

アジェンダ

<基礎理論>

1. 1次元解析と3次元解析
2. 定常解析と過渡解析
3. Bernoulliの式
特にPiezo水頭の概念(高低差)と動水勾配線
4. 摩擦損失
5. 水撃と液柱分離

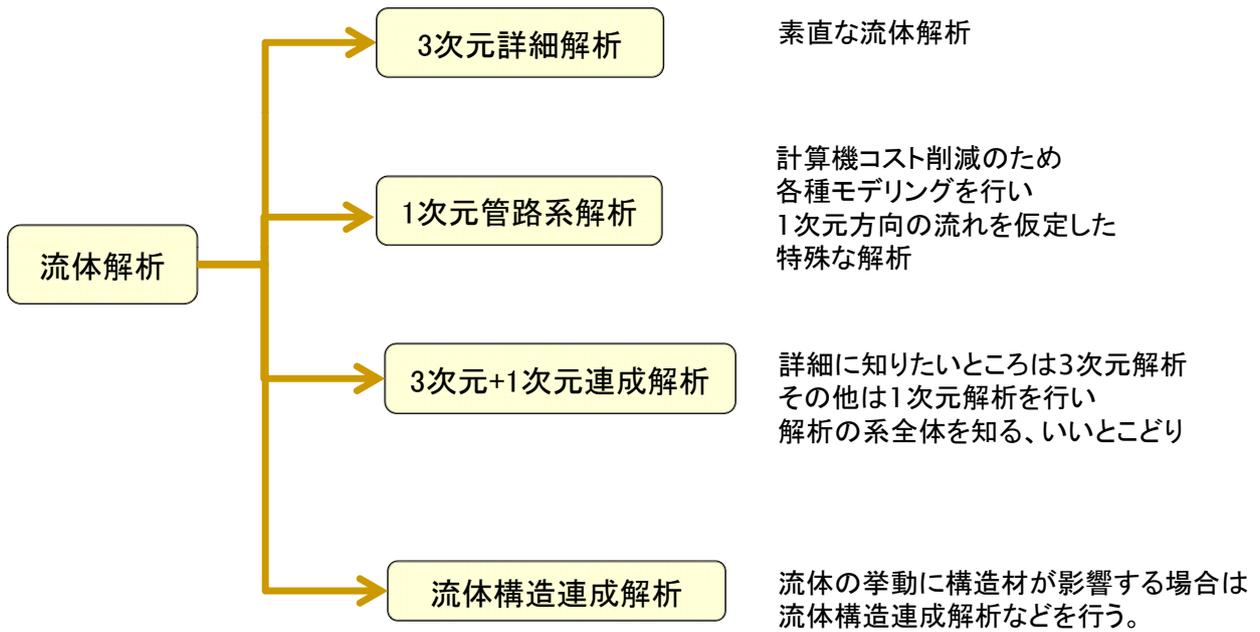
<数値解法・詳細モデル>

1. 特性曲線法
2. 弁と制御
3. ポンプ
4. タンク

基礎理論

1. 1次元解析と3次元解析(1/4)

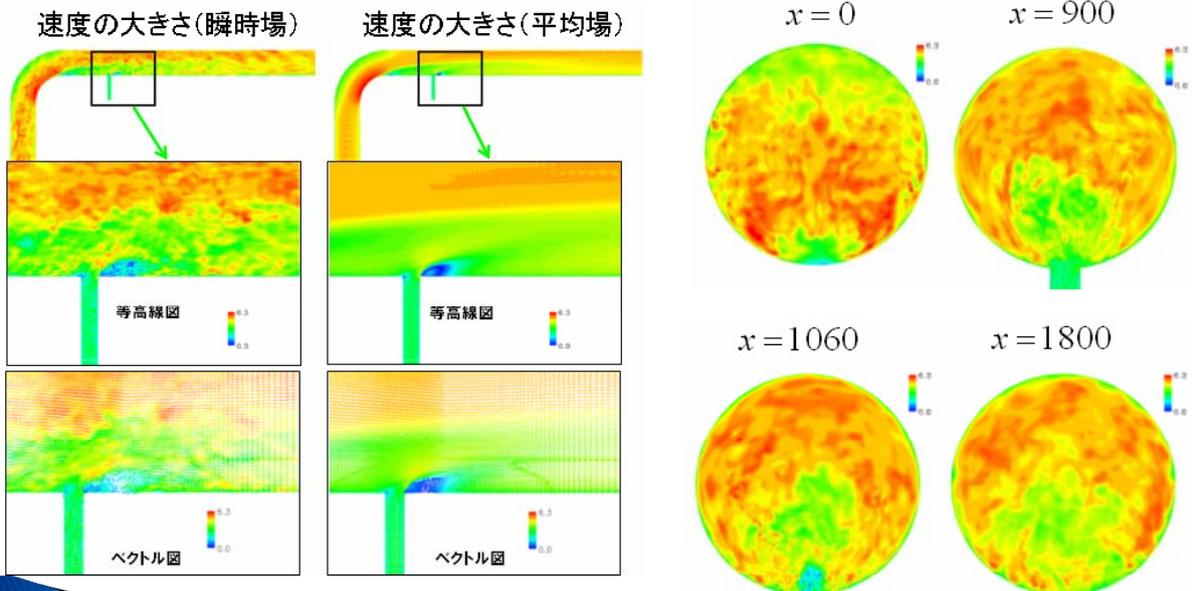
■流体解析の分類



1. 1次元解析と3次元解析(2/4)

■3次元詳細解析

- ・着目部分の詳細な解析を行いたい
- ・乱流の影響が大きい
- (例) 曲がり部や抵抗物の影響を計算する



もんじゅ流体混合部の流動解析手法の整備～三次元熱流動解析コード(FrontFlow/Red, FLUENT)の適用性評価～
 独立行政法人原子力安全基盤機構(H18)報告書 Advance/FrontFlowによる計算結果の例
<http://www.jnes.go.jp/content/000009592.pdf> より(2012/1/4)

