

有限要素法を用いた地震動の予測 (MPC断層解析の利点)

防災シミュレーションセミナー
2013年4月25日(木)開催
菊池 愛子



Copyright ©2013 AdvanceSoft Corporation. All rights reserved

本日の話題

- 地震波動解析機能
- 基盤プログラム
- 開発システムの特徴
- 計算方法
- 解析事例(計算性能)
- 解析事例(実地震への適用)



Copyright ©2013 AdvanceSoft Corporation. All rights reserved

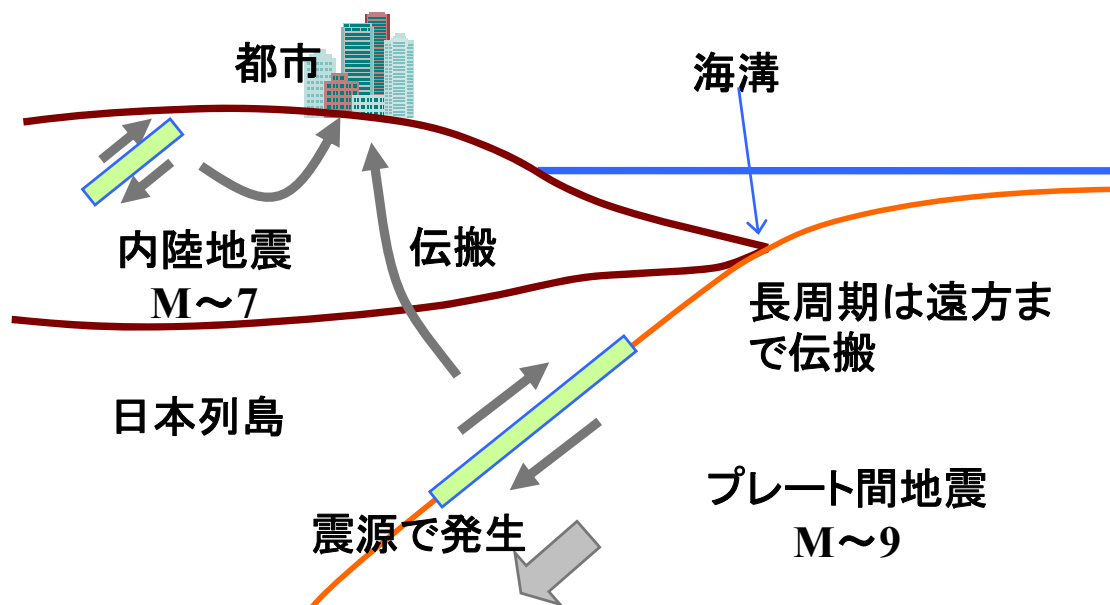
地震波動解析機能

- 地盤内の断層すべりにより発生する地震波の伝搬を解析
- 地表の各地点などに発生する変位、速度、加速度、応力、ひずみの波形を求める

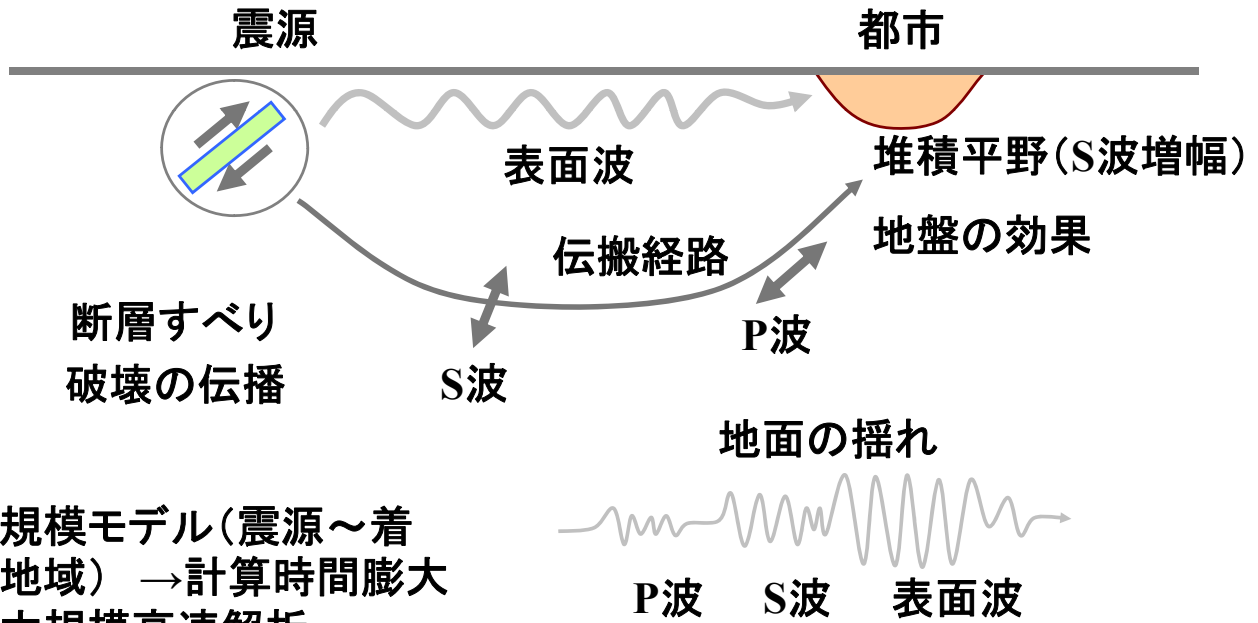


地震波動解析機能-1

プレート間地震と内陸地震



地震波動解析機能-2 地震波の伝播と地盤の揺れ



大規模モデル(震源～着目地域) → 計算時間膨大
→ 大規模高速解析

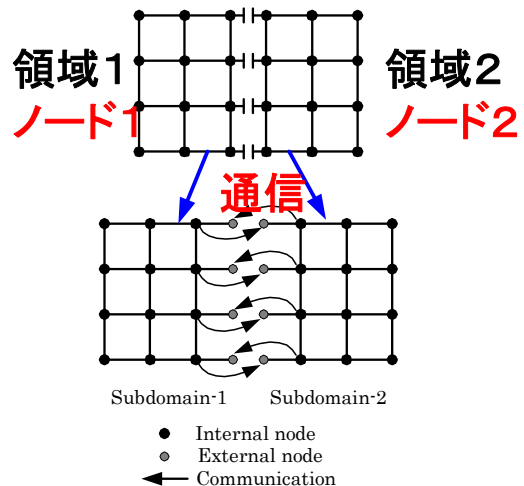
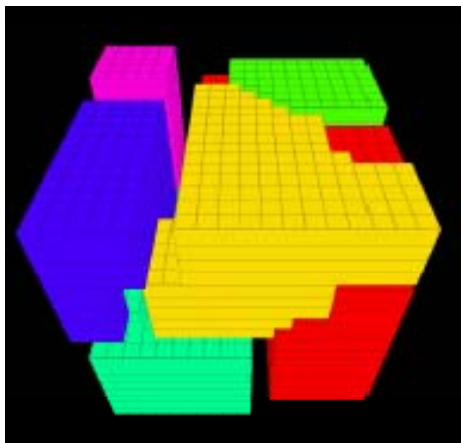


