管路系流体解析の基礎（ガス編）

2012年2月14日配管系過渡解析の基礎
アドバンスソフト株式会社
セミナー講師：技術4部　秋村友香

アジェンダ

<基礎理論>
1. 流体の状態、流体物性と状態方程式
2. 単成分・単相流体の支配方程式、圧縮性
3. 多成分ガスの支配方程式
4. 伝熱モデル（輻射・熱伝達・熱伝導）
5. 断面積が変化する流れ

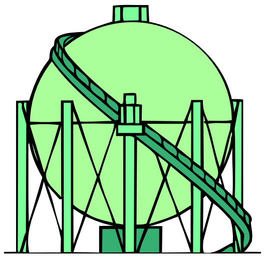
＜数値解法・詳細モデル＞
1. ボリュームジャンクション法
2. 陽解法と陰解法
3. 固体と流体の熱伝達
4. 熱伝導解析
5. 等価直径

基礎理論

1. 流体の状態、流体物性と状態方程式

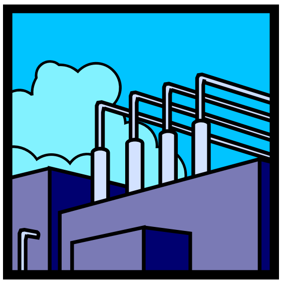
■流体の種類

水（液体）



プロパンガス（気体）

石油（液体の混合物）



LNG（液体の混合物）

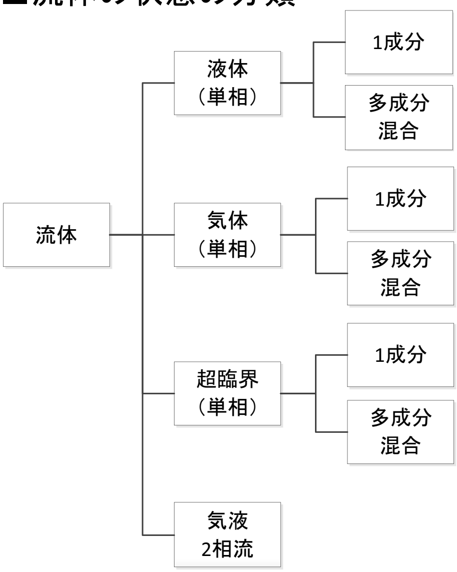
空気、水蒸気、液滴の混合物

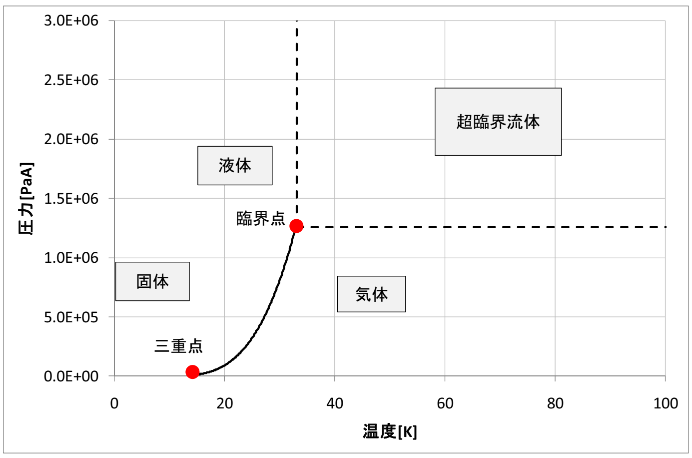
空気と水（気体と液体）

「液体」か「気体」か「液体と気体」か
純物質か混合物か

1. 流体の状態、流体物性と状態方程式

■流体の状態の分類





相図（水素）

・液体は状態方程式がよくわからない場合がある。
・気体は理想気体の仮定をすれば使える状態方程式がある。
・超臨界状態は、液体とも気体とも区別がつかない状態である。
・本誌の解説内容は、液体1成分、気体1成分・多成分、超臨界1成分に対応する。

1. 流体の状態、流体物性と状態方程式

■流体物性の取り扱い

液体単成分、気体単成分、超臨界単成分の流体物性を同じスキームで取り扱えないか ➡

①NIST ※のREFPROP9.0では、いくつかの実測値とそれらの補間によって、液体、気体、超臨界状態に関係なく、物性を提供しているため、これを利用することにより、液体、気体、超臨界状態を統一的なスキームで扱うことができる。
※NIST (米国国立標準技術研究所:National Institute of Standards and Technology, USA)

②通常、定圧比熱やエンタルピーなどは温度のみのべき乗の式で考慮されることが多いが、NISTの物性値を用いることにより、圧力依存性も考慮できる。つまり、実流体物性を考慮できる。

③NISTの物性値は、Advance/FrontNet/Γなどではテーブル形式で導入されている。
密度、内部エネルギー、定圧比熱…の物性値が、圧力と温度に依存した形で数値テーブル化されている。

