超音速二相流の事例紹介

アドバンスソフトにおける
二相流解析技術の最新動向セミナー
2013年2月13日（水）開催

AdvanceSoft

http://www.advancesoft.jp/

Title

- (1)圧縮性二相流の基礎式と現象
  - 基礎式(質量，運動量保存則)と
  - 音速
  - 臨界流
  - 圧力波と水撃

AdvanceSoft

Title

- (2)圧縮性二相流の数値解法
  - 圧縮性単相流の解法 (特性曲線法, Godunov(ゴドノフ)法)
  - Godunov法の二流体モデルへの拡張

- (3)超音速二相噴流の数値解析
  - 二相水撃
  - 大口径臨界二相流
  - 配管破断時超音速二相噴流

圧縮性単相流の基礎式

質量保存則
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \boldsymbol{u} = 0$$

運動量保存則
$$\frac{\partial \rho \boldsymbol{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \boldsymbol{u}\boldsymbol{u} = -\nabla P + \boldsymbol{F}$$

ρ:密度
$\boldsymbol{u}$:速度
P:圧力
$\boldsymbol{F}$:外力
t:時間

⇓

運動量保存則
$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{u}\boldsymbol{u} = \frac{1}{\rho}\left(-\nabla P + \boldsymbol{F}\right)$$

質量保存則
$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial t} \approx -\frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dP}\right)\frac{\partial P}{\partial t}$$

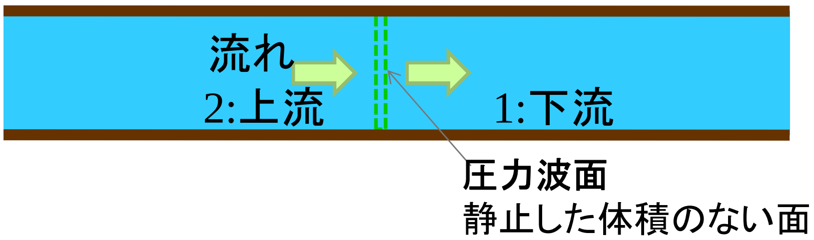
低マッハ数近似

一次元圧縮性単相流の基礎方程式

質量保存則
$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial z}\rho u = 0$$

運動量保存則
$$\frac{\partial}{\partial t}\rho u + \frac{\partial}{\partial z}\rho u^2 + \frac{\partial}{\partial z}P = F$$

圧力波と同じ速度で移動する座標系による表示



圧力波面への流入量＝流出量の関係から

<u>質量flux</u>
$$\frac{d}{dz}\rho u = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 = G \quad \text{(const.)}$$

<u>運動量flux</u>
$$\frac{d}{dz}\left(\rho u^2 + P\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad P_1 + \rho_1 u_1^2 = P_2 + \rho_2 u_2^2$$

質量flux
$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 = G$$

運動量flux
$$P_1 + \rho_1 u_1^2 = P_2 + \rho_2 u_2^2$$

$$P_1 + v_1 G^2 = P_2 + v_2 G^2$$

ここで比容積は
$$v = \rho^{-1}$$

$$G^2 = -\frac{P_1 - P_2}{v_1 - v_2}$$

音速c:微小圧力変動の伝播速度なので

$P_1 - P_2 \Rightarrow 0$ ， $v_1 - v_2 \Rightarrow 0$ のとき $u \Rightarrow c$

つまり $G^2 = (\rho c)^2 = -\dfrac{dP}{dv}$

ここで流体の圧縮率βと
剛性率Kを定義

$$\beta = -\frac{1}{v}\left(\frac{dv}{dP}\right) = \frac{v}{c^2}$$
$$K = \beta^{-1}$$

いろいろな表現

$$c = \frac{G}{\rho} = v\sqrt{-\frac{1}{\left(\frac{dv}{dP}\right)}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{d\rho}{dP}\right)}}$$

$$\left(\frac{dv}{dP}\right) = -\frac{v^2}{c^2}$$

$$G = \sqrt{-\left(\frac{dP}{dv}\right)} = \sqrt{-\frac{1}{\left(\frac{dv}{dP}\right)}}$$

$$c = \sqrt{\frac{v}{\beta}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

水-空気二相流中の音速

二相流の比容積

$$v_{2\phi} = xv_g + (1-x)v_l$$

クオリティ

$$x = \frac{\alpha\rho_g}{\alpha\rho_g + (1-\alpha)\rho_l}$$

比容積の圧力微分

$$\frac{dv_{2\phi}}{dP} = x\frac{dv_g}{dP} + (1-x)\frac{dv_l}{dP}$$

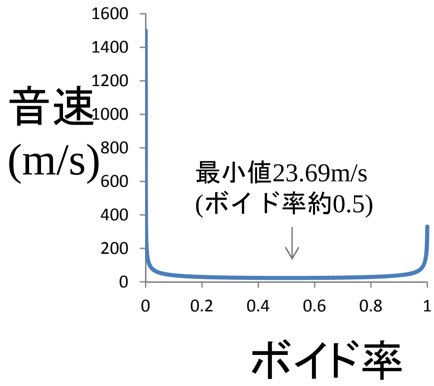
音速を使った表示

$$\frac{v_{2\phi}^2}{c_{2\phi}^2} = x\frac{v_g^2}{c_g^2} + (1-x)\frac{v_l^2}{c_l^2}$$

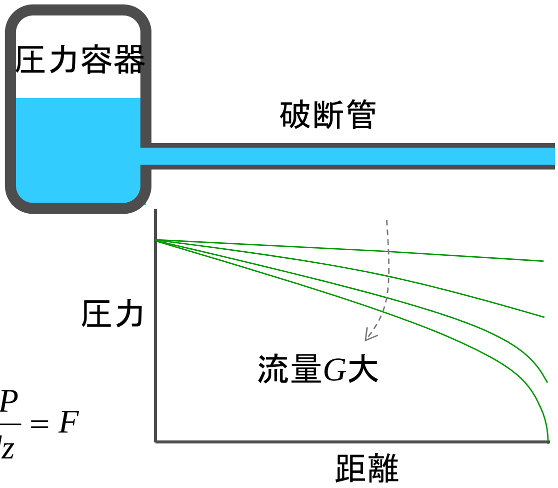
$\frac{dv}{dP} = -\frac{v^2}{c^2}$ であるから

従って二相流の音速は

$$\boxed{c_{2\phi} = \frac{xv_g + (1-x)v_l}{\sqrt{x\frac{v_g^2}{c_g^2} + (1-x)\frac{v_l^2}{c_l^2}}}}$$