Copyright ©2013 AdvanceSoft Corporation. All rights reserved

基盤プログラム(FrontSTR)

並列計算
処理

平野モデルの領域分割例
分割数; N → 解析時間約1/N
領域分割手法; Metis等



Copyright ©2013 AdvanceSoft Corporation. All rights reserved

計算方法

- 空間座標 ; 有限要素法
- 時間方向 ; 中心差分
- 震源 ; 断層上面・下面すべり運動
- 領域境界での反射波低減 ;
自動Rayleigh減衰



有限要素法

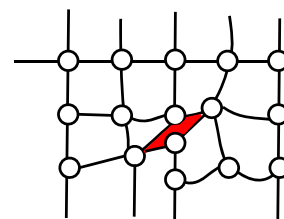
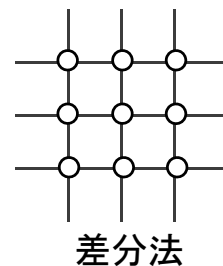
- 仮想仕事の原理 → 求解方程式

$$\int_V \delta u_i \{ \sigma_{ij,j}(t) + b_i(t) - \rho \ddot{u}_i(t) \} dV = 0$$

$$\int_V \delta u_i \rho \ddot{u}_i dV + \int_V \delta \left\{ \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \right\} C_{ijkl} \left\{ \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k}) \right\} dV$$

$$= \int_V b_i(t) \delta u_i dV + \int_S \delta u_i T_i(t) dS$$

$$[M] \{ \ddot{u} \} + [K] \{ u \} = \{ f \}$$



◆ 運動方程式

慣性力 粘性力 弾性力 震源から等価節点力

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t)$$

ここに、節点変位ベクトル $\mathbf{u} = \{u_{ik}\}$

節点外力ベクトル $\mathbf{f} = \{f_{ik}\}$

集中質量行列 $\mathbf{M} = \{M_{kk}\}$

剛性行列 $\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d v$

減衰行列 \mathbf{C}



減衰行列

□ 粘性ダンパー

半無限地盤への波動の伝播をダッシュポットによる粘性減衰で近似的に表現する

(性能が周波数に依存し反射波が発生しやすい)

$$[C_{face}] = \frac{A}{n} \begin{bmatrix} [C] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [C] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [C] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [C] \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} \rho V_s & 0 & 0 \\ 0 & \rho V_s & 0 \\ 0 & 0 & \rho V_s \end{bmatrix}$$



震源処理

□点震源

断層面での変位のくい違い運動を近似したモーメントテンソル。震源から観測点までの距離が十分大きいときによく近似できる。

□MPC断層すべり → 採用

断層面により近い場合も考慮し、断層面での変位のくい違い運動を忠実にモデル化

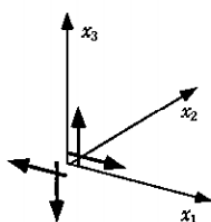
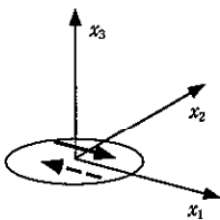


点震源

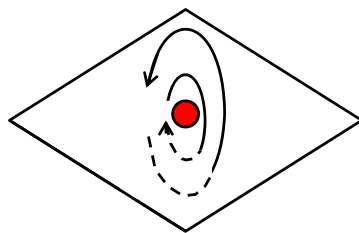
$$M_{pq}(t) = \mu \Delta \bar{u}(t) S (n_p v_q + n_q v_p)$$

「地震発生の物理学」
大中、松浦、2002より引用

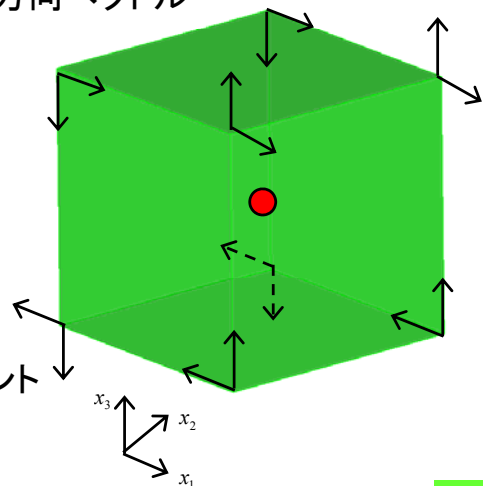
- $M_{pq}(t)$; モーメントテンソル
- $\Delta \bar{u}(t)$; 断層面の平均的な変位の食い違い量
- S ; 断層面積
- n_p, n_q ; 断層面の法線方向ベクトル
- v_q, v_p ; 変位の食い違い方向ベクトル



断層すべり



ダブルカップルモーメント



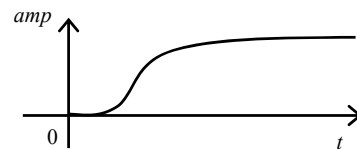
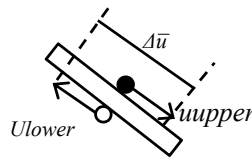
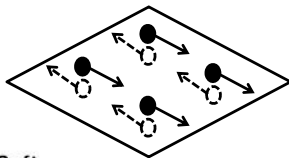
MPC断層すべり

- 断層を構成する上層と下層の節点に対し、絶対値が等しく符号が異なる変位を与える
- 断層面の各点に任意の時間関数で設定可。

$$u_{upper}(x, y, t) = 0.5 \times \Delta \bar{u}(x, y) \times amp(t) \Big|_{x,y}$$

$$u_{lower}(x, y, t) = -0.5 \times \Delta \bar{u}(x, y) \times amp(t) \Big|_{x,y}$$

u_{upper} u_{lower} ; 断層上下層の節点変位
 $\Delta \bar{u}$; 食い違い変位量
 $amp(t) \Big|_{x,y}$; 断層面内の位置 x,y における時間関数



反射波の低減

□ 無反射境界 (Permanent Matching Layer)
音響インピーダンスを整合させ波を外部に透過

□ Dynamic Solvent Extraction

人工粘性を加えた結果から無減衰状態を近似

□ 自動Rayleigh減衰 → 採用

周囲の緩衝領域で解析対象領域からの距離により減衰を増加



無反射境界

波動方程式の分解

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = (\lambda + 2G) \left[\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right], \frac{\partial A_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial A_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial A_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

$$\rho \frac{\partial \Psi}{\partial t} = G \left[\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right], \frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial z},$$

$$\rho \frac{\partial \chi}{\partial t} = G \left[\frac{\partial C_x}{\partial x} + \frac{\partial C_y}{\partial y} + \frac{\partial C_z}{\partial z} \right], \frac{\partial C_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \chi}{\partial x}, \frac{\partial C_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \chi}{\partial y}, \frac{\partial C_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \chi}{\partial z}$$

