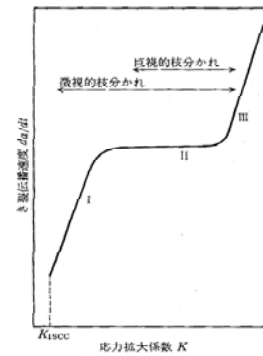
マントルで生まれたマグマは浮力を受けて上昇する。急速な上昇の前の準備段階である、マグマが岩盤のクラックの先端を腐食しながらゆっくりと拡大する過程(応力腐食)を解析する。

開発項目

- ①重合メッシュ法による解析機能の開発
き裂近傍のメッシュと全体メッシュを別々に作成することが可能となる。
- ②破壊力学パラメータ算出機能の開発
き裂前縁の各点において任意の仮想き裂進展方向におけるJ積分を行う機能を開発する。
- ③自動解析、自動メッシュ機能の開発
き裂進展に従ったき裂近傍のメッシュを自動作成し、全体メッシュとの統合を行うとともに、き裂進展解析を自動的にを行う機能を開発する。



解析対象



き裂進展速度と応力拡大係数K

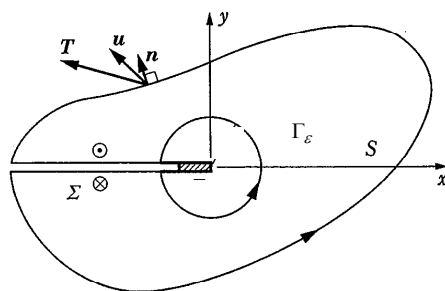
岩脈成長シミュレーションシステムの開発

岩脈成長シミュレーション

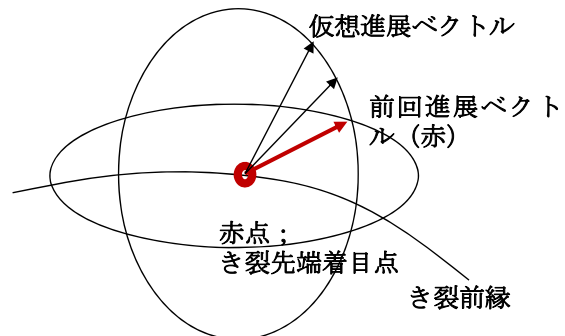
$$J = \int_{\Gamma_\epsilon} (Wn_i q_i - \sigma_{ij} n_j u_{i,k} q_k) ds$$

ただし

- Γ_ϵ ; き裂先端を含む任意の平面上に取った微小な積分経路
- W ; ひずみエネルギー密度
- n ; 平面に含まれ経路上でき裂先端から遠ざかる方向に向かう単位法線ベクトル
- σ_{ij} ; 応力テンソル
- u ; 変位
- q_i ; き裂進展方向を表す単位長さのベクトル



RiceのJ積分



仮想進展ベクトルの設定

破壊力学パラメータの計算(応力拡大係数、進展方向)

- ①変位はグローバルなメッシュの変位とローカルなメッシュの変位を重ね合わせる。
- ②グローバルとローカルの境界および形状は必ずしも一致しない。
- ③ローカル形状の境界でローカル変位は消滅する。

$$u = u^G + u^L$$

$$u^L = 0 \quad \text{on } \Gamma^{GL}$$

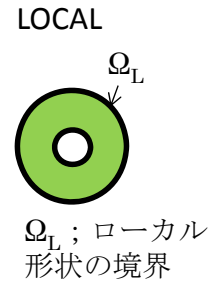
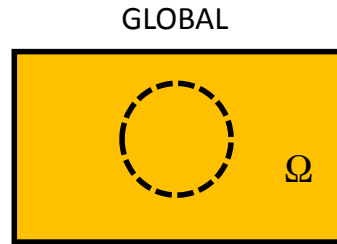
それぞれの領域で変位を補間する。