臨界流



質量保存則 $$\frac{d}{dz}\rho u = 0$$

運動量保存則 $$\frac{d}{dz}\rho u^2 + \frac{d}{dz}P = F$$

$G = \rho u = const.$ なので

$$\frac{d}{dz}\frac{G^2}{\rho} + \frac{d}{dz}P = F \quad \text{つまり} \quad \left\{G^2\left(\frac{d(1/\rho)}{dP}\right)+1\right\}\frac{dP}{dz} = F$$

G大とともに $\frac{dP}{dz} \Rightarrow \infty$ 　このとき $G^2\left(\frac{d(1/\rho)}{dP}\right)+1=0$

従って $$G = \sqrt{-\frac{1}{\left(\frac{dv}{dP}\right)}} = \rho c$$

<u>均質二相流比容積</u>

$$v_{2\phi} = xv_g + (1-x)v_l$$

<u>スリップ二相流運動量fluxの比容積</u>

$$v_{2\phi} = \frac{x^2}{\alpha}v_g + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)}v_l$$

臨界二相流のスリップ比評価

Moody	$S_{crit} = \sqrt[3]{\frac{\rho_l}{\rho_g}}$
Fauske	$S_{crit} = \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}}$
小笠原	(実験式)

圧力波と水撃

圧力波前後の関係式

$$u_2 - u_1 = G(v_1 - v_2)$$

圧力波前後の速度変化は

$$du = Gdv = -\rho c \cdot \frac{v^2}{c^2} dP = -\frac{1}{\rho c} dP \qquad \because \left(\frac{dv}{dP}\right) = -\frac{v^2}{c^2}$$

従って　$\Delta P = -\rho c \Delta u$

1m/sで動く水柱が衝突して停止したときの圧力上昇は

$$1000[\mathrm{kg/m^3}] \times 1500[\mathrm{m/s}] \times 1[\mathrm{m/s}] = 1.5[\mathrm{MPa}]$$

質量保存則と運動量保存則の変形

質量保存則

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$d\rho = \frac{1}{c^2} dP$ を用いて

$$\frac{\partial P}{\partial t} + u\frac{\partial P}{\partial z} + \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

運動量保存則

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

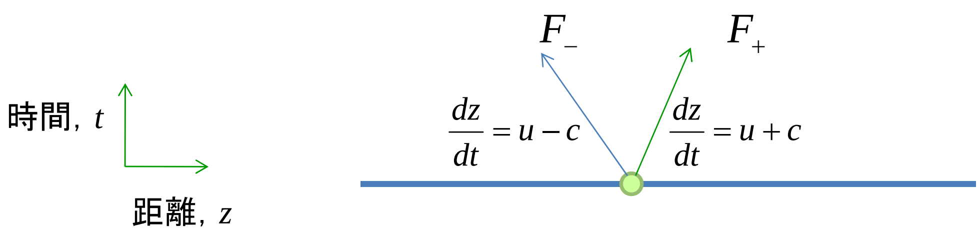
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \pm \frac{1}{\rho c}\frac{\partial P}{\partial t}\right) + (u \pm c)\left(\frac{\partial u}{\partial z} \pm \frac{1}{\rho c}\frac{\partial P}{\partial z}\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \pm \frac{1}{\rho c}\frac{\partial P}{\partial t}\right) + (u \pm c)\left(\frac{\partial u}{\partial z} \pm \frac{1}{\rho c}\frac{\partial P}{\partial z}\right) = 0$$

をニつのfluxに分ける

$$\frac{\partial F_+}{\partial t} + (u+c)\frac{\partial F_+}{\partial z} = 0$$ と $$\frac{\partial F_-}{\partial t} + (u-c)\frac{\partial F_-}{\partial z} = 0$$ ここで $$F_\pm = u \pm \frac{1}{\rho c}P$$



AdvanceSoft

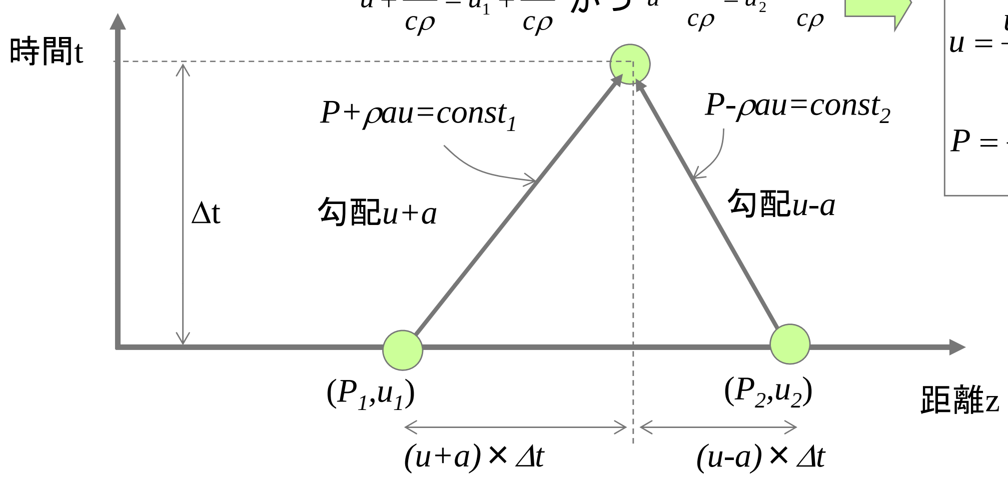
特性曲線法による過渡解析

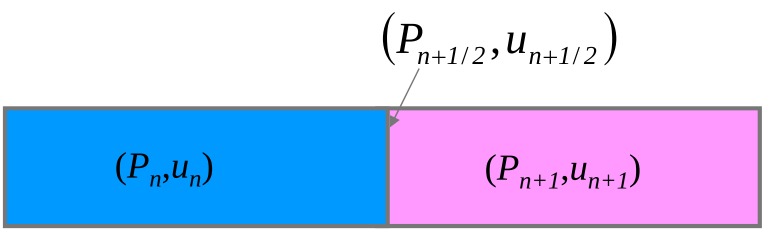
$$u + \frac{P}{c\rho} = u_1 + \frac{P_1}{c\rho}$$ かつ $$u - \frac{P}{c\rho} = u_2 - \frac{P_2}{c\rho}$$

速度と圧力の解

$$u = \frac{u_1 + u_2}{2} + \frac{1}{2}\frac{(P_1 - P_2)}{\rho c}$$

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2} + \frac{\rho c}{2}(u_1 - u_2)$$





AdvanceSoft

Godunov法の考え方

質量保存則 $$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho u}{\partial z}=0$$

運動量保存則 $$\frac{\partial \rho u}{\partial t}+\frac{\partial\left(\rho u^2+P\right)}{\partial z}=0$$