求解方程式

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{p}\mathbf{v} + \mathbf{Q}(t)$$

ただし、

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{G} & \mathbf{H} & \mathbf{R} \\ \bar{\mathbf{G}} & \bar{\mathbf{H}} & \bar{\mathbf{R}} \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -a_0(t) \\ 0 \end{Bmatrix}, \mathbf{V} = \begin{Bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{d} \\ \bar{\mathbf{V}} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{G} = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}^I, \mathbf{H} = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}^I$$

ここに、 $a_0(t)$ は、地震加速度ベクトルである。

上式のVは、内部領域の節点では6自由度 ($u, v, w, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$)

PML境界要素との結合節点では21自由度 ($\varphi, \Psi, \chi, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Psi_x, \Psi_y, \Psi_z, \chi_x, \chi_y, \chi_z, A_x, A_y, A_z, B_x, B_y, B_z, C_x, C_y, C_z$)

PML境界要素の節点では18自由度 ($\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \Psi_x, \Psi_y, \Psi_z, \chi_x, \chi_y, \chi_z, A_x, A_y, A_z, B_x, B_y, B_z, C_x, C_y, C_z$)

http://www.archi.hiro.kindai.ac.jp/laboratory/SAL/dfujii/Report/rinko/rinko_13.pdfより引用



(2) Dynamic-Solvent Extraction

人工減衰を加えた結果から無減衰状態を近似する。

$$[M] \{\ddot{u}^t\} + 2\zeta [M] \{\dot{u}^t\} + ([K] + \zeta^2 [M]) \{u^t\} = \{P\}$$

無減衰のインピーダンスマトリックスは下記のように求められる

$$S(\omega) = S_\zeta(\omega + i\zeta) = S_\zeta(\omega) + i\zeta \frac{\partial S_\zeta(\omega)}{\partial \omega}$$

$$R(t) = (1 + \zeta t) \{R_\zeta(t)\} - \zeta \{R_{\zeta'}(t)\}$$

where

$$\{R_\zeta(t)\} = \int_0^t [S_\zeta(t-\tau)] \{u(\tau)\} d\tau$$

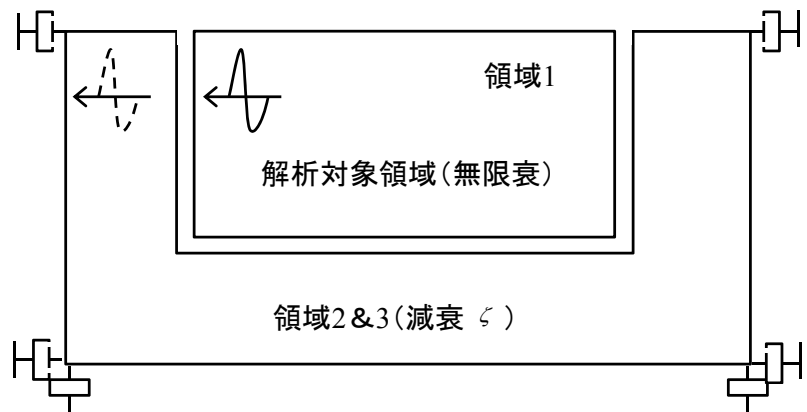
$$\{R_{\zeta'}(t)\} = \int_0^t [S_{\zeta'}(t-\tau)] \tau \{u(\tau)\} d\tau$$

where

$R(t)$; 反力

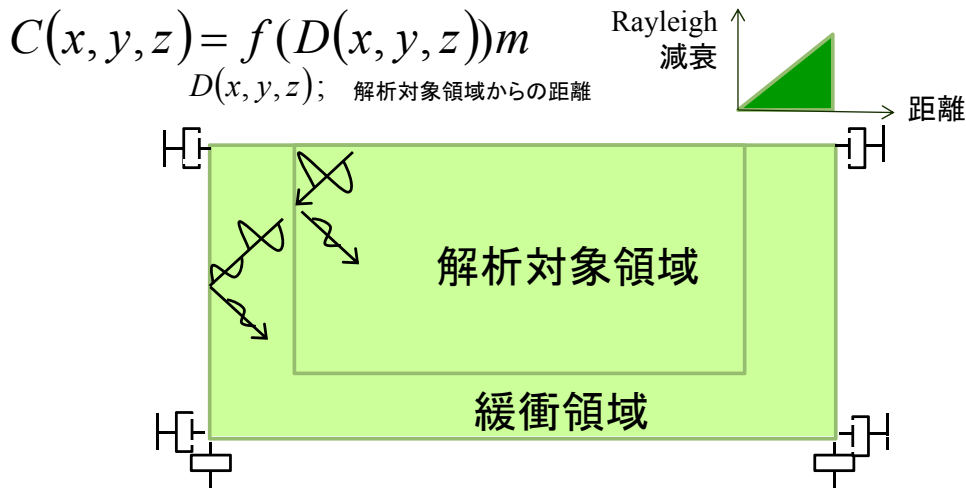
u ; 変位

$[S_\zeta(t)]$; $[S_\zeta(\omega)]$ のフーリエ逆変換



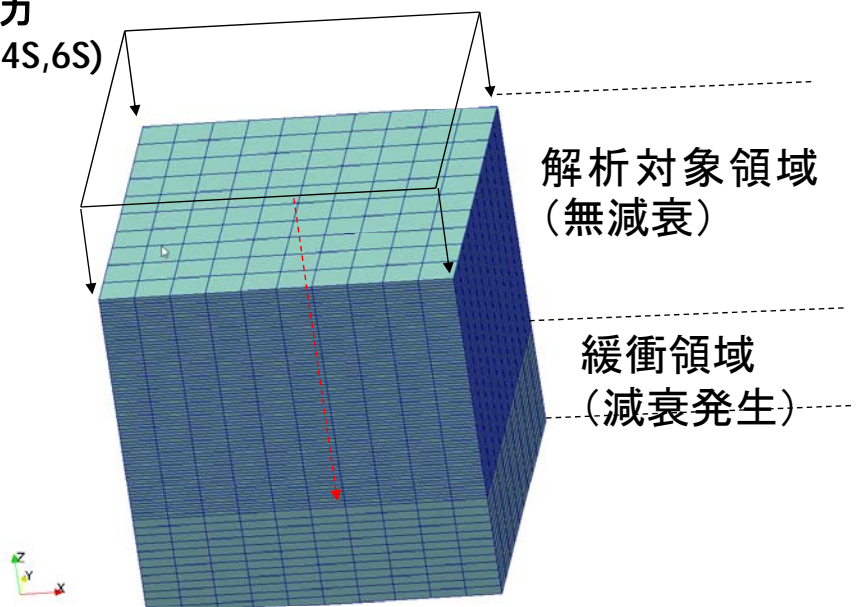
Rayleigh減衰自動増加

- ①解析対象領域の周囲(側面および底面)に緩衝領域を設ける。
- ②緩衝領域には減衰を与える。
- ③緩衝領域の減衰は解析対象領域に接する面では0とし、解析対象領域から離れるにつれて増加するよう自動設定する。