NIST URL
http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/

1. 流体の状態、流体物性と状態方程式

■NIST流体物性テーブルの例

圧力[PaA]	温度[K]	エンタルピー[J/kg]	内部energy[J/kg]	エントロピー[J/(kgK)]	密度[kg/m^3]	Cp[J/(kgK)]	Cv[J/(kgK)]	比熱比[-]	粘性[Pas]	熱伝導率[W/(mK)]	音速[m/s]
0.100000E+05	0.200000E+00	-0.149078E+06	-0.149192E+06	-0.984689E+04	0.880562E+02	0.283828E+04	0.346372E+04	0.819431E+00	0.710824E-04	-0.307347E-01	0.165795E+04
0.100000E+05	0.400000E+00	-0.147676E+06	-0.147790E+06	-0.974746E+04	0.878934E+02	0.289831E+04	0.348827E+04	0.830873E+00	0.704177E-04	-0.291753E-01	0.165214E+04
0.100000E+05	0.600000E+00	-0.146274E+06	-0.146388E+06	-0.964802E+04	0.877306E+02	0.295834E+04	0.351282E+04	0.842155E+00	0.697530E-04	-0.276160E-01	0.164633E+04
0.100000E+05	0.800000E+00	-0.144872E+06	-0.144986E+06	-0.954859E+04	0.875678E+02	0.301836E+04	0.353737E+04	0.853280E+00	0.690883E-04	-0.260566E-01	0.164051E+04
0.100000E+05	0.100000E+01	-0.143470E+06	-0.143584E+06	-0.944916E+04	0.874050E+02	0.307839E+04	0.356192E+04	0.864252E+00	0.684236E-04	-0.244973E-01	0.163470E+04
0.100000E+05	0.120000E+01	-0.142068E+06	-0.142183E+06	-0.934972E+04	0.872422E+02	0.313842E+04	0.358646E+04	0.875074E+00	0.677589E-04	-0.229379E-01	0.162889E+04

圧力と温度に依存した、密度、内部エネルギー、エンタルピー、etcの物理量が提供されている。

■NIST物性テーブル化学種

以下の化学種に対する物性が提供されている。

Water	Carbon monoxide	Cyclopropane	Cyclohexane	Neon	Toluene
Nitrogen	Carbon dioxide	Butane	Heptane	Argon	Decafluorobutane
Hydrogen	Deuterium oxide	Pentane	Octane	Krypton	Dodecafluoropentane
Parahydrogen	Methanol	2-Methylbutane	Nonane	Xenon	Sulfur dioxide
Deuterium	Methane	2,2-Dimethylpropane	Decane	Ammonia	Hydrogen sulfide
Oxygen	Ethane	Hexane	Dodecane	Nitrogen trifluoride	Sulfur hexafluoride
Fluorine	Propane	2-Methylpentane	Helium	Benzene	Carbonyl sulfide

2. 単成分・単相流体の支配方程式、圧縮性

■流体の支配方程式

質量保存式	$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho u}{\partial x}=0$	ρ : 密度
運動量保存式	$\frac{\partial \rho u}{\partial t}+\frac{\partial \rho uu}{\partial x}+\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{2L}K\rho u^2=0$	u : 速度
エネルギー保存式	$\frac{\partial e}{\partial t}+\frac{\partial u(e+p)}{\partial x}=q$	e : 内部エネルギ
状態方程式	$p=f(\rho,e), T=g(\rho,e)$	T : 温度
		p : 圧力
		q : 発熱項
		f,g : 状態方程

時間 t による偏微分の項を「時間項」、流速 u がかかった空間微分の項を「対流項」という。
時間項をゼロと置くと定常解析、時間項を考慮すると過渡解析となる。

密度変化を考慮することを「圧縮性を考慮する」という。

この式では、温度変化や圧力変化による密度変化を考慮している。

3. 多成分ガスの支配方程式

■多成分ガスの支配方程式

質量保存式	$\frac{\partial \rho Y_i}{\partial t}+\frac{\partial \rho Y_i u}{\partial x}=0$	状態方程式（理想気体仮定）	$p=\frac{\rho}{\overline{M}}RT\overline{Z}=\rho(h-e)$
			$h=\overline{C}_pT$
質量分率	$\sum Y_i=1$		$T=\frac{e}{\overline{C}_p-\frac{R}{\overline{M}}}$
平均分子量	$\overline{M}=1\Big/\sum_i\frac{Y_i}{M_i}$		
モル分率（体積分率）	$X_i=\overline{M}\frac{Y_i}{M_i}, \sum_i X_i=1$	平均定圧比熱	$\overline{C}_p=\sum_i C_{p_i}Y_i$
		平均圧縮係数	$\overline{Z}=\sum_i Z_iX_i$

質量保存式で各成分の質量分率を考慮する。
状態方程式は理想気体を仮定する。
多成分ガスの物性を1つの代表値（各成分の平均値）で表す。
各物性の特性に従い、質量分率によって重みをとるか、モル分率で重みをとるかが決まっている。

3. 多成分ガスの支配方程式

■多成分ガスの平均物性の式

（参考；小池秀耀、三橋利玄、浜野明千宏ら、富士総合研究所編「汎用流体解析システム」、丸善株式会社（1993年），p341）

平均粘性係数（Sutherland–Wassiljewaの式）

$$\bar{\mu} = \sum_i \mu_i \left[\frac{1}{X_i} \sum_j X_j \Phi_{ij} \right]^{-1}$$

$$= \sum_i \mu_i \left[\frac{1}{Y_i} \sum_j \left(\frac{M_i}{M_j} \right) Y_j \Phi_{ij} \right]^{-1}$$