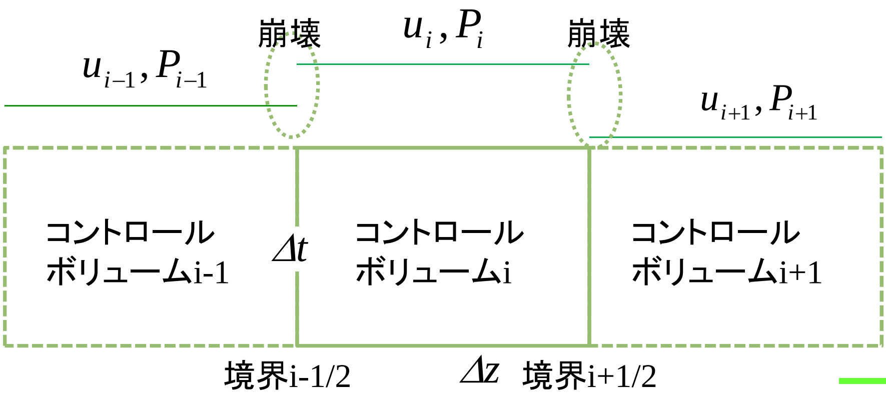
$$\left.\begin{aligned}
\rho_i(t+\Delta t)&=\rho_i(t)+\left\{\left(\rho u_{BD}\right)_{i-1/2}-\left(\rho u_{BD}\right)_{i+1/2}\right\}\frac{\Delta t}{\Delta z}\\
\rho u_i(t+\Delta t)&=\rho u_i(t)+\left\{\left(P_{BD}+\rho u u_{BD}\right)_{i-1/2}-\left(P_{BD}+\rho u u_{BD}\right)_{i+1/2}\right\}\frac{\Delta t}{\Delta z}
\end{aligned}\right\} \rho, u, P(\rho)$$

BD: Breakdown(崩壊) $\quad u_{BD}=\frac{u_1+u_2}{2}+\frac{1}{2}\frac{\left(P_1-P_2\right)}{\rho c} \qquad P_{BD}=\frac{P_1+P_2}{2}+\frac{\rho c}{2}\left(u_1-u_2\right)$

輸送速度
$u_{BD} \quad (\neq u)$

輸送される保存量
ρ_{up}, u_{up} (上流側)

境界圧力
$P_{BD} \quad (\neq P)$



圧縮性二流体モデルの基礎方程式

・質量保存則

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha_k\rho_k+\nabla\cdot\alpha_k\rho_k\boldsymbol{u}_k=0$$

・運動量保存則

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha_k\rho_k\boldsymbol{u}_k+\nabla\cdot\alpha_k\rho_k\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{u}_k=-\alpha_k\nabla P+\boldsymbol{F}_{ik}+\boldsymbol{F}_{wk}$$
$$+\boldsymbol{F}_{vk}+\nabla\cdot\alpha_k\mu_k\nabla\boldsymbol{u}_k+\alpha_k\rho_k\boldsymbol{g}$$

t:時間(s), u:速度(m/s), P:圧力(Pa), g:重力加速度 (m/s^2), F: 単位体積当りの外力(N/m^3), α:体積比, ρ:密度(kg/m^3), μ:粘性(N･s/m)

(添字) k:相(気体g,液体ℓ), i:界面, w:壁, v: 付加質量

相変化なし、エントロピー保存を仮定したときエネルギー保存則は不要

二流体モデルへのGodunov法の拡張

質量保存則

$$\frac{\partial \alpha \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial \alpha \rho_g u_g}{\partial z} = 0 \qquad \text{(気体)}$$

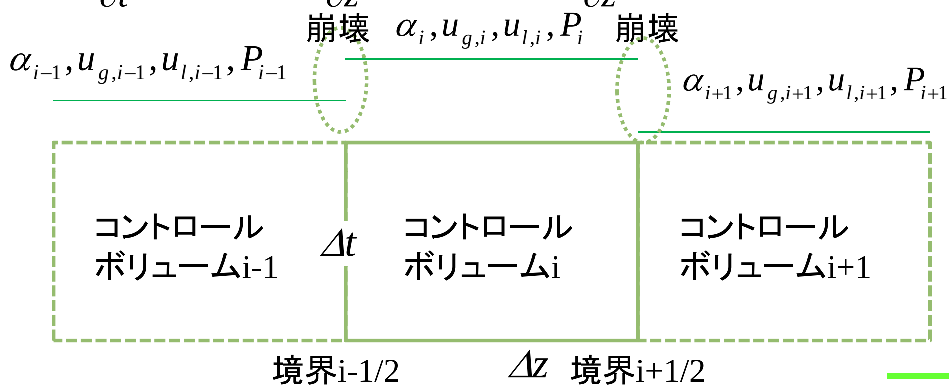
$$\frac{\partial (1-\alpha)\rho_l}{\partial t} + \frac{\partial (1-\alpha)\rho_l u_l}{\partial z} = 0 \qquad \text{(液体)}$$

運動量保存則

$$\frac{\partial \alpha \rho_g u_g}{\partial t} + \frac{\partial \alpha \rho_g u_g^2}{\partial z} + \alpha \frac{\partial P}{\partial z} - F_{vm} = 0 \qquad \text{(気体)}$$

$$\frac{\partial (1-\alpha)\rho_l u_l}{\partial t} + \frac{\partial (1-\alpha)\rho_l u_l^2}{\partial z} + (1-\alpha)\frac{\partial P}{\partial z} + F_{vm} = 0 \qquad \text{(液体)}$$

F_{vm}:付加質量力



Godunov法の崩壊の関係式をそのまま使いたい

$$u_{BD} = \frac{u_1 + u_2}{2} + \frac{1}{2}\frac{(P_1 - P_2)}{\rho c} \qquad P_{BD} = \frac{P_1 + P_2}{2} + \frac{\rho c}{2}(u_1 - u_2)$$