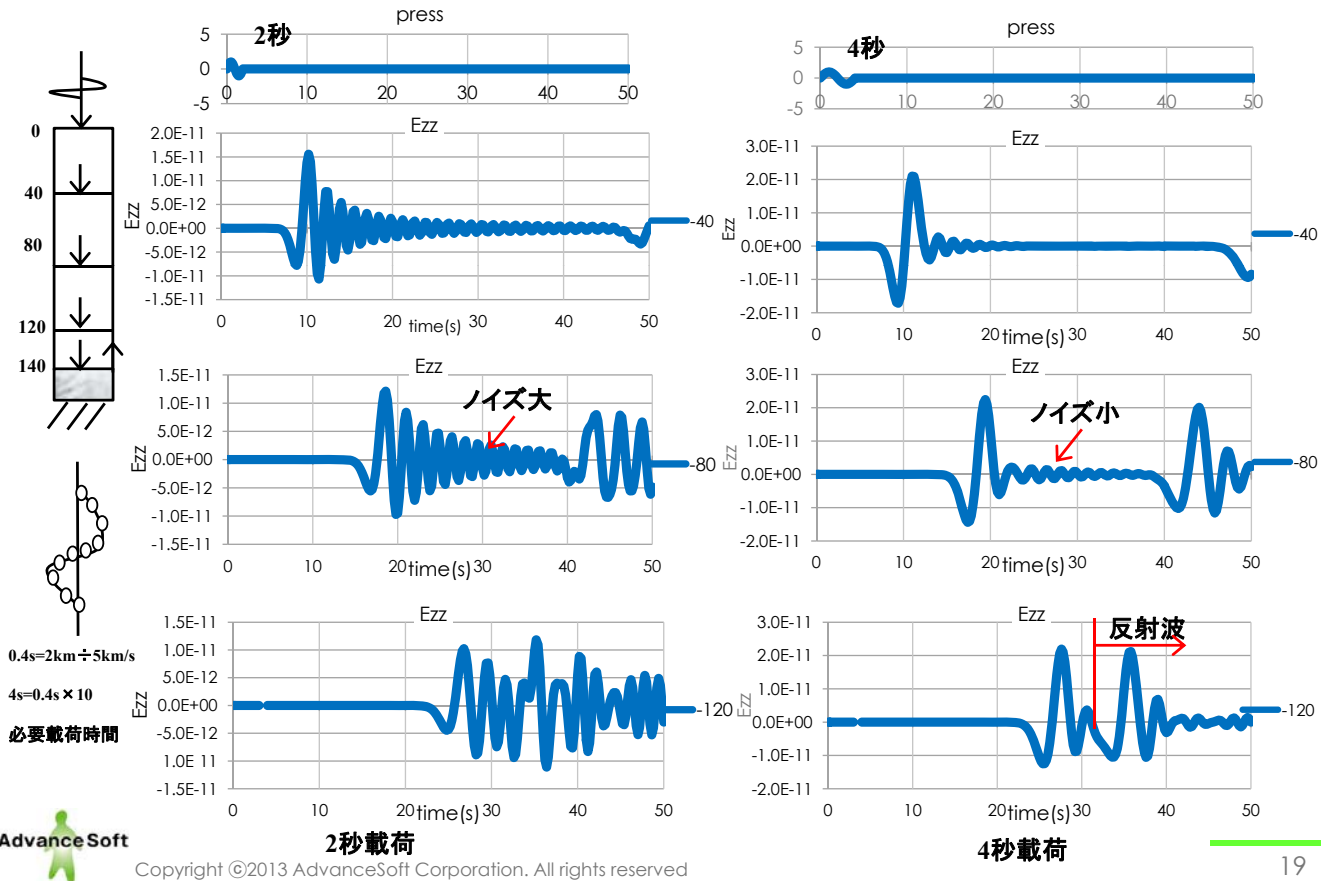


解析事例1 (伝搬性能と反射波低減)

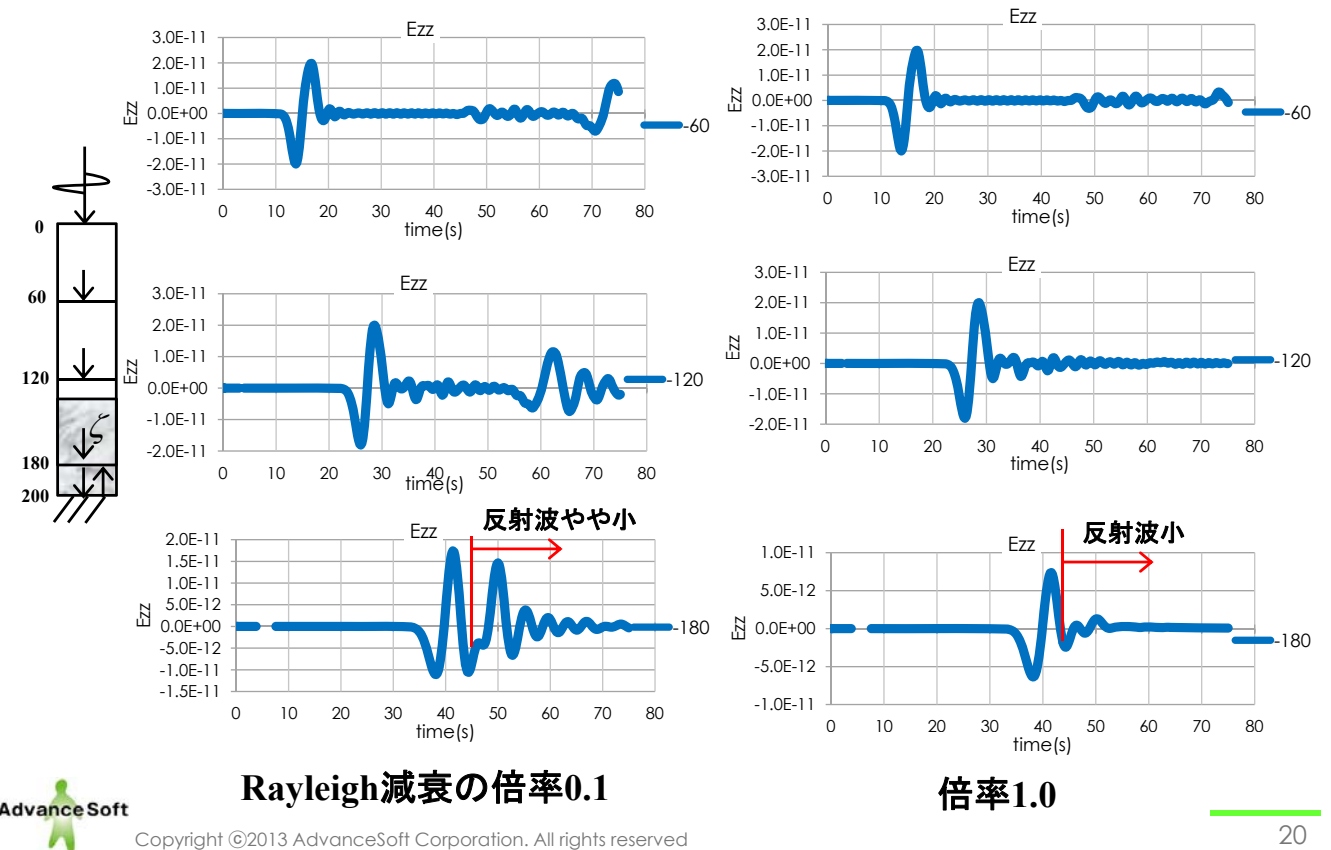
- 1次元の伝搬
- 地表面に正弦波1波の圧力 (振幅1Pa, 載荷時間2S,4S,6S)
- 200*200*200km
- 最小メッシュ 2km
- $V_p=5\text{km/s}$
- 時間増分 0.05S
- 解析対象領域伝搬時間 (上面~境界面) 28S