ただし、次のWilkeの式を使う

$$\Phi_{ij} = \frac{\left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{1/4} \right]^2}{\left[8 \left(1 + \left(\frac{M_i}{M_j} \right) \right) \right]^{1/2}}$$

平均熱伝導率（Wassiljewaの式）

$$\bar{\kappa} = \sum_i \kappa_i \left[\frac{1}{X_i} \sum_j X_j A_{ij} \right]^{-1}$$

$$= \sum_i \kappa_i \left[\frac{1}{Y_i} \sum_j \left(\frac{M_i}{M_j} \right) Y_j A_{ij} \right]^{-1}$$

ただし、次のMasou–Saxenaの式を使う。

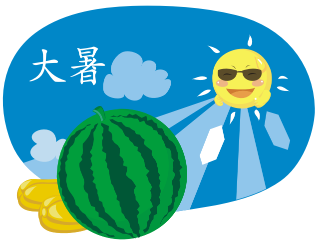
$$A_{ij} = 1.065 \Phi_{ij}$$

4. 伝熱モデル（輻射・熱伝達・熱伝導）

■伝熱の例

冬、お風呂に入っているとお湯が冷えてくる。

風呂桶が外部に熱を奪われ、
風呂桶内部で熱伝導し、
風呂桶とお湯が熱伝達し、
お湯の熱が風呂桶に奪われて、お湯が冷える。

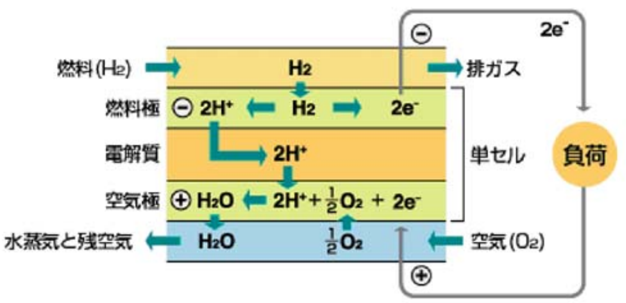


夏、太陽が暑い

太陽から発せられる
輻射熱が届いている。

やかんを火にかけると水が沸騰する。

火からやかん表面に熱が入り
やかん内部で熱伝導し、
やかんと水が熱伝達し
水に入熱し、水が熱せられ
沸騰状態となる。

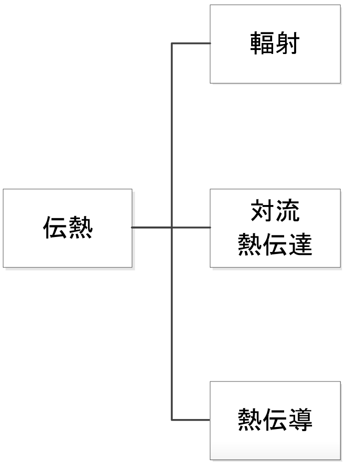


燃料電池の例
燃料H_2が流れ、燃料極と熱伝達し、
燃料極・電解質・空気極を熱伝導し、
空気が流れていて、空気と空気極が熱伝達している。
その間に化学反応が起こっている。

日本ガス協会HPより。
http://www.gas.or.jp/fuelcell/contents/01_2.html

4. 伝熱モデル(輻射・熱伝達・熱伝導)

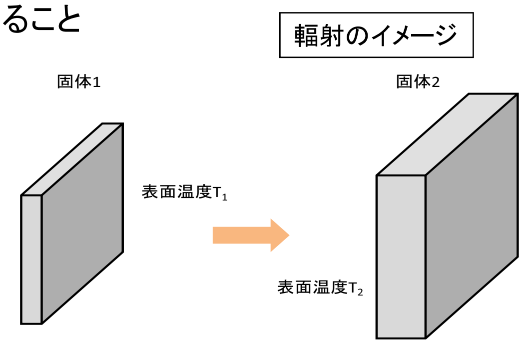
■伝熱の種類

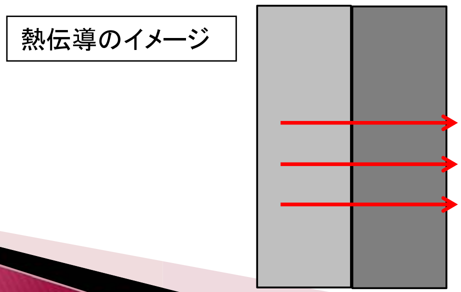


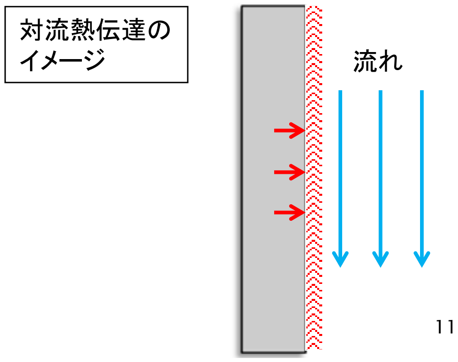
接触していない固体間で
電磁波を介して熱が伝達すること

流体と固体の間で
伝熱すること

接触している固体間で
熱が伝達すること







4. 伝熱モデル(輻射・熱伝達・熱伝導)

■輻射(放射)