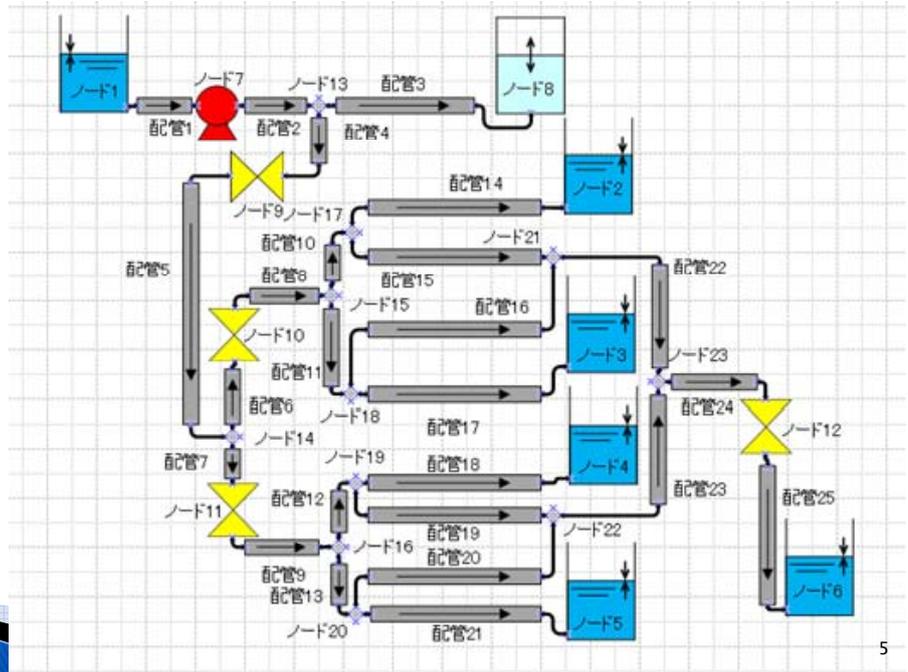
1. 1次元解析と3次元解析(3/4)

■1次元管路系解析



- ・大規模な解析対象の挙動を把握したい場合
- ・数分から数日のオーダーの時間を計算対象とする場合
- (例) 総延長20kmに渡る管路系の48時間の挙動を計算する。

管路系解析の例



5

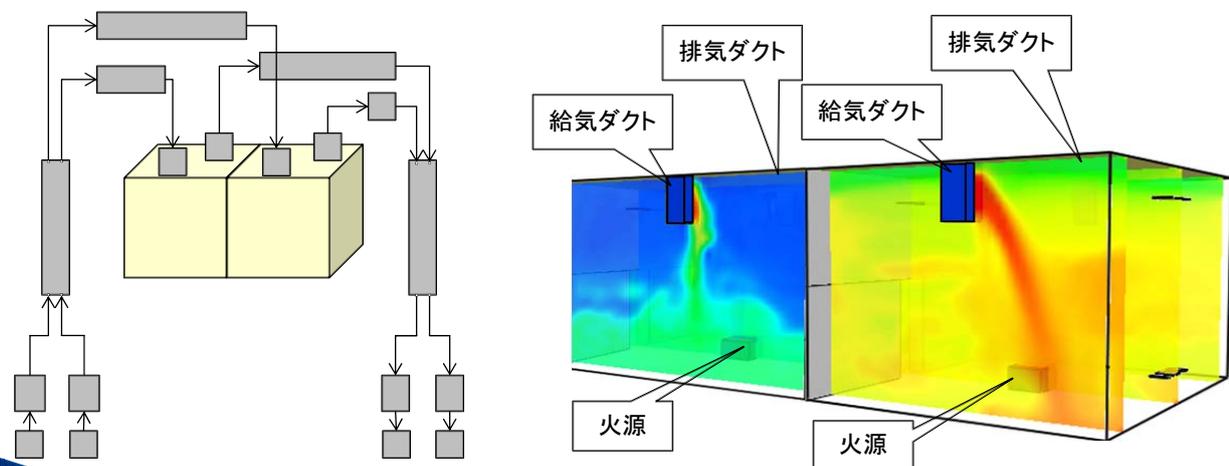
1. 1次元解析と3次元解析(4/4)

■3次元+1次元連成解析

- 大規模な解析対象の挙動を把握し、
- 着目部分は3次元的な分布を知りたい。

(例) 三次元火災解析シミュレータFDSとAdvance/FrontNet/Γの連成解析

1次元管路系解析モデル(左)と、部屋の3次元詳細解析(右)



1次元管路系解析によりダクトの挙動を把握し、この部分の計算コストが削減できた。
3次元解析と境界条件で物理量をやり取りすることにより、部屋の中の各物理量分布を適切に評価できた。

6

2. 定常解析と過渡解析(1/1)

■定常解析

境界条件が固定値(時間的に変動しない)であれば
管路内の流体の圧力分布と流速分布は一定の値で静定する。
この状態を定常状態といい、このような定常状態を求める解析を定常解析という。

定常解析では、流体方程式の時間項をゼロとしたものを解くが、この方法が適用できない場合もある。
もうひとつの方法としては、境界条件を一定として流体方程式の時間項がゼロになるまで、
時間進行法で過渡解析を繰り返す考え方がある。