載荷時間と波の伝搬(解析対象領域のみ)



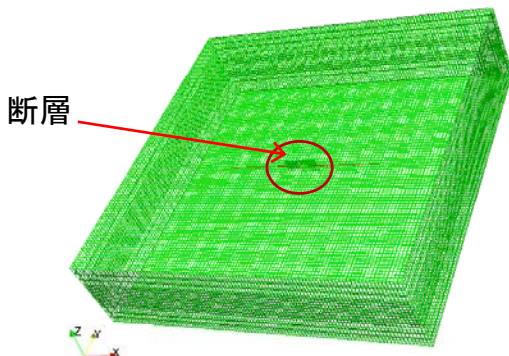
反射波の低減(解析対象領域+緩衝領域)



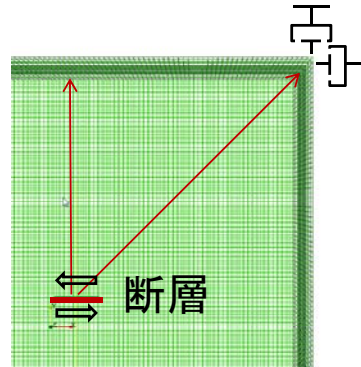
解析事例2(横ずれ断層)

表 1-1 モデル諸元

| | |
|------|---|
| 諸元 | 仕様 |
| 地盤規模 | 200km*200km*50km 2kmピッチ |
| 材質 | VS=3000m/s,VP=5000m/s,RHO=1000kg/m ³ |
| 断層 | 20km*8km,設置位置は水平方向中央、深さ中心-25km 鉛直面、すべりX方向相対変位1mライズタイム20S |
| 減衰 | 粘性ダンパー |
| 計算条件 | $\Delta t=0.1S$ |



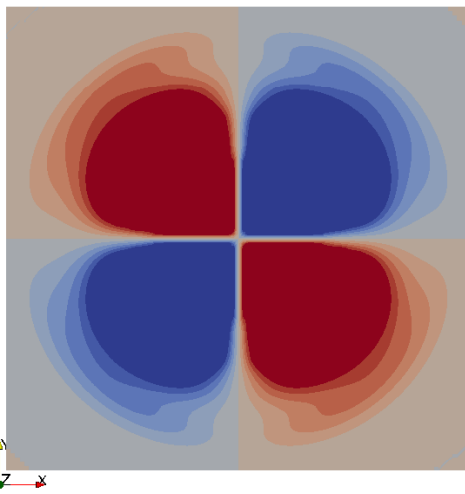
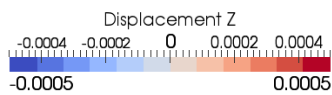
有限要素モデル



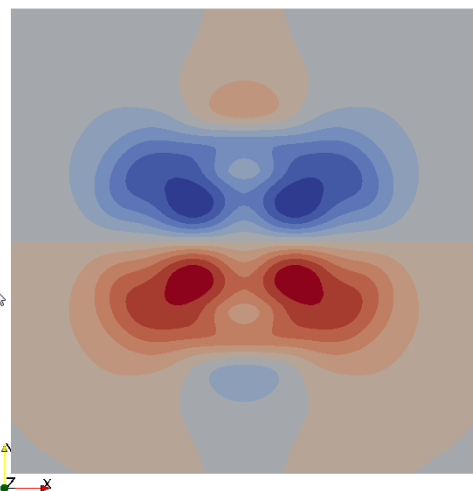
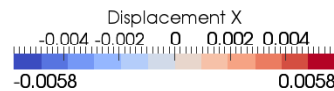
断層すべりと観察点



地表面変位分布(20S)