輻射熱伝達は、高温の固体表面から赤外線を放出し、低温の固体表面がその熱量を吸収することで熱を受け渡しする。輻射熱は次のように温度の4乗の差で表される。

$$Q_{rad} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon_R} + \dfrac{A_1}{A_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_R} - 1\right)}$$

ここで σ はStefan-Boltzmann係数[W/m^{2}K^4]である。Aは伝熱面積である。
ϵ_Rは輻射率であり、黒体輻射の場合は1をとる量である。

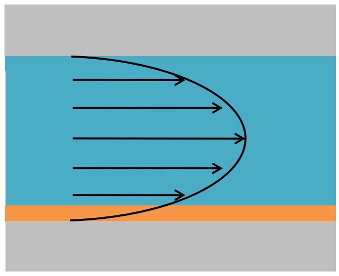
固体1と固体2がある角度で輻射熱をやりとりする場合は、
形態係数と呼ばれる角度に依存した係数を乗じる。

4. 伝熱モデル(輻射・熱伝達・熱伝導)

■熱伝達(参考;甲藤好郎著、「伝熱概論」、養賢堂)
固体と固体に接する流体の間には速度境界層や温度境界層ができる。
Fourierの法則から、固体から流体への伝熱量は
固体近傍の流体内温度勾配のみによって決まり、
次のように表される。

$$Q = -\kappa_f \frac{\partial T}{\partial y}$$

ここで、κ_f は流体の熱伝導率、yは固体面に垂直な座標である。



流体の速度境界層と温度境界層

■熱伝達率
管路系流体解析では、流れ方向の一次元解析であるため、乱流域では
速度境界層や温度境界層の分布を解くことができない。
そのため、モデル化された熱伝達率 h を用いて伝熱量を次のように表す。

$$Q = hA\left(T_f - T\right)$$

h:熱伝達率　T_f:流体温度
A:伝熱面積　T:固体温度

熱伝達率はNusselt数を用いて次のように定義される。

$$h = Nu \frac{\kappa_f}{L}$$

L:代表長さ

熱伝達率は各種モデルがあるが、ここではDittus-Boelterの式を紹介する。
本式はRe>2000の乱流域で成立する。

$$Nu = \mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0.4}$$

Re : Reynolds数－流れに関する無次元数　$\mathrm{Re} = UL/\nu$

Pr : Prandtl数－熱伝導に関する無次元数　$\mathrm{Pr} = \nu\rho C_p/\kappa_f$

4. 伝熱モデル(輻射・熱伝達・熱伝導)

■熱伝導(固体内部)(簡単化のため1次元に話を限定する)
固体中の伝導方向に対する1次元非定常熱伝導方程式は以下のように表される。

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{1}{r}\right)^{\alpha} \frac{\partial}{\partial r}\left(k r^{\alpha} \frac{\partial T}{\partial r}\right) + q$$

ρ:固体密度　κ: 固体熱伝導率
C : 固体比熱　q : 固体の発熱
T : 固体温度　r : 径方向の座標

α=0の時、固体は平板型(デカルト座標)、α=1の時固体は円筒型(円筒座標)、
α=2の時、固体は球面体(球座標)であることを示している。

定常解析の場合は左辺がゼロとなる。
非定常の熱伝導方程式を解きながら早く収束させたい(定常解析を行いたい)場合、
時間刻みを大きくとることと同等の条件として、固体物性(密度×比熱)を疑似的に小さくとることがある。

例えば、流体と固体の連成解析をしていて時間刻みが流体解析側で決められ、
温度が定常になるまでの時間が固体側で支配される場合、このようなテクニックを使う場合がある。

■熱伝導(境界条件)
固体の表面には境界条件を課す必要がある。

①流体との熱伝達がある場合、熱伝達率hを用いて以下のような境界条件を課す。

$$-k\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{\mathrm{boundary}} = h\left(T_{\mathrm{f}} - T_{\mathrm{wall}}\right)$$

②断熱条件の場合は、温度差がゼロ(または熱伝達がゼロ)と置く。

③輻射熱伝達を考慮する場合、輻射熱の定義式を書き換えて熱伝達と同様に取扱うと便利である。

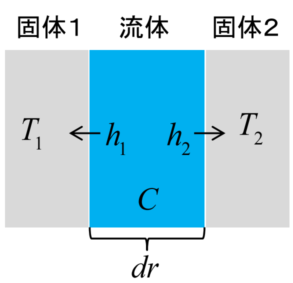
$$Q_{\mathrm{rad}} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon} + \dfrac{A_1}{A_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon} - 1\right)} = H_{\mathrm{rad}}\left(T_1^{n+1} - T_2^{n+1}\right), \qquad H_{\mathrm{rad}} = \frac{\sigma}{\dfrac{1}{\varepsilon} + \dfrac{A_1}{A_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon} - 1\right)}\left(T_1^2 + T_2^2\right)\left(T_1 + T_2\right)$$

ここでHradの式中の温度T_1、T_2は前時刻、または前反復の値を用いる。
また、Q_{rad}、H_{rad}に対して、温度の4乗の項を次のように線形化して用いることもある。

$$\left(T^{n+1}\right)^4 = 4\left(T^n\right)^3 \cdot T^{n+1} - 3\left(T^n\right)^4$$