二流体モデルの二速度を一つの代表速度に置き換える

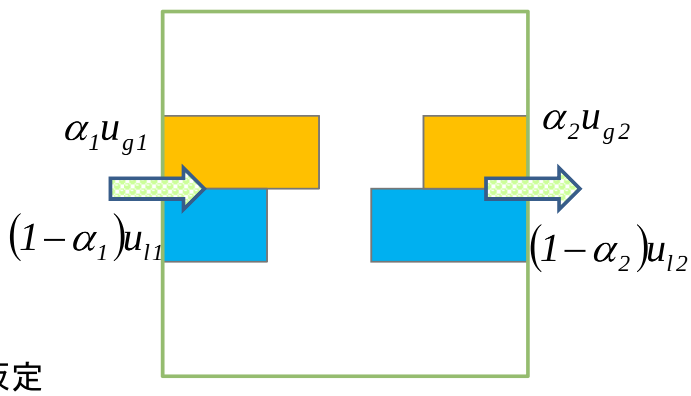
$\frac{\rho c}{2}(u_1 - u_2)$ の項は水撃に相当し

$(u_1 - u_2)$ は衝突速度

二相流体の衝突は、<u>体積速度</u>で判断できる

$$j = \alpha u_g + (1-\alpha) u_l$$

<u>コントロールボリューム内二相流体の衝突</u>



そこで、下記のように
二流体モデルの崩壊の関係式を仮定

$$j_{BD} = \frac{j_1 + j_2}{2} + \frac{1}{2}\frac{(P_1 - P_2)}{\rho_{2\phi} c_{2\phi}} \qquad P_{BD} = \frac{P_1 + P_2}{2} + \frac{\rho_{2\phi} c_{2\phi}}{2}(j_1 - j_2)$$

$$j_{BD} = \underbrace{\frac{j_1 + j_2}{2}}_{j\text{の平均}} + \underbrace{\frac{1}{2}\frac{(P_1 - P_2)}{\rho_{2\phi} c_{2\phi}}}_{\text{衝突による}j\text{の変化}\delta j}$$

衝突によるjの変化δj → $\delta u_g, \delta u_l$に配分

付加質量力(気液加速度差に比例)を考慮した気液速度変化の関係式

$$\alpha \rho_g \delta u_g - \rho_{vm}(\delta u_g - \delta u_l) = 0$$

$$(1-\alpha)\rho_l \delta u_l + \rho_{vm}(\delta u_g - \delta u_l) = 0$$

ρ_{vm}は二相流単位体積あたりの付加質量量

これより

$$\delta u_g = \frac{S^*}{1 + (S^* - 1)} \delta j$$

$$\delta u_l = \frac{1}{1 + (S^* - 1)} \delta j$$

気液加速度比

$$S^* = \frac{\delta u_g}{\delta u_l}$$

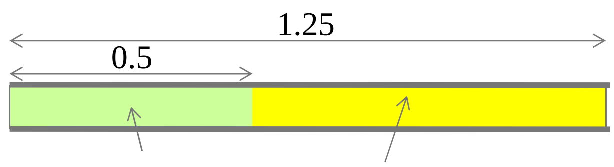
ここで $S^* = \dfrac{\rho_g + \alpha(1-\alpha)\rho_{vm}}{\rho_l + \alpha(1-\alpha)\rho_{vm}}$ と、j加速度に係る二相密度 $\rho_{2\phi} = \dfrac{\alpha S^* \rho_g + (1-\alpha)\rho_l}{\alpha S^* + (1-\alpha)}$

AdvanceSoft

Benchmark Problem

(Sod's shock tube)

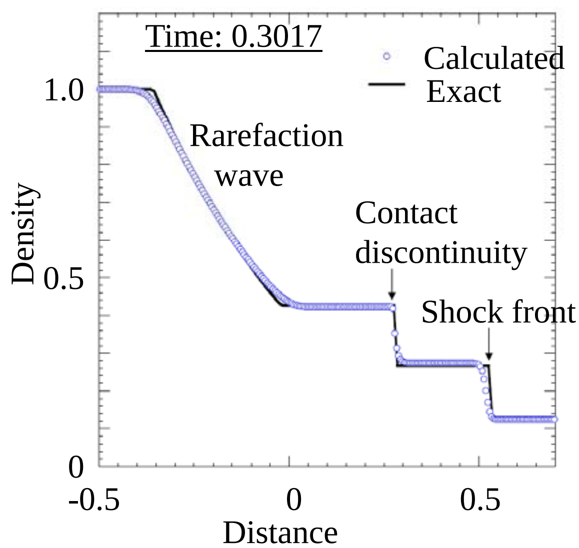
Initial state



(流体1)	(流体2)
P=1	P=0.1
ρ=1	ρ=0.125
u=0	u=0

Time step: Δt=1.0×10^{-3}

Number of finite volumes: 200

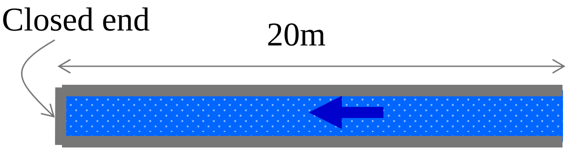


AdvanceSoft

*H.Utsuno,No.NP13P1368,NURETH-13(2009)

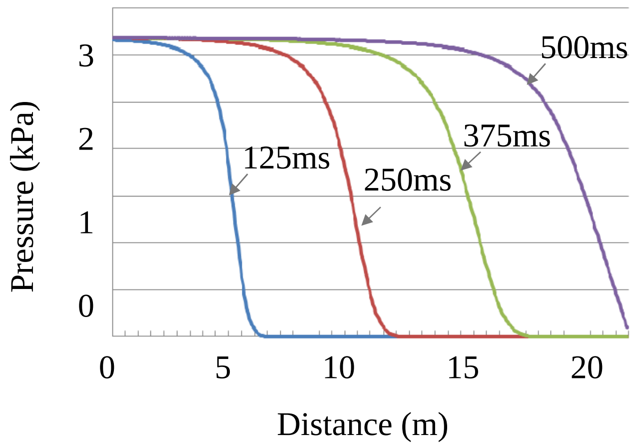
Benchmark Problem

(Hydraulic hammer in two-phase flow)