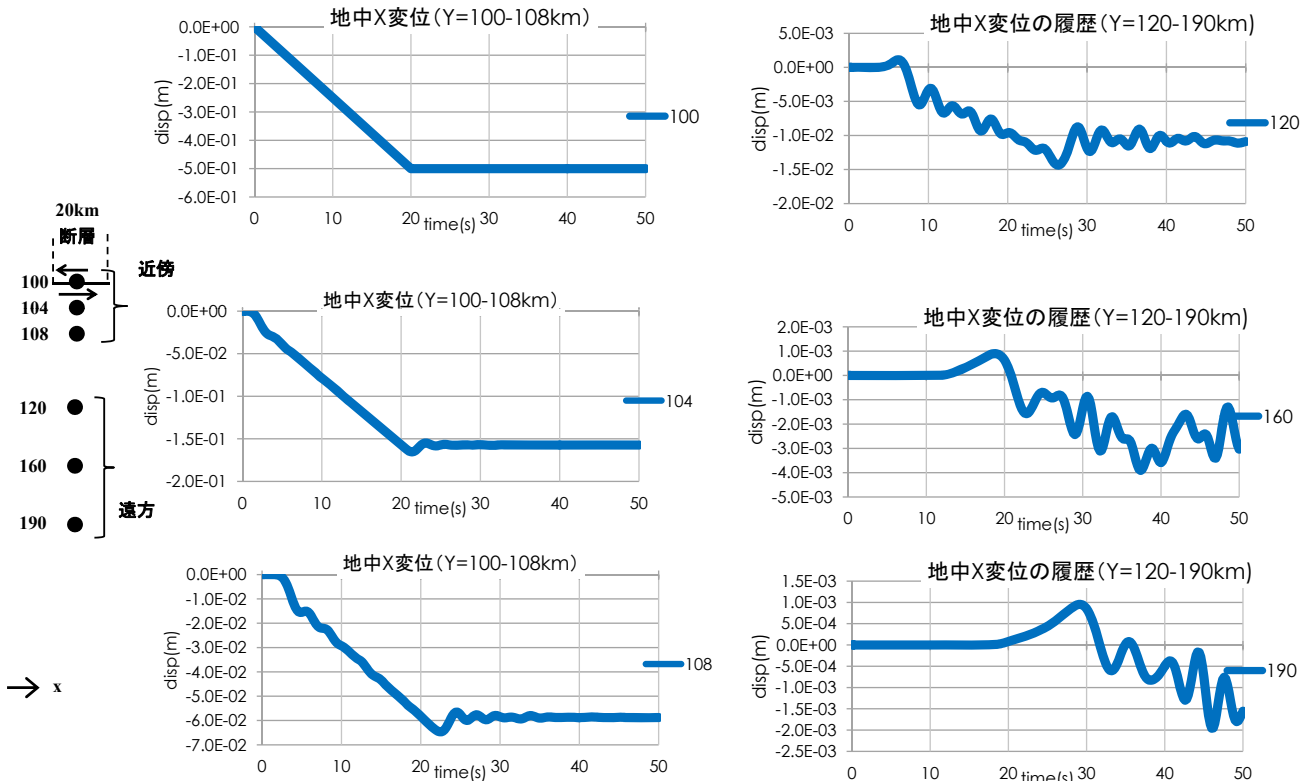


鉛直方向変位



すべり(X)方向変位





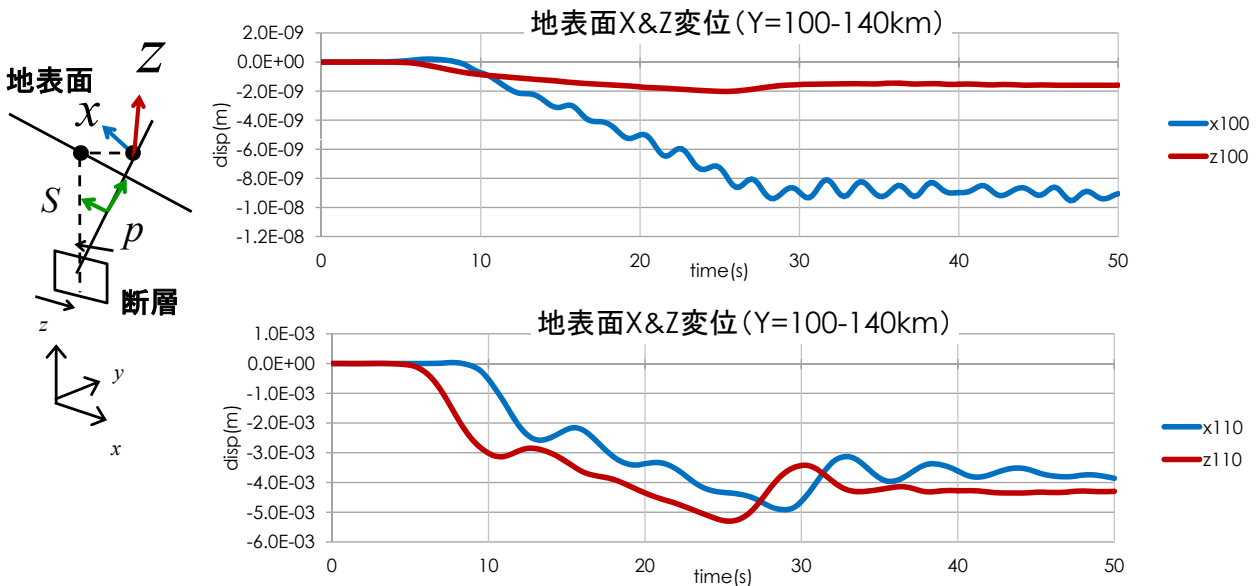
断層近傍 (near-field)

断層遠方 (far-field)

断層からの波の伝播 (地中断層高さの平面)



地表面変位
(すべり方向 & 鉛直方向)

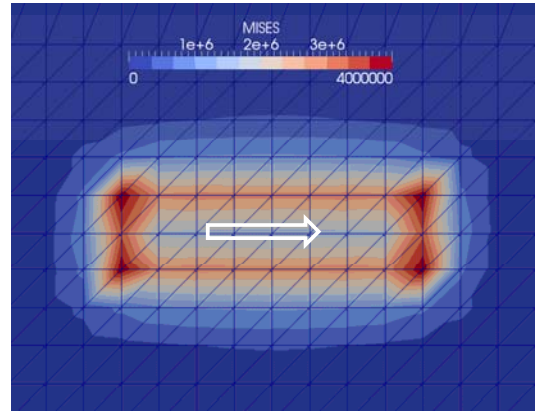
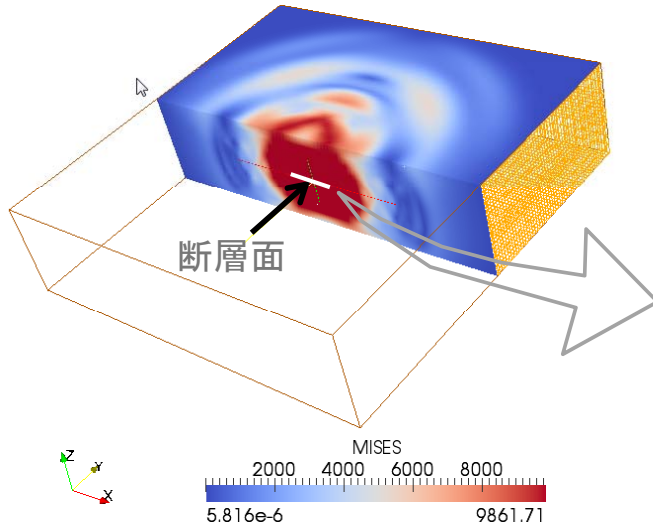