定常解析では、圧力や流速の管路内1次元分布が得られる。

■過渡解析

ある状態を初期状態とし、そこから

- ・バルブを閉める、開ける
- ・ポンプがトリップ(意図せず停止)する
- ・流量の変動を境界条件として与える

などのイベントを仮定し、時間変動について計算することを過渡解析という。

過渡解析では、各時間ごとの圧力や流速の管路内1次元分布が得られる。

7

3. Bernoulliの式(1/4)

■Bernoulliの式

定常状態での流体に対する力学的エネルギー保存則を表す式はBernoulli(ベルヌーイ)の式と呼ばれる。
(参考;澤本正樹著、流れの力学-水理学から流体力学へ-、共立出版)

$$P + \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho g z = \text{const.}$$

圧力分 速度分 位置分 全エネルギー

■静圧、動圧、総圧(全圧)

上記の「圧力P」は流体が実際に外界に及ぼす圧力であり、「静圧」と呼ばれる。
流体が静止しているときの圧力と定義されることもあるが、静止していないときも静圧の概念は成り立つ。

P 静圧、静水圧などと呼ばれる。特に区別しない場合は「圧力」と呼ばれる。

動圧とは、速度分のエネルギーを指し、実際には測定できないものである。

$$\frac{1}{2} \rho u^2 \quad \text{動圧。速度分のエネルギーを圧力の単位に換算したもの。}$$

総圧(全圧)とは、静圧と動圧の和をいう。

$$P_{\text{total}} = P + \frac{1}{2} \rho u^2 \quad \text{総圧。Bernoulliの式が成り立つ場合、総圧は一定。}$$

8

3. Bernoulliの式(2/4)

■水理学

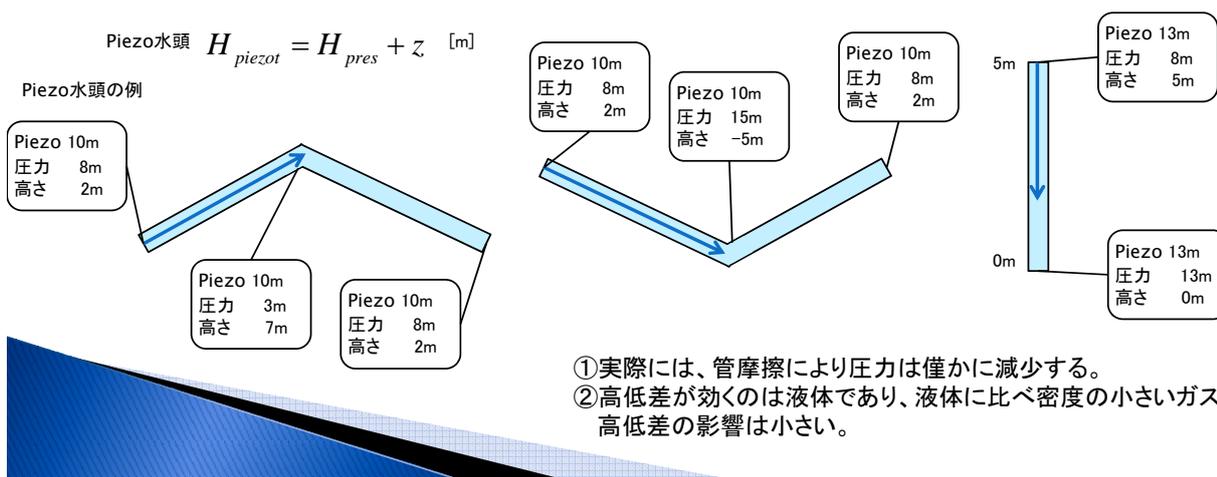
以下、高さの概念を検討するため、Bernoulliの式を水理学で一般的に使われている水頭表示とする。

$$\text{圧力水頭 } H_{pres} = \frac{P}{\rho g} \text{ [m]} \quad \text{圧力の単位をmで表したもの}$$

$$H_{all} = \frac{P}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + z = H_{pres} + \frac{u^2}{2g} + z = \text{const.}$$

全水頭 圧力水頭 速度水頭 位置水頭
(高さ水頭)

圧力水頭と位置水頭の和はPiezo水頭と呼ばれる。水はPiezo水頭が大きいほうから小さいほうへ流れる。



9

3. Bernoulliの式(3/4)

■絶対圧とゲージ圧

真空状態を基準とした圧力を「絶対圧」という。

絶対圧力は0より小さくなることはない。

絶対圧であることを明示するために、単位記号の後ろにAやabsを付ける場合がある。

(例)10000[PaA], 10[MPa_abs]

大気圧を基準とした圧力をゲージ圧(Gauge Pressure)という。

設計や実社会で使用されている圧力はゲージ圧であることが多く、これが認識されていないこともある。

ゲージ圧であることを明示するために、単位記号の後ろにGやgaugeをつける場合がある。

(例)10000[PaG]

ゲージ圧 = 絶対圧力 - 大気圧

標準大気圧は101325[PaA]である。

■負圧

ゲージ圧が負になることを負圧といい、後述する液柱分離が起こる可能性があることから危険の目安とされ、注意されている。

実際には、液柱分離は飽和蒸気圧以下で起こる。

例えば、20℃の水では、飽和蒸気圧 2339.2PaAより低圧の領域

(参考;日本機械学会 蒸気表 第5版)

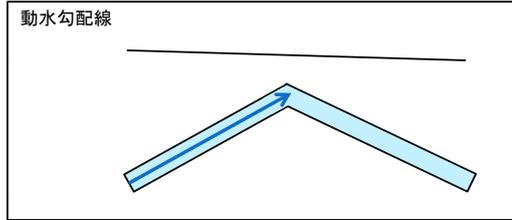
このときのゲージ圧は $P_{gauge} = 2300 - 101325 = -99025[\text{PaG}] \sim -0.1[\text{MPaG}]$