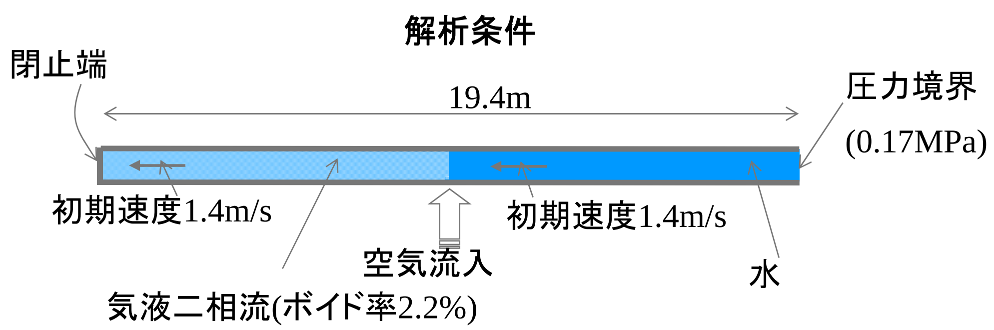
Uniform air-water mixture

Air-water
Void fraction 10%
Velocity 0.1m/s



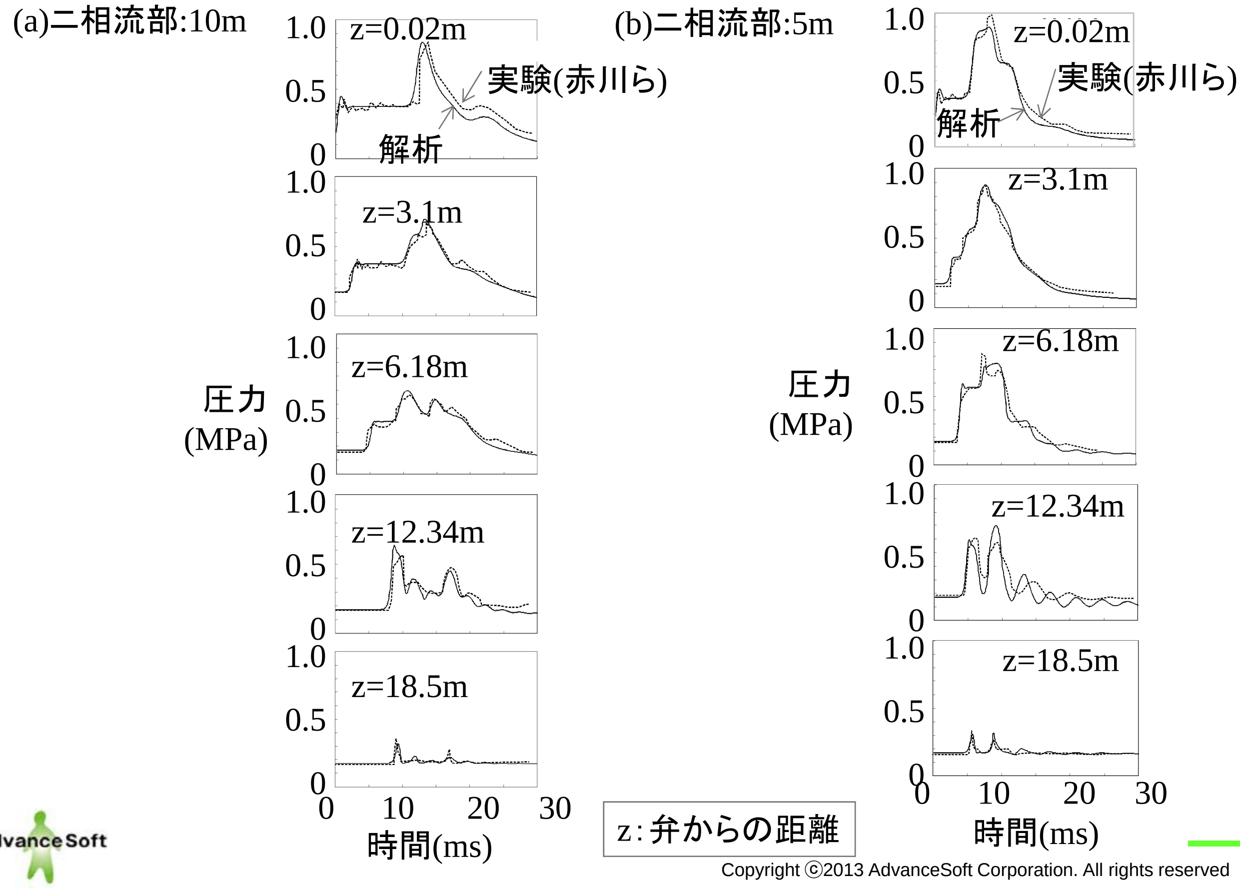
	Theoretical	Calculated
Wave propagation velocity (m/s)	35.3	36.4
Pressure rise (kPa)	3.18	3.20

単相/気液二相共存配管内水撃の実験解析

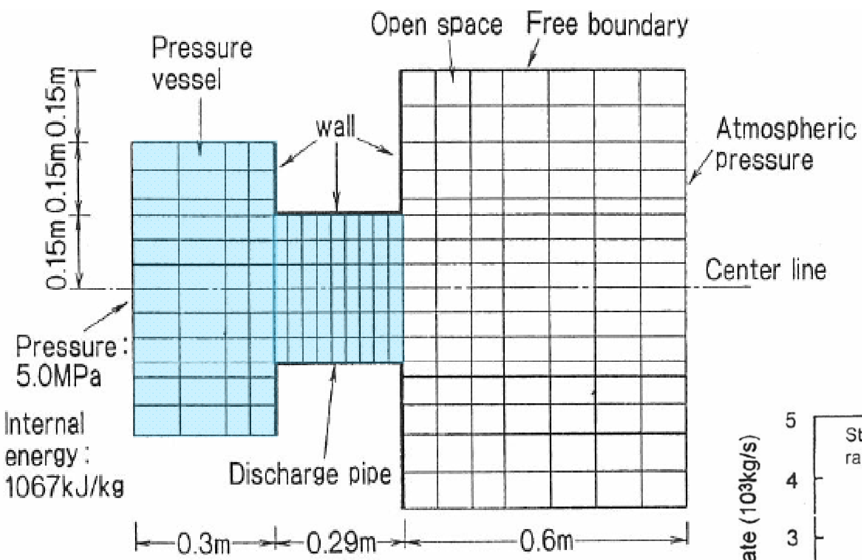


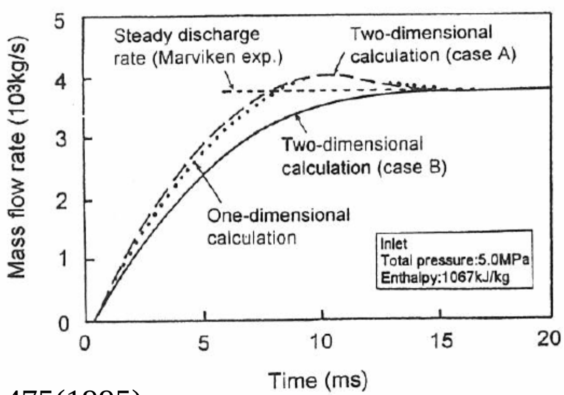
*湊,No.01-1224,機論B68-673(2002)