P波(鉛直方向)の後、S波(すべり方向)が出現。



断層面上の応力

断層面の移動を直接モデル化するため、断層面上の応力も解析できる。
断層面では端部に高い応力集中が発生する。



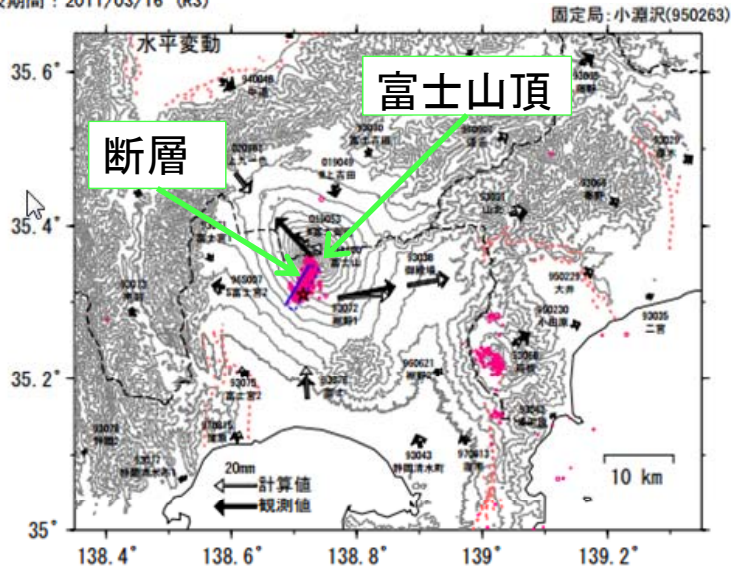
断層面ミーゼス応力 (20S)



解析事例3(実地震への適用)

2011年3月15日静岡県東部の地震

基準期間 : 2011/03/13 - 2011/03/14 (R3)
比較期間 : 2011/03/16 (R3)



矩形断層一様すべりを仮定した断層パラメータ

| 緯度 | 経度 | 上端深さ | 長さ | 幅 | 走向 | 傾斜角 | すべり角 | すべり量 |
|---------|----------|-------|-------|-------|-----|-----|------|-------|
| 35.296° | 138.686° | 3.8km | 6.9km | 5.1km | 31° | 72° | 22° | 0.73m |

国土地理院資料より引用

モーメントマグニチュード(Mw) 5.85 (剛性率は30GPaを仮定)

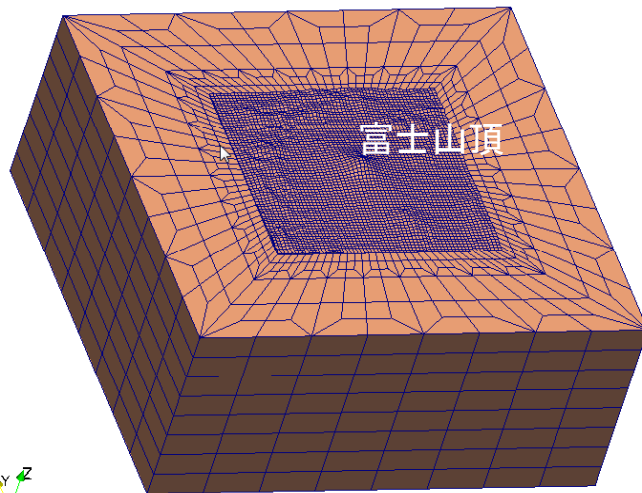


解析の概要

| 区分 | 項目 | 仕様 |
|-------|------------|---|
| 地盤モデル | モデル規模 | 富士山を中心にした地盤領域 100km×100km×45km 最小メッシュサイズ 1km 152,858節点 145,559要素 |
| | 速度構造 | 三次元地震波速度構造 (防災科学技術研究所作成) |
| 減衰 | Rayleigh減衰 | なし |
| | 粘性ダンパー | 底面および側面 |
| 震源モデル | タイプ | ランプ型 |
| | ライズタイム | 2秒 |
| 計算条件 | | $\Delta t = 0.02$ 秒 |