$$u^G = N^G \bar{u}^G$$

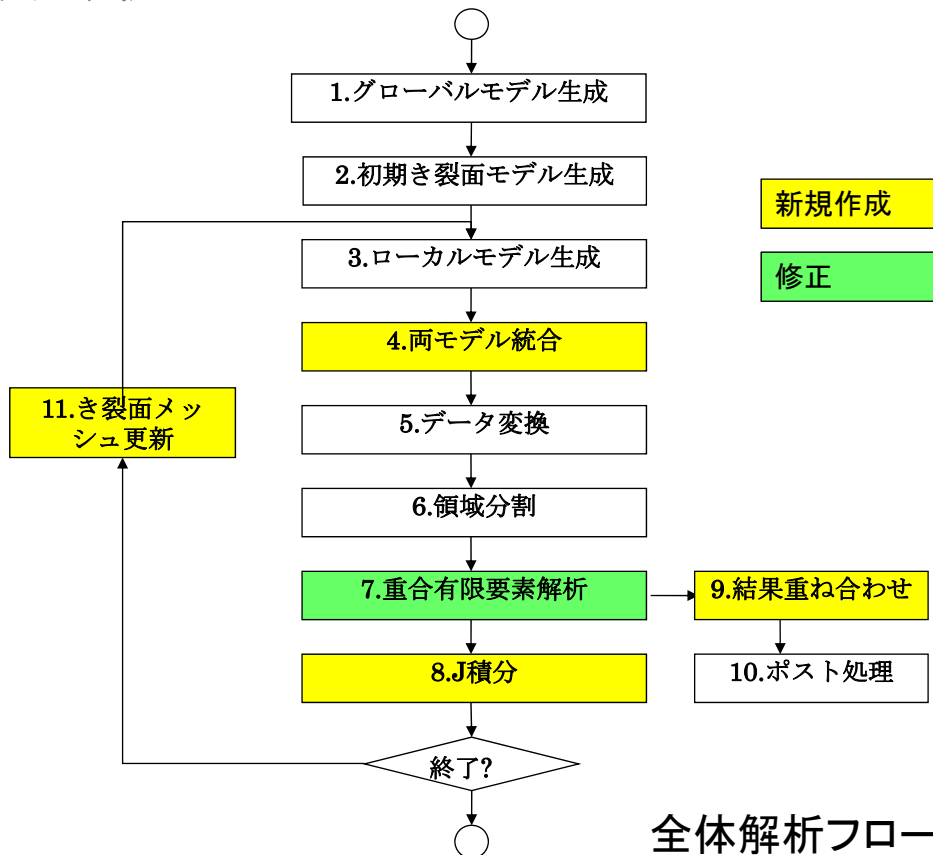
$$u^L = N^L \bar{u}^L$$

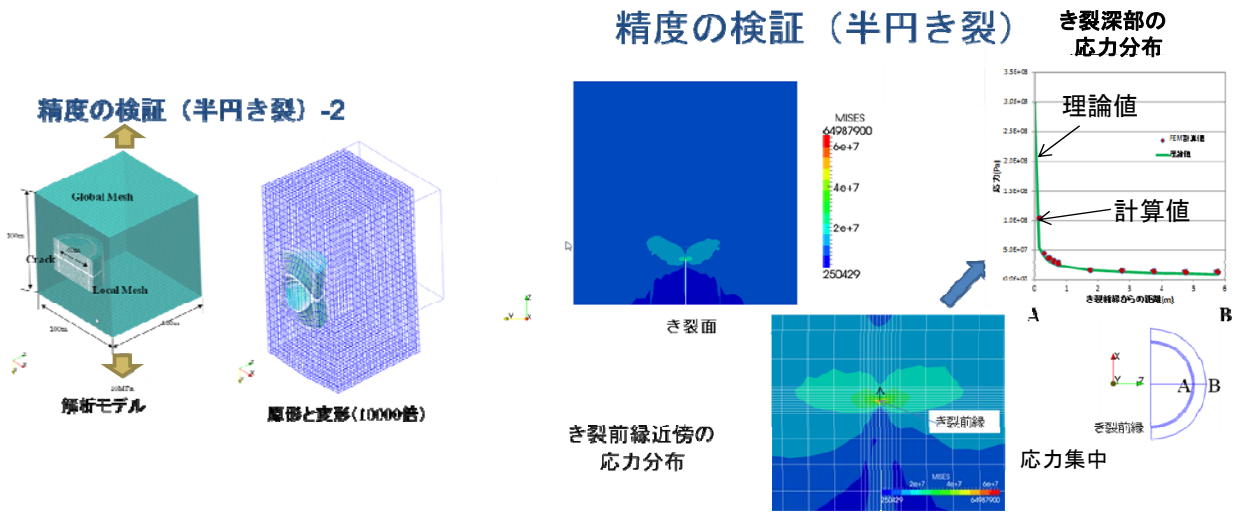
ただし

u ; 変位
 N ; 形状関数



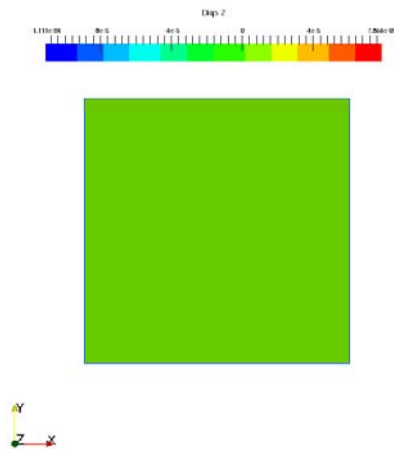
重合メッシュ法の計算式



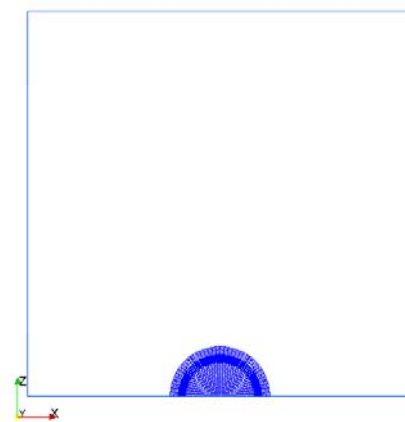


重合メッシュ法によるき裂解析の精度の検証

- ・ モデルサイズ: 500m(X) × 500m(Y) × 500m(Z)
- ・ き裂の半径: 50m
- ・ 節点数: 17,576, ヘキサ要素数: 15,625.
- ・ メッシュサイズ: 20m × 20m × 20m
- ・ 地盤材質: ヤング率80GPa, ポアソン比0.3, 密度2500kg/m³
- ・ マグマ密度: 2300kg/m³
- ・ 境界条件: 底面のZ方向変位を拘束. また剛体変形を防止



地表面の鉛直方向変位分布



岩盤き裂の成長
(下方; マグマ側、上方; 地表)

岩脈成長に伴う地表面変形の推移

まとめ

- 震源やマグマの現象にはシミュレーションできる範囲が広い。有限要素法による構造解析プログラムを用いて震源やマグマを解析できるシステムAdvance/FrontSTR/GEOSを開発した。
- 断層すべりや圧力源に伴う地殻変動解析を実施したところ十分な精度が得られ、有効であることを検証した。
- 断層の処理にMPC法を採用して断層付近の応力を評価できる。MPCCG法を用いることにより大規模モデルの解析もできるようになった。
- 専用のプリポストプロセッサの具備により複雑で大規模な地盤の解析を効率的に計算することが可能である。
- 上記システムは複数のプログラム群で構成されるため、カスタマイズもしやすく、今後も現象解析の範囲を拡張していく予定である。