10

3. Bernoulliの式(4/4)

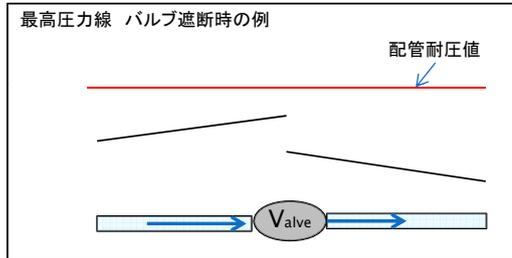
■ 動水勾配線(圧力勾配線)

管路の各点のPiezo水頭を結んだ線を動水勾配線という。これを見ると**定常状態**の流れの方向やポンプ昇圧が足りているかが確認できる。



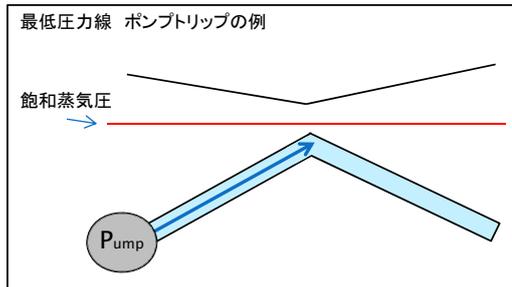
■ 最高圧力線

管路の各点に対し、ある**過渡イベント**を考えたときに最高圧力を結んだものを最高圧力線という。後述する水撃やポンプトリップ時の圧力と配管耐圧値を比較するときなどに利用できる。



■ 最低圧力線

管路の各点に対し、ある**過渡イベント**を考えたときに最低圧力を結んだものを最低圧力線という。負圧の検討などで利用できる。



11

4. 摩擦損失モデル(1/3)

管路内の流体が管路壁面から受ける摩擦抵抗→
Colebrook式を線図にまとめたMoody線図がよく知られている。
Moody線図では、Reynolds数と配管粗度と配管径の比に依存した管摩擦係数が表される。

■ Colebrookの式

(Colebrook, C. F., J. Inst. Civil Engrs., 11(1938~39), 133)

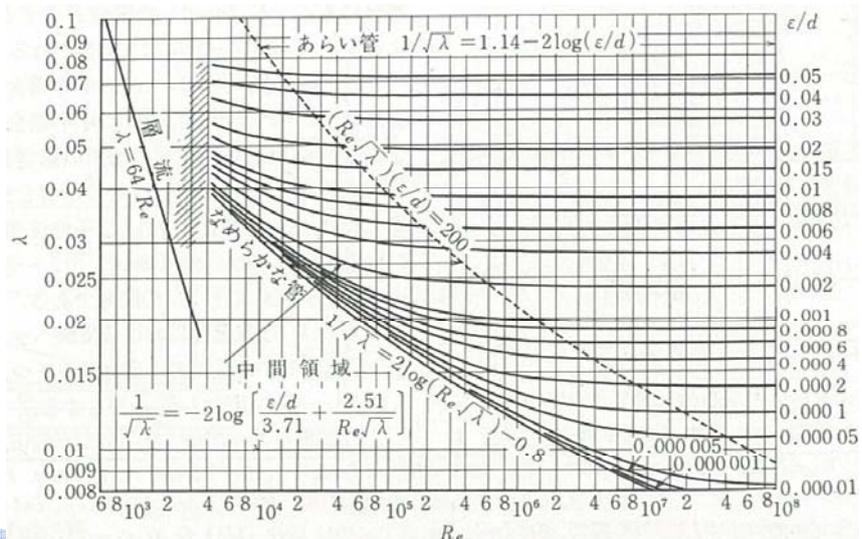
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.0 \ln \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad \varepsilon: \text{配管の粗度}, D: \text{配管径}$$

■ 管摩擦による圧力損失と管摩擦係数λの関係

$$\Delta P_{\text{wall}} = \frac{\lambda L}{D} \frac{1}{2} \rho u^2$$

■ λはDarcyの摩擦係数でありFanningの摩擦係数fと混同しないこと。

$$f = 4\lambda$$



Moody線図(機械工学便覧流体工学、A5-75)

12

4.摩擦損失モデル(2/3)

以下の摩擦係数はMoody線図の根拠であるColebrookの式の陽的表現である。

■Churchillの式

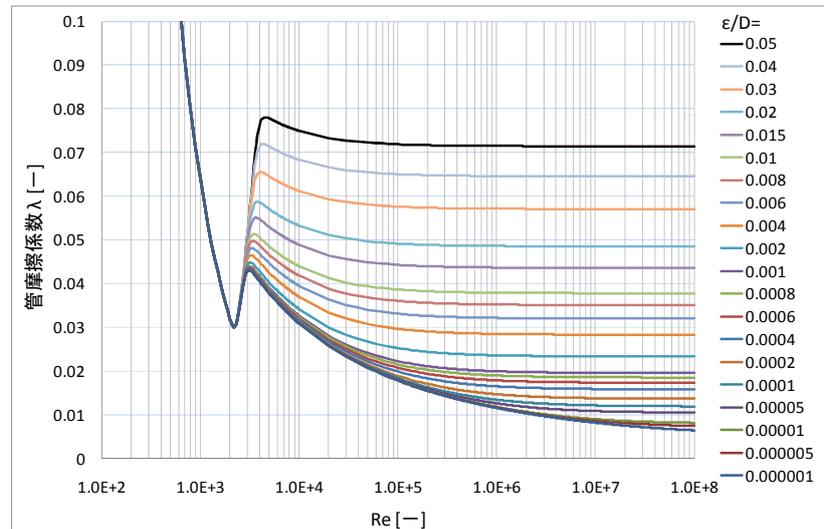
(Churchill, S. W., "Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes", Chem. Eng., Nov.7, (1977))

$$\lambda_{Chu} = 8 \left\{ \left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + (A+B)^{-1.5} \right\}^{\frac{1}{12}}$$

$$A = (2.457 \log C)^{16}$$

$$B = (3.753 \times 10^4 / Re)^{16}$$

$$C = \frac{1}{(7/Re)^{0.9} + 0.27(\epsilon/D)}$$



← 層流 → 遷移領域 ← 乱流 →

Churchillの式による管摩擦係数

13

4.摩擦損失モデル(3/3)