■熱コンダクタンス(熱通過率)の考え方 (流体を固体とみなす)
(参考;甲藤好郎著、「伝熱概論」、養賢堂)

流体解析と固体の熱伝導解析では、明らかに流体解析のほうが計算負荷が高い。
流体流路と固体の解析モデルを検討するとき、以下の条件であれば流体を固体とみなすことがある。
条件1. 流体の流れは定常流れであり、得たい結果が定常的である場合。
条件2. [固体－流体－固体]のような体系の熱分布が重要である場合。



T_1:固体１の温度、T_2:固体２の温度
h_1:流体と固体１の熱伝達率、h_2:流体と固体２の熱伝達率
C:流体の熱伝導率
$\kappa_{conduct}$: 流体を固体とみなす場合の熱コンダクタンス

熱コンダクタンス $\kappa_{\mathrm{conduct}}$ は次のように定義される。

$$Q = \kappa_{\mathrm{conduct}}\left(T_1 - T_2\right)$$

$$\frac{1}{\kappa_{\mathrm{conduct}}} = \frac{1}{h_1} + \frac{dr}{C} + \frac{1}{h_2}$$

5. 断面積が変化する流れ

■断面積変化の式の導出(参考：機械工学便覧、流体工学、日本機械学会編A5-56)
断面積Aの変化によって流速 u が変化すると、圧力、密度、温度も変化する。
以下では、断面積を考慮した式を導出する。

①連続の式：質量保存式より

$$\rho u A = const. \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} + \frac{dA}{A} = 0$$

②運動量の式：検査体積中の運動量保存より

$$udu + \frac{dp}{\rho} = 0$$

③音速の式

$$dp = c^2 d\rho$$

流速の変化と断面積の変化の関係

$$\frac{du}{u} = \frac{1}{\left(\frac{u^2}{c^2} - 1\right)} \frac{dA}{A} = \frac{1}{M^2 - 1} \frac{dA}{A}$$

ここでMは Mach数

これより以下のような性質が分かる。

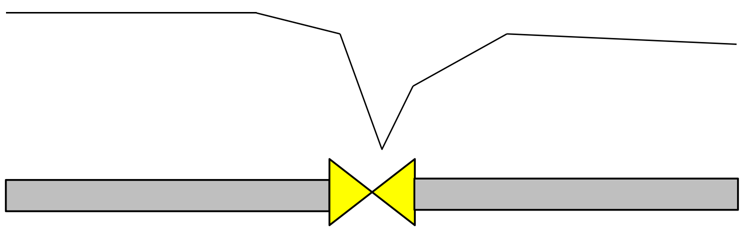
	亜音速		超音速	
断面積変化	−	+	−	+
速度変化	+	−	−	+
圧力変化	−	+	+	−
温度変化	−	+	+	−
密度変化	−	+	+	−

■断面積が変化する流れの特徴のまとめ
亜音速では･･･
①断面積が小さくなる箇所で流速が大きくなり、
　圧力・温度・密度が小さくなる。
②断面積が大きくなる箇所で流速が小さくなり、
　圧力・温度・密度が大きくなる。

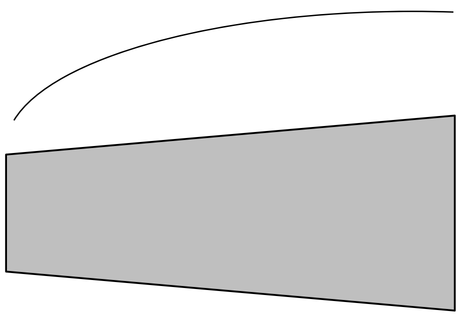
5. 断面積が変化する流れ

■断面積が変化する流れの例

①絞り部(弁やオリフィスなど)
静圧は絞り部で下がったあと回復する。



②拡大管
静圧はどんどん大きくなる。



数値解法・詳細モデル
（Advance/FrontNet/Γの解法）

1. ボリュームジャンクション法

■基礎方程式

基礎方程式を数値的に解くためには離散化が必要となる。

質量保存式 $\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{時間項}} + \underbrace{\frac{\partial \rho u}{\partial x}}_{\text{対流項}} = 0,$

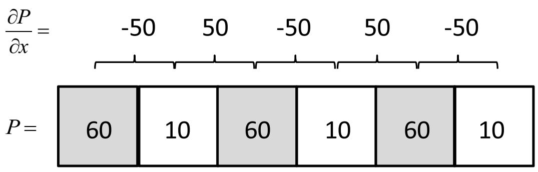
運動量保存式 $\underbrace{\frac{\partial \rho u}{\partial t}}_{\text{時間項}} + \underbrace{\frac{\partial \rho u u}{\partial x}}_{\text{対流項}} + \underbrace{\frac{\partial p}{\partial x}}_{\text{圧力項}} + \underbrace{\frac{1}{2L} K \rho u^2}_{\text{ソース項}} = 0$

対流項と圧力項の離散化は、空間離散化であるため、メッシュ分割とボリュームジャンクション法、
時間項の離散化は、陽解法、陰解法、
ソース項の取り扱いは半陰解法の取り扱いを以下で紹介する。