単相/二相共存配管内水撃の解析結果

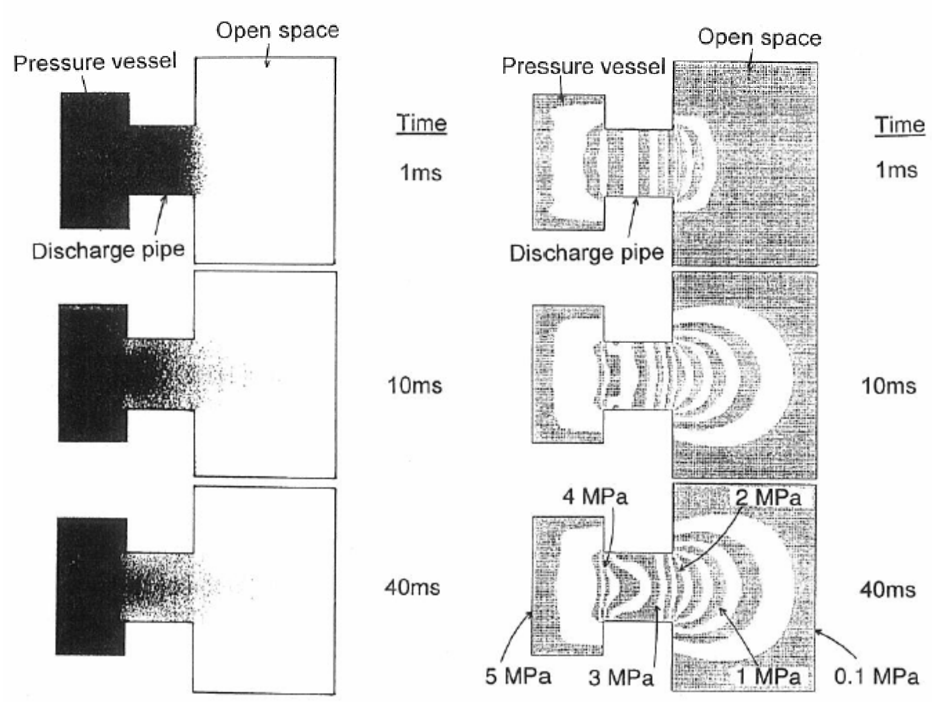


大口径臨界二相流の解析





*A.Minato,JNST32-5,pp.464-475(1995)

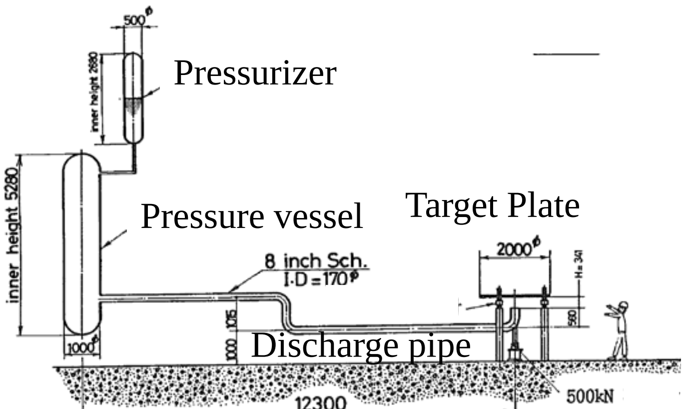


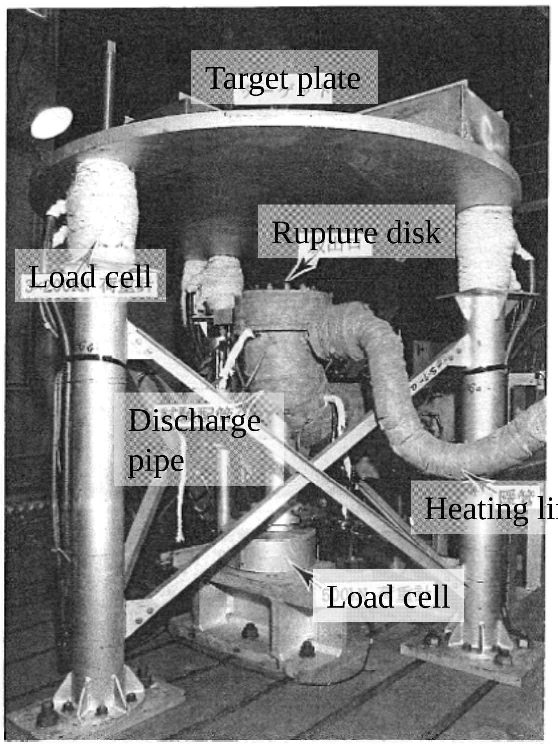
(a) Void fraction distribution (b) Pressure distribution

二相ジェット荷重試験装置(旧原研)

Experimental conditions

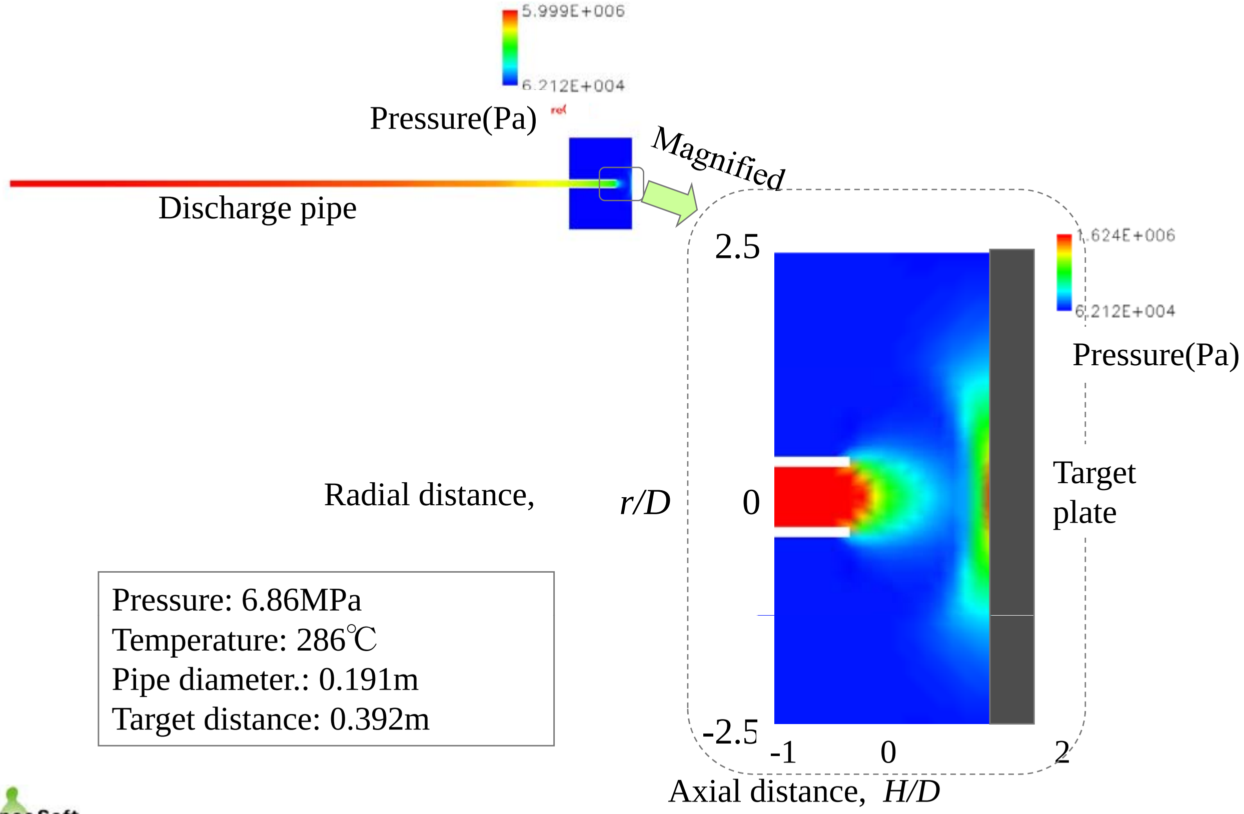
Reactor type		BWR	PWR
Water	Pressure (MPa)	6.8	15.5
	Temperature (℃)	285	325
Pipe diameter, *D*(mm)		90-190	
Distance to target, *H/D*		1, 2, 5, 18	