■配管粗度

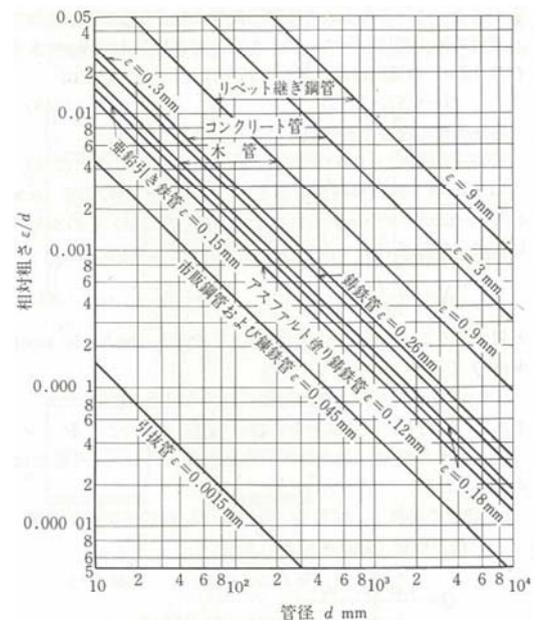
配管粗度は右図のような指標がある。

εを絶対粗度、ε/Dを相対粗度という。

海水や汚水を流している配管では、腐食により粗度は大きくなる。

また、経年劣化により古い管のほうが粗度が大きい。

実用管の相対粗さ
(機械工学便覧流体工学、A5-75)→



その他、以下の式が農業土木分野などで用いられている。

■Hazen-Williamsの式

$$\lambda_{Hazen} = 4 \times \frac{133.7}{C^{1.85} D^{0.167} \nu^{0.148}}, \quad \nu: \text{動粘性係数}, C: \text{流速係数} \sim 130$$

Hazen-Williamsの式は、圧力損失を過大評価する場合があるが、設計にとっては安全側に評価していることになる。
(ただし、ポンプのコスト増の一因となっている。)

14

5.水撃と液柱分離(1/2)

■水撃基礎

- ①水撃は、例えば弁の急閉などで流体が流れを急にせき止められたときに、慣性で流れようとしていたエネルギーが行き場を失い、弁の上流側に音速で圧力波が伝わる現象をいう。
- ②弁の閉め方が早いと、水撃は管を破損するほどの大きな圧力となるため危険である。
- ③水撃圧の簡易的な公式ではJoukowski(ジューコフスキー)の式が有名である。
(参考1;土地改良事業計画設計基準及び運用・解説、設計「パイプライン」H21, P232,
参考2;三野徹、「パイプラインの水利設計その6」農業土木学会誌第50巻第2号, 1982)
いずれも簡易公式は設計用に水撃圧を大きめに算出する傾向がある。
数値解法では特性曲線法などが用いられる。

波動モデル
(Joukowskiの式)

$$\Delta H = \frac{av_0}{g}$$

aは音速、 v_0 は流速。水撃圧は弁の閉速度に依存しない。
適用条件 $t_0 \ll T_0$

振動モデル

$$\Delta H = \frac{4L}{T_0} \frac{v_0}{g}$$

Lは管路長、 T_0 は圧力振動周期。
適用条件 $t_0 \sim T_0$

剛性モデル

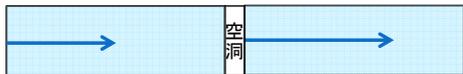
$$\Delta H = \frac{4L}{T_0} \frac{v_0}{g} \times \frac{1}{4} \frac{T_0}{t_0}$$

t_0 は弁閉時間。
適用条件 $t_0 \ll T_0$

15

5.水撃と液柱分離(2/2)

■液柱分離基礎

- ①液体で満たされていた管路のある場所で、なんらかの理由により圧力が低下して飽和蒸気圧以下になったとする。このとき、液体は気相へと相変化する。
- ②管路内に蒸気の空洞ができる。
- ③この空洞が押しつぶされると大きな圧力上昇が起こる。蒸気の密度が1に対し、液体は1000程度と1000倍の違いがある。圧力や密度が大きく異なる流体が急激にぶつかり合うため、このような衝撃圧力が発生する。
- ④圧力上昇は水撃と同様に管路の破損の危険性もある。対策として、サージタンクを設けるなどがある。
- ⑤液柱分離が発生する位置は
 - ・弁が急遮断されたときの弁下流
 - ・ポンプトリップ時の管路
 - ・高低差のある管路で高度が高いところまた、発生原因としては、ポンプ起動時に管路に空気が入っていてそれがつぶれる場合などがある。



16

数値解法・詳細モデル

※ここでは、一般的な管路系流体解析のモデルについて述べますが
これらはAdvance/FrontNet/Ωに導入されている機能です。

17

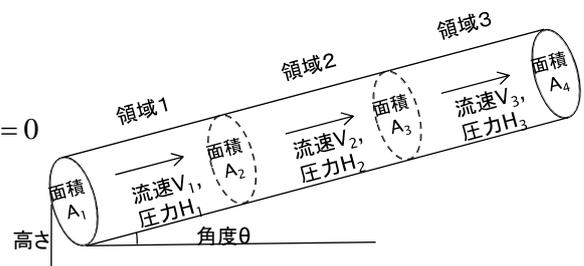
1. 特性曲線法(1/3)