■レギュラー格子とスタガード格子

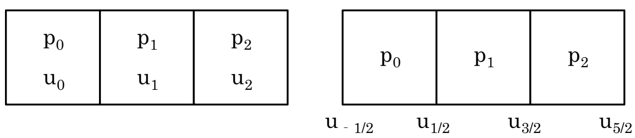
メッシュ上の同一点に圧力と流速を定義したものを「レギュラー格子」という。

レギュラー格子は、運動量保存式の圧力項が、
隣りあったメッシュ間の差にしか依存しないため、
定常状態でチェッカーボード状の圧力振動が起こってしまう問題がある。



圧力チェッカーボード

これを回避するために、メッシュの中心には圧力や密度、
メッシュの界面には流速を定義する
「スタガード格子」のスキームが提案され、広く使われている。

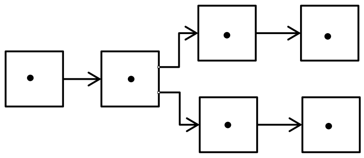


レギュラー格子　　スタガード格子

1. ボリュームジャンクション法

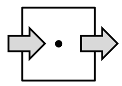
■ボリューム・ジャンクション法

　図で、四角をコントロールボリューム、矢印をジャンクションと呼ぶ。
ボリュームには長さ、直径、体積が定義される。
ジャンクションには長さと体積は定義されず、直径のみが定義される。



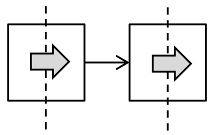
ボリューム・ジャンクションの接続

ボリューム中心には、圧力、温度、密度、内部エネルギー等が定義され、
ボリューム上で質量保存式とエネルギー保存式が解かれる。



ボリューム上の質量収支

ジャンクションには、流速が定義され、
ジャンクション上で運動量保存式が解かれる。



ジャンクション上の運動量収支

■風上差分法

(参考;棚橋隆彦、「はじめてのCFD－移流拡散方程式－」、コロナ社)

対流項の差分方法は風上差分と呼ばれる差分法がよく用いられる。
流速が正である場合は＋側のメッシュの値を、
流速が負である場合は－側のメッシュの値を採用する方法である。
圧力項は中心差分法を用いる。

$$\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x}\right)_i = \frac{\langle\rho\rangle_{i+\frac{1}{2}} u_{i+\frac{1}{2}} A_{i+\frac{1}{2}} - \langle\rho\rangle_{i-\frac{1}{2}} u_{i-\frac{1}{2}} A_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta V_i} \qquad \langle\rho\rangle_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \rho_i \left(u_{i+\frac{1}{2}} \ge 0\right) \\ \rho_{i+1} \left(u_{i+\frac{1}{2}} < 0\right) \end{cases}, \quad \langle\rho\rangle_{i-\frac{1}{2}} = \begin{cases} \rho_{i-1} \left(u_{i-\frac{1}{2}} \ge 0\right) \\ \rho_i \left(u_{i-\frac{1}{2}} < 0\right) \end{cases}$$

2. 陽解法、陰解法

■時間項の離散化

　時間項の取り扱いでは、陽解法と陰解法があり、それぞれ以下の特徴がある。

	解くべき方程式	メリット	デメリット
陽解法	$\frac{\phi^{n+1}-\phi^n}{\Delta t} = a\frac{\partial \phi^n}{\partial x}$	処理が簡潔 圧力波を精度よくとらえることができる	タイムステップ幅Δtを小さくとる必要あり
陰解法	$\frac{\phi^{n+1}-\phi^n}{\Delta t} = a\frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial x}$	タイムステップ幅Δtを大きくとれる	連立方程式を解く必要がある

■CFL条件

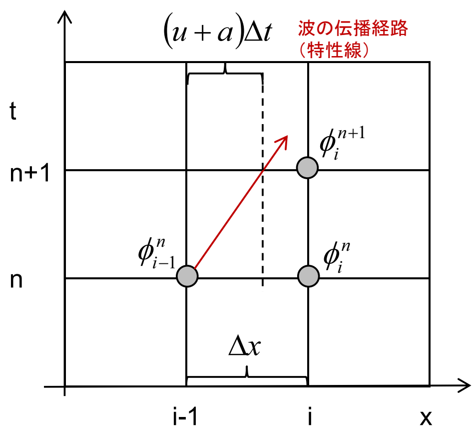
　陽解法では、タイムステップはCFL条件に制限される。

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} > u+a,\ C_{ourant} \equiv (u+a)\frac{\Delta t}{\Delta x} \le 1, \therefore \Delta t < C_{ourant} \times \frac{\Delta x}{(u+a)}$$

陽解法の式を書き換えると次のような形になる。

$$\phi_i^{n+1} = \phi_i^n - C_{ourant}\left(\phi_i^n - \phi_{i-1}^n\right)$$

クーラン数C_{ourant}の意味は、
Δtの間に波が進む距離(u+a)Δtと格子幅Δxの比であり、
圧力波が1メッシュを越えて伝播しないことを表す。



2. 陽解法、陰解法

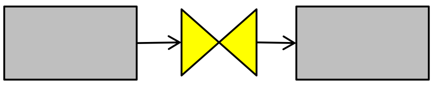
■ソース項の線形化（半陰解法化）
(参考；スハスV.パタンカー原著、水谷幸夫・香月正司共訳、「コンピュータによる熱移動と流れの数値解析」、森北出版株式会社)