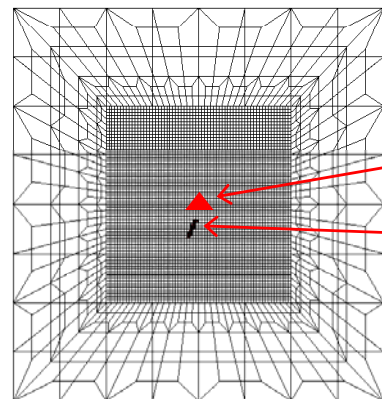


地盤モデルと震源断層



モデル規模

東西100km南北100km深さ45km



富士山断層

断層長さ6.9km幅5.1km

走行31° 傾斜角72°

すべり角22°

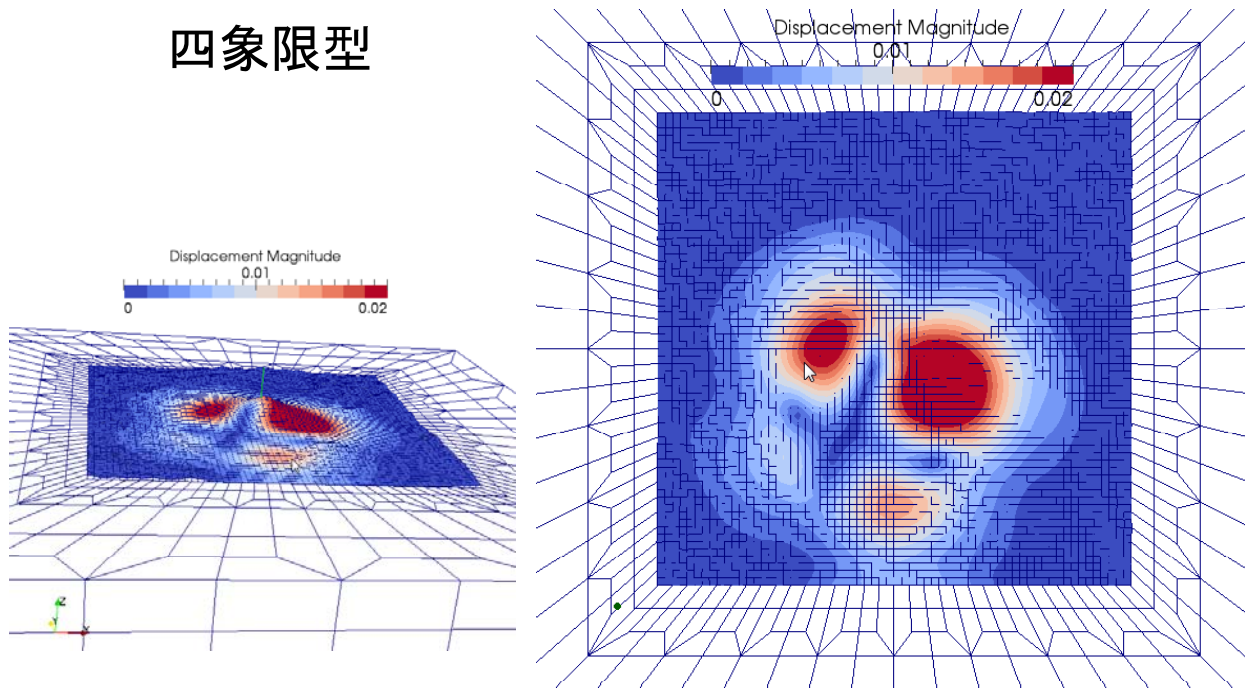
すべり量0.73m

上端深さ3.8km

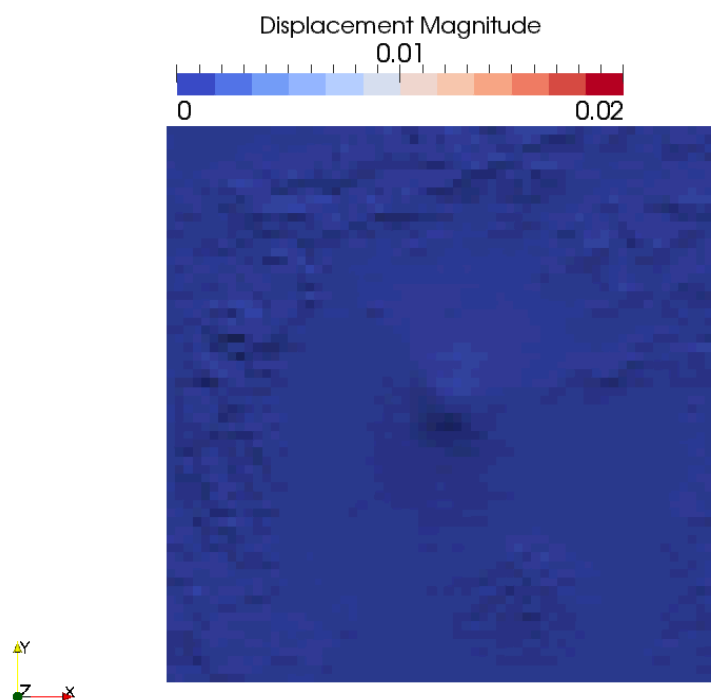


地表面の変位(4S)

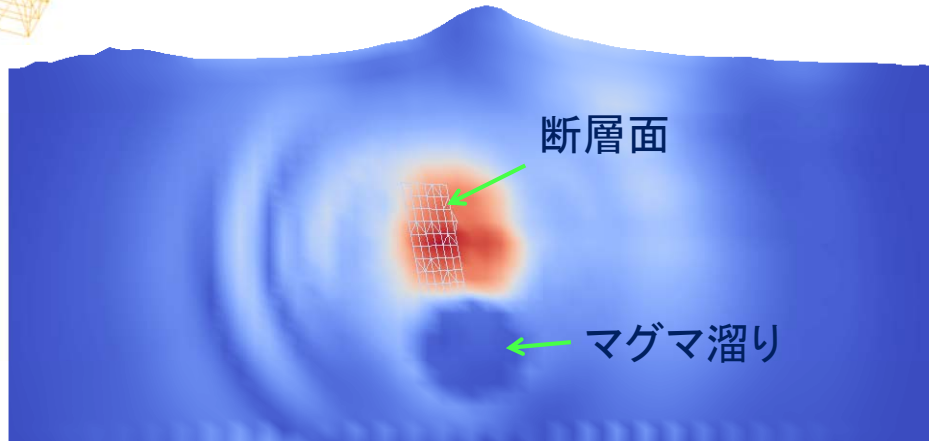
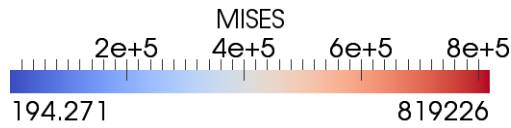
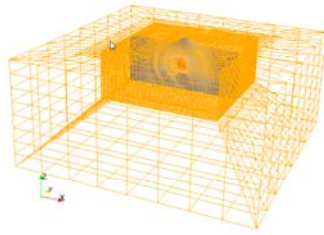
四象限型



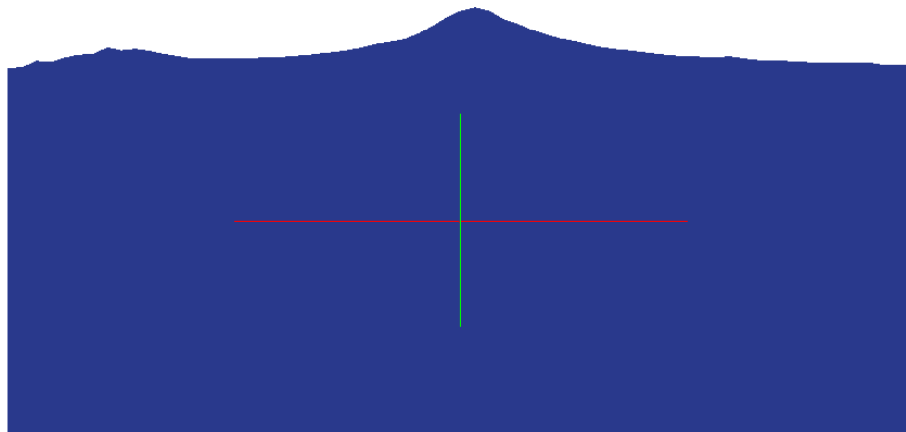
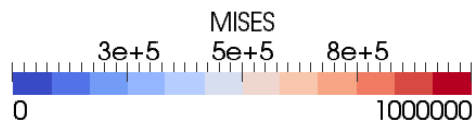
地表面の変位推移(0S-8S)



ミーゼス等価応力 (モデル中央緯線方向断面4S)



ミーゼス等価応力(モデル中央経線方向断面)



まとめ

- 有限要素法で地震波伝播解析機能を開発。
- 震源から対象地域を含む大規模モデルに対応するため、並列処理による高速計算機能を採用。
- 断層すべりは節点間の変位差として導入したため断層近傍における地震応答が解析可能。
- 地表以外の境界で生ずる反射波を除去するため自動増加するRayleigh減衰機能を導入。
- メッシュサイズが応答および荷重で表現可能な周波数を定める。システム活用時は入力荷重は周波数に応じた载荷時間を確保するよう注意。



Advance/FrontSTRは東京大学生産技術研究所革新的シミュレーション研究センターが実施した文部科学省次世代IT基盤構築のための研究開発「革新的シミュレーションソフトウェアの研究開発」プロジェクトおよび「イノベーション基盤シミュレーションソフトウェアの研究開発」プロジェクトの成果(ソフトウェア)をアドバンスソフトが商品化したものです。アドバンスソフトは、これらのプロジェクトに参加し、ソフトウェアの開発を担当しましたが、その成果を独自に改良して商用パッケージソフトウェアとし、販売保守を行なっております。