液体の質量保存式と運動量保存式は以下で与えられる。
(導出の参考;富士総合研究所編「管路内の流れのシミュレーションプログラム」、丸善株式会社)

$$\text{質量保存式} \quad \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + V \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin \theta \right) = 0$$

$$\text{運動量保存式} \quad \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \left(V \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} \right) + \frac{\lambda Q}{2gDA^2} |Q| = 0$$

$$\text{音速の式} \quad a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} / \sqrt{1 + \frac{K D}{E e}}$$



ここで、HはPiezo水頭[m]、Vは流速[m/s]、Aは流路断面積[m²]、Q=AVは体積流量[m³/s]、
 θ は管勾配[rad]、gは重力加速度[m/s²]、Kは液体の体積弾性係数[Pa]、Dは管直径[m]、
eは管壁厚さ[m]、Eは管路構造材のヤング率[Pa]、 λ は管摩擦係数[-]、aは音速[m/s]である。

音速の式は、液体の圧力変化による管路構造材のたわみを考慮した式となっている。

18

1. 特性曲線法(2/3)

■特性曲線法(参考:大宮司久明他、「乱流の数値流体力学」、東京大学出版会)

連立微分方程式を解く方法の1つに特性曲線法がある。

特性曲線法は、Lagrange(ラグランジュ)の未定乗数法により、

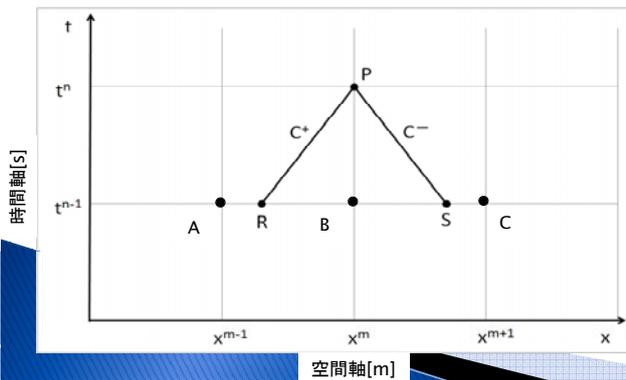
2つの偏微分方程式を時間に関する常微分方程式に変換する。(詳細は参考文献参照)

これにより、質量保存式と運動量保存式は、特性平面上で以下の C^+ 、 C^- のように表される。

この形は線形の連立方程式である。

$$C^+ \begin{cases} (V_P - V_R) + \frac{g}{a}(H_P - H_R) = \left(-\frac{f}{2D} V_R |V_R| + \frac{g \sin \theta}{a} V_R \right) \Delta t \\ x_P - x_R = (V_R + a) \Delta t \end{cases}$$

$$C^- \begin{cases} (V_P - V_S) - \frac{g}{a}(H_P - H_S) = \left(-\frac{f}{2D} V_S |V_S| - \frac{g \sin \theta}{a} V_S \right) \Delta t \\ x_P - x_S = (V_S - a) \Delta t \end{cases}$$



メッシュの定義点は、 $A(x^{m-1})$ 、 $B(x^m)$ 、 $C(x^{m+1})$ であり、これを現在の時間とする。

次の時間ステップの点Pの物理量を知りたいときは、点RとSの物理量が分かれば特性曲線を使って点Pの物理量を求めることができる。

点RとSの物理量は、点A、BとB、Cから線形補間する。

19

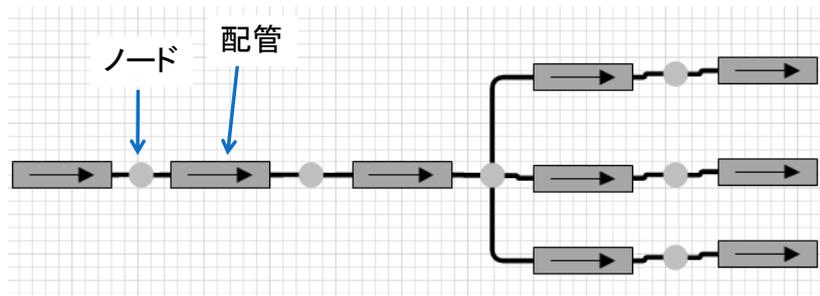
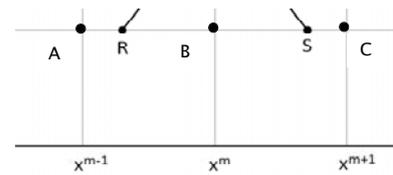
1. 特性曲線法(3/3)

■特性曲線法による管路系の構築方法

前ページで説明したように、圧力Hと流速Vが同じ位置に定義された。

これにより、次のようなルールで管路系を構築する考え方がある。

- ①「配管」と「ノード」を定義する。
- ②配管の両端には必ず「ノード」がある。
- ③配管には長さや管径(=体積)が定義される。配管内部はメッシュ分割される。
- ④ノードには体積が定義されない。
- ⑤ポンプ、弁、抵抗物はノードに定義し、それぞれの機器の特徴を考慮する。



20

2. 弁と制御(1/3)

■弁の基礎

①弁は、緊急時に流体の供給をストップさせるために遮断したり、流量を必要流量に調整したり、圧力損失を与えて下流圧力を調整したりする役割を持っている。

②管路に設置された弁は開度が100%のときは管径程度の流路断面面積を持つ。開度は、手動である値に固定されたり、自動制御されたりする。

③開度が100%のときは圧力損失は少ないが、開度が小さくなると流体は圧力損失を受ける。開度と抵抗の関係は弁メーカーが保有している。抵抗はCv値というものがよく使用される。