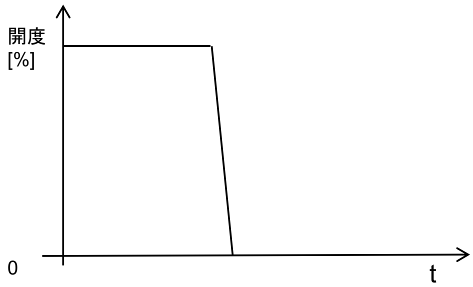
圧損や発熱は、運動量保存式やエネルギー保存式中の生成項中で取り扱うが
急激に大きな値が条件として与えられた場合、これが離散化式の中で支配的となって不安定性を導く場合がある。
安定な解を得るために、生成項が適正な限界内に存在するように線形化する手法があるので紹介する。

運動量保存式内の摩擦損失項の新しい時刻での流速の2乗項をTaylor展開し、さらに高次の項を省略して、次のように線形化する。

$$\frac{1}{2}\frac{K}{L}\rho\left(u^{n+1}\right)^2 \cong \frac{1}{2}\frac{K}{L}\left(2\rho^{n+1}u^{n+1}-\rho^n u^n\right)\left|u^n\right|$$

このような取扱いをしておけば、ソース項は、方程式の両辺に正の項として現れ、さらには、未知数のu^{n+1}に対して、優対角化が図られるため、
バルブ遮断時の急激な圧力損失等変化でも安定な解が得られる。

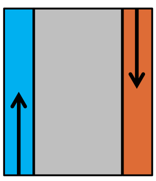




3. 固体と流体の熱伝達

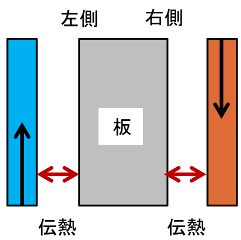
■固体と1次元流路の基本組み合わせ1

①



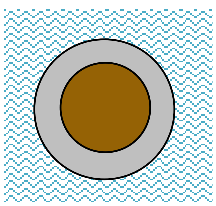
板型の固形物があり
左側を水素が流れ、固体と伝熱する。
右側を空気が流れ、固体と伝熱する。

①を実現するには、固体の両側に流路を設定できる必要がある。
固体は左側と右側を区別する必要がある。
固体は板型の取り扱いとなる。



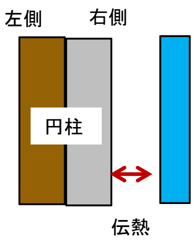
■固体と1次元流路の基本組み合わせ2

②



円柱型の固体があり
中心部は銅、外側は鉄である。
円柱形の外側を水が冷やしている。

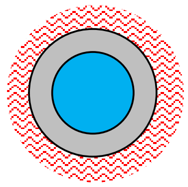
②を実現するには、円柱型の固体を扱う。
円柱は2層（2つの物性）から成っている。
円柱の外側に流路と伝熱する必要がある。



3. 固体と流体の熱伝達

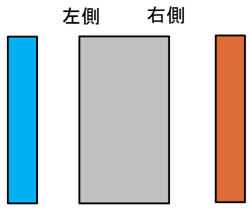
■固体と1次元流路の基本組み合わせ3

③



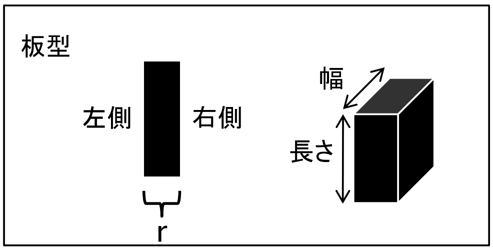
管路の中を冷却水が流れている。
管路構造材を熱が移動する。
管路構造材の外側は空気と伝熱する。

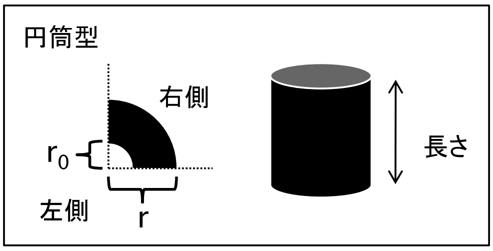
③を実現するには、円柱型の固体を扱う。
円柱の内側は冷却水流路と伝熱する。
円柱の外側は空気流路と伝熱する。



■左側と右側の概念と仮想半径

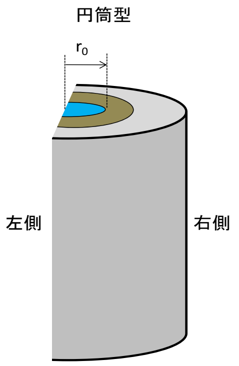
・内側と外側だと主観が入るため、固体には「左側」「右側」の概念を定義する。
これはアメリカの原子力流体解析コードRELAP等も同様である。
・円柱型固体の内部に流路を設定できるように、円筒形固体に仮想半径の概念を導入する。