*Isozaki, T., Miyazono, S., “Experimental Study of Jet Discharge Test Results under BWR/PWR Loss of Coolant Accident Conditions,” Nucl. Eng. Design, 96, pp.1-9 (1988)

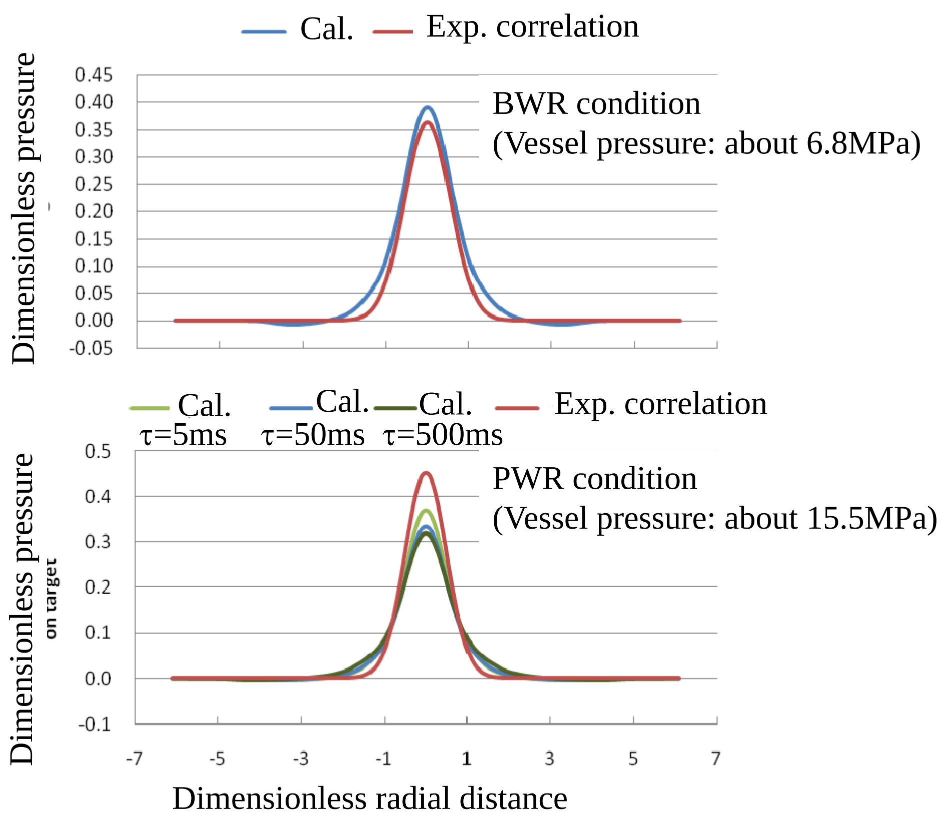
衝突板近傍圧力分布の解析結果



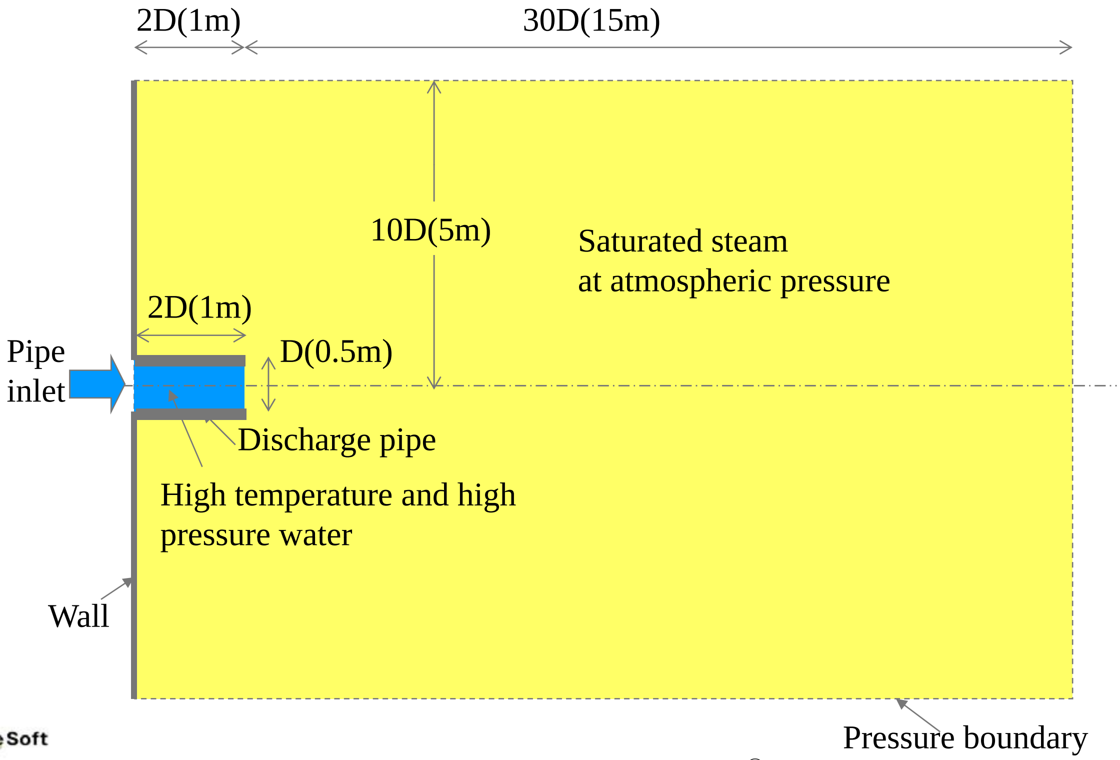
Pressure: 6.86MPa
Temperature: 286℃
Pipe diameter.: 0.191m
Target distance: 0.392m