圧力損失 ΔP と抵抗係数 K
 Q は体積流量

$$\Delta P = K \frac{1}{2} \rho u^2 = K \frac{\rho}{2A^2} Q^2$$

抵抗係数 K と C_v 値の関係

$$K = \left(\frac{A_{up}}{C_v f_{cv}} \right)^2 \frac{2}{\rho_{H2O60F}}$$

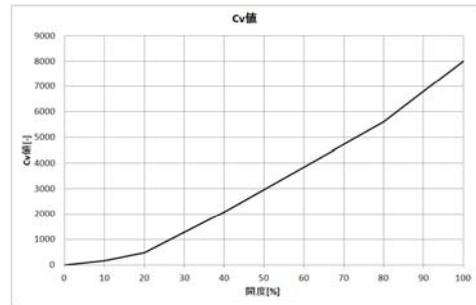
単位換算係数

$$f_{cv} = 7.598 \times 10^{-7}$$

60Fにおける水の密度

$$\rho_{H2O60F} = 999.091$$

C_v 値が大きいほど圧力損失は小さく、流体は流れやすい。



開度とCv値の関係の例

④弁が全閉すると(開度が0%)、管路上流側に水撃が起こるため、場合により危険である。

21

2. 弁と制御(2/3)

■管路系解析における弁モデル⇒弁の特徴を再現できていればよい

・弁をノード点に定義する。



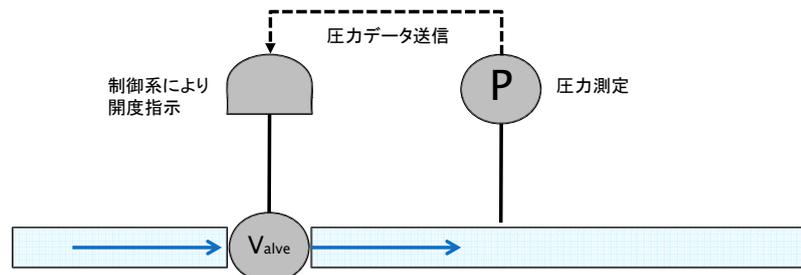
圧力 P 開度 $X\%$ 圧力 $P - \Delta P$
 流量 Q C_v 値 流量 Q
 圧損 ΔP

・開度に応じ流路面積が変化する。

・開度に応じ、 C_v 値が変化する。 C_v 値に応じて圧力損失が変化する。

・制御弁の場合、開度指示を制御系から受ける。

圧力制御の例



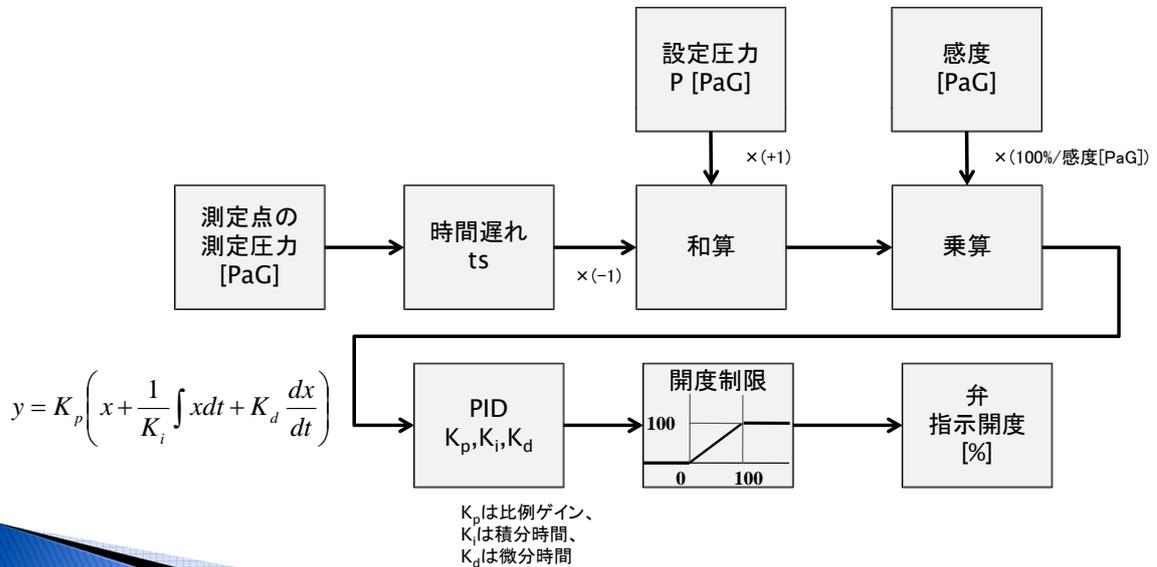
22

2. 弁と制御(3/3)

■制御系

・測定圧力と設定圧力との時間遅れを考慮し、例えば下の図のようにPID制御を行い、次の時間の弁の指示開度を決定する仕組みを導入することができる。

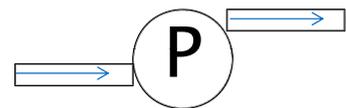
圧力制御の制御系の例(時間遅れ、PID制御を考慮)



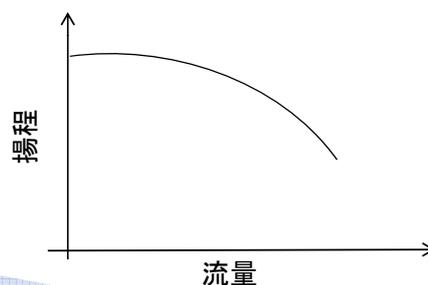
23

3. ポンプ(1/4)

■ポンプ基礎



- ①ポンプは、流体に仕事をして圧力を上げる(昇圧する)機械
(例)0mにある池(大気圧)から、ポンプにより5mの高さにくみ上げて流す
- ②ポンプの中には羽根車がついており、羽根車がある回転数で回ることにより、羽根車が流体に仕事をする。
- ③羽根車は原動機(モーター)によって回される。
原動機は通常、電気によって回っており、軸動力を羽根車に伝える。
- ④ポンプが一定回転数で動作しているとき、ポンプの昇圧量は流量に依存して決まる。昇圧量と流量の関係をQH曲線(揚程曲線)という。