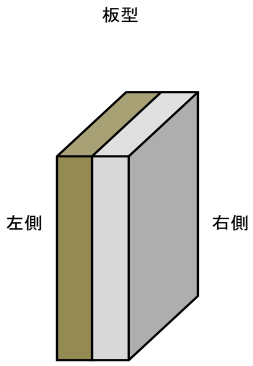


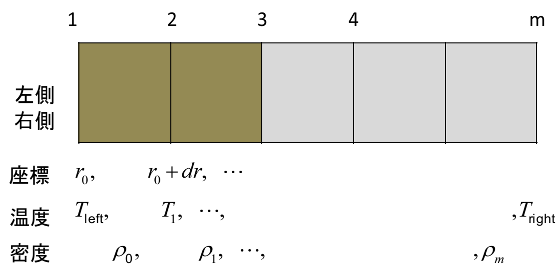


3. 熱伝導解析

■熱伝導解析の離散化
　固体は、層ごとに格子分割して離散化する。
格子の界面上に座標と温度を定義し、格子中心に密度、比熱、熱伝導率の固体物性を定義する。
熱伝導方程式は格子界面上について解かれる。







■境界面における熱伝導率
(参考;スハスV.パタンカー原著、水谷幸夫・香月正司共訳、「コンピュータによる熱移動と流れの数値解析」、森北出版株式会社)

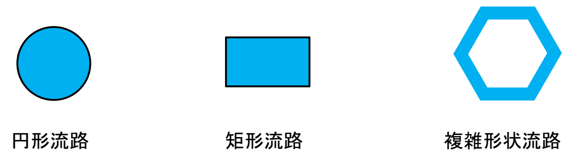
　異なる固体層の界面の熱伝導率は、
格子i と格子 i+1の間の界面上の熱伝導率 $\kappa_{i+1/2}$ を次のように定義することにより模擬する。

$$\kappa_{i+1/2} = \left\{ \frac{1}{dr_i + dr_{i+1}} \left(\frac{dr_i}{\kappa_i} + \frac{dr_{i+1}}{\kappa_{i+1}} \right) \right\}^{-1}$$

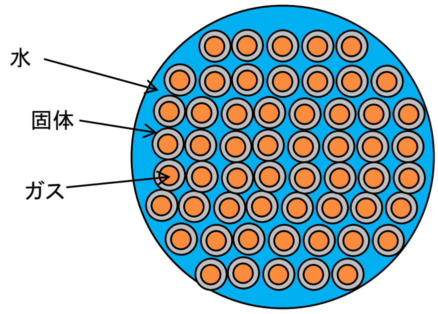
5. 等価直径の考え方

■等価直径とは
等価直径は、圧力損失における摩擦係数や対流熱伝達における熱伝達係数を正確に評価するために重要な値である。

■等価直径の考え方が必要な場合その1（円形でない流路形状）
通常、管路は円形を仮定している。
円形でない流路形状を円形流路をベースに考えるとき、等価直径を用いる。



・同じ径のガス流路が複数本
・同じ厚みの構造物



■等価直径の考え方が必要な場合その2
（複数流路を代表1本でモデリング）

例えばボイラー等の熱交換器では、数百本の流路が熱を交換する。
これらの流路形状は等しく、対称的な構造を持つ。

これら1本1本の流路を詳細に模擬していると計算負荷も大きい。
これら1本1本の流路に着目する必要がない場合、複数流路を代表的な流路1本で模擬することができる。
このとき等価直径を用いる。

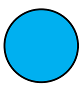
5. 等価直径の考え方

■等価直径の式（円形でない流路形状を円形に焼き直す）

$$D_e = \frac{4A}{L}$$

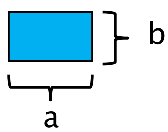
Aは流路断面積、Lは濡れ淵長さ。

濡れ淵長さとは、流体が流路に接して摩擦を受ける淵長さのこと。
（例） 円形流路



$$L = 2\pi r$$

矩形流路



$$L = 2a + 2b$$

■等価直径の利用（複数円形流路を代表1本でモデリング）

等価直径は元の値、流路面積と伝熱面積はN本分を考慮する。

項目	モデリング方法	実際の流路（1本あたり）	代表流路
流路数	複数流路を1本とおく	N本	1本
等価直径	等価直径を使用する。 適切に圧力損失を評価する。	D	D
流路面積	流路面積が等しくなるようにする。	A	NA
伝熱面積	伝熱面積が等しくなるようにする。	A_{heat}	NA_{heat}
形状	等価直径と伝熱面積が等しいような 概念的形状である。	円形	全流路面積が等しい 円形換算

管路系流体解析の基礎（ガス編）まとめ

■管路系流体解析で何がわかるかまとめる。

モデル	入力	出力
①管路系解析 液相 単成分ガス相 超臨界相	・管路形状境界条件 ・流体物性の指定(NIST)	・圧力、温度、密度、流量の管路内分布と時系列変化 ・バルブを操作した場合、流量変化や圧力波変化と下流側への操作の時間遅れ
②管路系解析 多成分ガス系	・管路形状 ・境界条件 ・多成分ガス物性の指定	①に加えて ・多成分ガスの組成（モル分率）の管路内分布と時系列変化
③管路系解析 ＋伝熱解析	・管路系情報 ・固体形状 ・固体物性 ・固体境界条件	・固体内温度分布と温度の時系列変化 ・固体と熱をやりとりした場合の流体の 圧力、温度、密度、流量の管路内分布と時系列変化 ・冷却剤が詰まり等で冷却機能を喪失した場合の 固体温度の時間変化と流量分配変化