*H.Utsuno,No.NP13P1368,NURETH-13(2009)

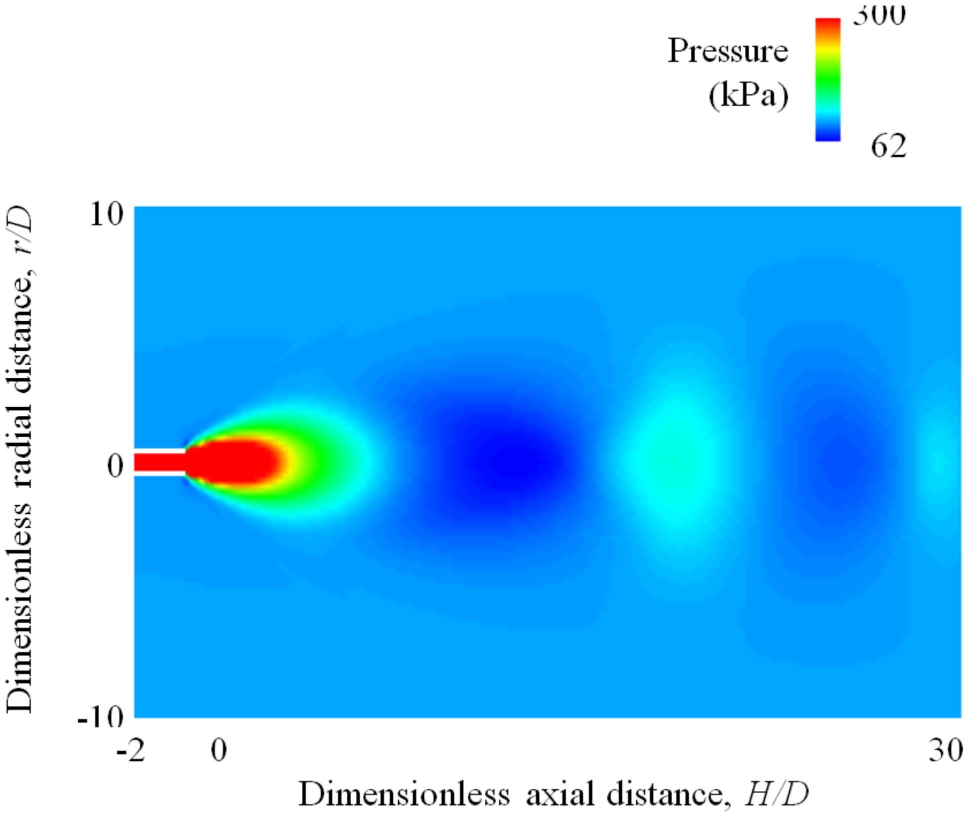
衝突板上の圧力分布



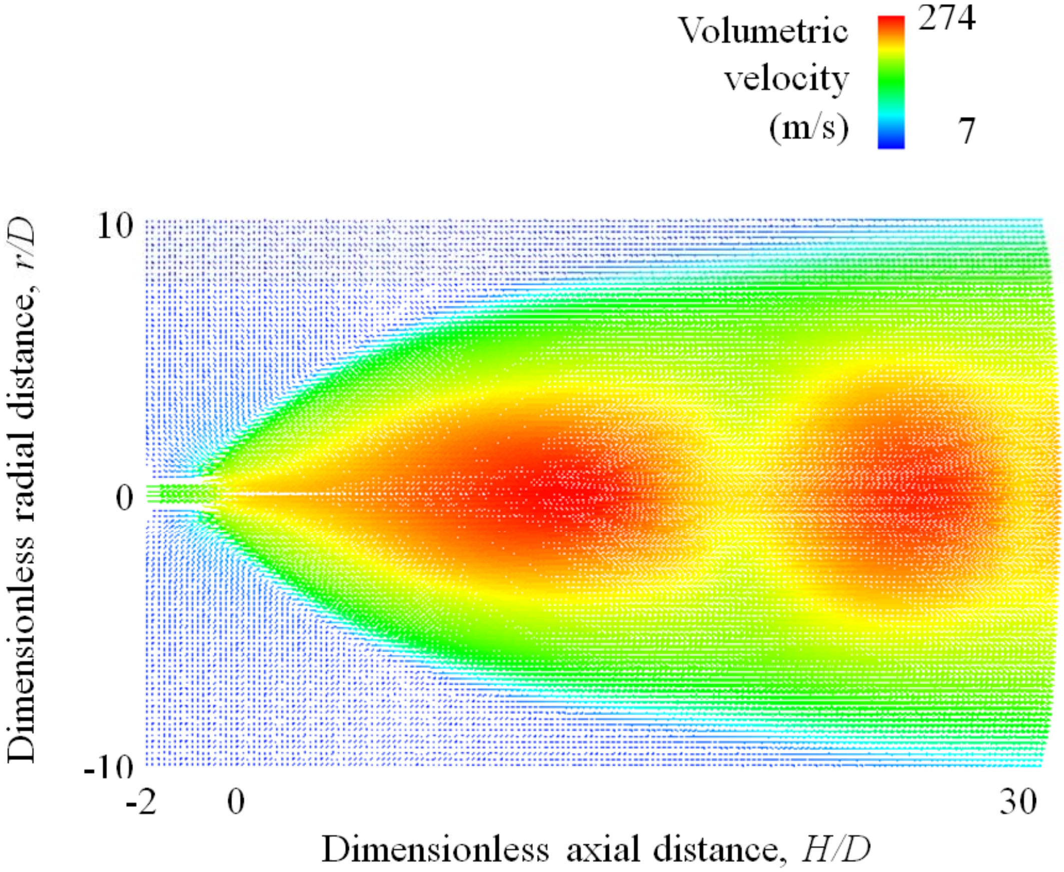
実機スケール自由噴流解析条件



自由噴流中の圧力分布解析結果(PWR condition)



自由噴流中の速度分布解析結果(PWR condition)



AdvanceSoft

結　言

(1)圧縮性二相流の基礎式と現象
- 基礎式(質量，運動量保存則)と低マッハ数近似による解法
- 音速，臨界流，圧力波と水撃の基礎と現象

(2)圧縮性二相流の数値解法
- 特性曲線法，Godunov(ゴドノフ)法による圧縮性単相流の解法
- Godunov法の二流体モデルへの拡張

(3)検証と適用例
- 二相水撃
- 臨界二相流
- 超音速二相噴流)

AdvanceSoft