24

3. ポンプ(2/4)

■ポンプ過渡解析基礎

- ①停電が起こると、原動機からの軸動力の供給が止まり、ポンプは昇圧を止める。
このとき、「ポンプトリップが起こった」という。
- ②水が管路系を流れているとき、急に供給が止まると、慣性で流れようとする水と供給されない場所の間に空洞ができ、液柱分離が起こる。
液柱が消滅するときに大きな圧力上昇が起こるため、危険である。
この圧力上昇のことを「水撃」という人もいる
- ③ポンプトリップ時、回転数は急に0になるのではなく、ポンプの慣性によってだだらと0に近づく。羽根車の慣性が大きいと、ゆっくりと、慣性が小さいと早く回転数がゼロに近づく。早く回転数が落ちるほど、液柱分離が起こりやすい。そのため、液柱分離防止のために羽根車に重りをつけて慣性を大きくすることがある。
慣性はGD2(ジーディースクエア)と呼ばれ、重要なファクターである。



- ④ポンプトリップ時、ポンプ回転数は、揚程曲線、トルク曲線、流量などにより決まる。
逆回転領域も考慮する場合、モデルは複雑になる。

25

3. ポンプ(3/4)

■ポンプトリップ時の逆回転を考慮しない場合の回転数の式 (参考; 三野徹、「パイプラインの水力設計その6」農業土木学会誌第50巻第2号, 1982)

定常状態では、ポンプは定格運転していると仮定する。
ポンプ回転数の時間に関する方程式は以下の微分方程式で表される。

$$\frac{dn}{dt} = -k \frac{n^2}{2-n}$$

ここで、 n は相対回転数[-]で、定格運転時の回転数で規格化されたものである。
また、 k はポンプの性質に関する定数である。

$$n = \frac{N}{N_{\text{rated}}}, k = \left(\frac{900 \rho g}{\pi^2 I} \right) \left(\frac{Q_{\text{rated}} H_{\text{rated}}}{\eta_{\text{rated}} N_{\text{rated}}^2} \right), H = H_{\text{rated}} n^2$$

その他、 Q は体積流量[m³/s]、 H はポンプ揚程[m]、 ρ は流体密度[kg/m³]、 g は重力加速度[m/s²]、 η はポンプ効率[-]、 I はポンプ慣性[kg・m²]である。
羽根車の慣性を考慮する場合はポンプ慣性と和をとる。

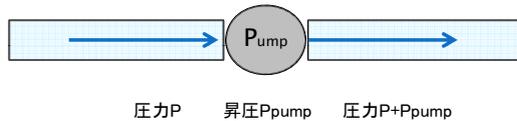
本式を用いると、ポンプは流動状況に関係なく、
定格運転条件のみで回転数の下がり方が決まる。

26

3. ポンプ(4/4)

■管路系解析におけるポンプモデル⇒ポンプの特徴を再現できていればよい

・ポンプをノード点に定義する。



- ・回転数が一定の場合はQH曲線に従い、昇圧される。
このとき、昇圧量を特性曲線の連立方程式で考慮する。
- ・トリップ後、逆回転を考慮しない場合は、回転数に応じた昇圧量を使用する。
- ・トリップ後、逆回転を考慮する場合は、トルク曲線、揚程曲線に応じた回転数を算出しそこから連立方程式内で質量保存式と揚程を考慮する。
- ・トリップ後、逆流が起こった場合に逆止弁が作動する場合は、弁を閉める。

27

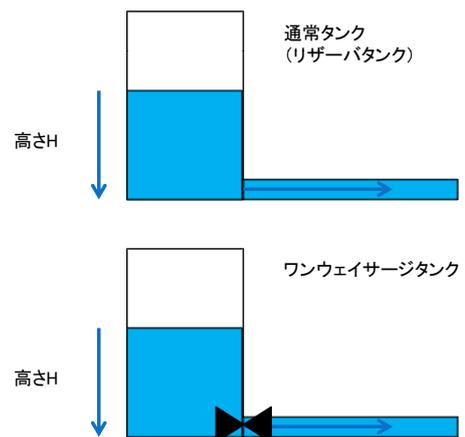
4. タンク(1/1)

■タンク基礎

- ①タンクに水がたまっていると、その高さ分だけ管路に圧力がかかる。(位置水頭)
- ②タンクの水位が変化すると位置水頭も時々刻々変化する。
- ③ポンプトリップで管路の圧力が低下したときに液柱分離が起こるのを避けるためにタンク下部の弁を解放して水を供給するようなタンクをワンウェイサージタンクという。

■タンクと過渡解析

液体側から見た場合、タンク内の水位が重要である。
タンクから流出する水の体積が過渡解析でわかるので、タンクの体積が分かれば、水位が求まる。
タンク底の形状が四角や円形の場合は、単純計算で求まるが
タンクが特殊な形状の場合は、容積線図と呼ばれる容積と高さの関係を利用して水位を計算する。



28

■ 管路系液体解析で何が分かるかをまとめる。

モデル	入力	出力
管路系	配管長、配管径、配管材質、管芯高、 接続関係、摩擦損失モデル	流量配分、圧力と流速
弁	開度とCv値の関係、開閉速度、初期開度	過渡解析では特に水撃圧。 制御系と連動している場合、 制御が正しく行われるかどうか。
ポンプ	定格揚程、定格流量、定格回転数 定格効率、定格軸動力、完全特性 慣性(ポンプ、フライホイール、原動機)	トリップ後、液柱分離が起こるかどうか、 起こった場合の圧力上昇値、また、 最終的に落ち着くポンプの状態
タンク	初期液位、タンク断面積 単純形状でない場合は容積線図	通常タンクの場合、水位。 ワンウェイサージタンクの場合、液柱分離に効果 があるかどうか。

