

## 管路系流体解析ソフトウェアへの陰解法導入による 計算効率の向上性検討

秋村 友香\* 大須賀 直子\* 三橋 利玄\*

### Development of the Implicit Methods for the One-Dimensional Fluid Analysis Software for Pipeline Systems and the Study of the Computational Efficiency Enhancement of Its Software

Yuka Akimura\*, Naoko Ohsuka\* and Toshiharu Mitsuhashi\*

Advance/FrontNet/T では、流体の基礎方程式の時間積分法として、陽解法を採用している。陽解法は、圧力伝播解析や多成分ガス解析などの圧縮性が支配的な流れの解析や、大規模管路系を比較的大きな格子でモデル化した場合には、効率良く高精度で計算することができる。しかしながら、大規模で複雑な管路系の準定常解析、比較的緩やかな成分変動解析や温度変動解析、気体と液体や超臨界が混在して解析などに用いられる時間刻み幅が液体等の大きな音速によって制限されるため、解析に要する計算時間が多大になることがある。

そこで、多大な計算時間を必要とする解析の計算効率化および高速化を図るために、従来の陽解法に加えて新たに陰解法の開発を行い、Advance/FrontNet/T に実装を行った。次に、陰解法を用いた解析を行い、陰解法が陽解法に比べて高速で効率的に計算されていることを示した。本稿では、開発を行った陰解法の数値解法、陰解法を用いた事例解析による計算効率の向上性の検討について報告する。

**Key word:** 管路系、流体解析、過渡解析、1次元流れ、実規模解析、陰解法、計算効率化・高速化、Advance/FrontNet/T

#### 1. はじめに

管路内流れの1次元過渡解析ソフトウェアとしてアドバンスソフト株式会社が開発・販売している Advance/FrontNet シリーズは、解析目的に応じた基礎方程式や数値解法および物理モデルが採用され、開発が行われてきた。

Advance/FrontNet シリーズのひとつである Advance/FrontNet/T は、ガス管路系の圧縮性流体解析を主目的としたソフトウェアであり、バルブ遮断時圧力伝播解析や圧力衝撃解析、ガスパーズ時の多成分ガス解析、熱量調整時の成分変動解析、熱交換による温度変動解析などの過渡解析や準定常解析に豊富な実績がある。

Advance/FrontNet/T は、理想気体の他、実在流体物性データを使用することにより、実在気体から、液体および超臨界流体も取り扱うことができ、また、多成分ガスも取り扱うことができる。さらに、ポンプ、タービン、バルブ、ブロウ等の流体機器モデルやバルブ制御系、固体熱伝導解析との連成解析が可能であり、流体機器の性能評価、管路系全体の流体挙動の把握、事故時の安全解析と対策の検討、運転効率や保守に対する評価などに利用されることを目的としている。

Advance/FrontNet/T は、流体の基礎方程式に対する時間積分法として、陽解法を採用している。陽解法は、バルブ遮断時の圧力伝播解析や圧力衝撃解析、ガスパーズ時の多成分ガス解析などの圧縮性が支配的な流れの解析や、都市ガス導管網のような大規模管路系を比較的大きな格子でモデ

\*アドバンスソフト株式会社 第3事業部

3<sup>rd</sup> Computational Science and Engineering Group,  
AdvanceSoft Corporation

ル化した場合には、効率良く高精度で計算することができる。

しかしながら、液-ガス系の熱量調整時の成分変動解析や熱交換による温度変動解析などのように、気体と液体や超臨界が混在する解析などに用いられる時間刻み幅が液体の大きな音速で制限されるため、計算時間が多大になることがある。また、ガス管路系であっても、複雑な管路系を対象とした定常解析または準定常解析では、解析対象の管路全体の圧力や流量が静定するまでを計算するのに多大な計算時間が必要となる。

そこで、多大な計算時間を必要とする解析に対して計算効率化および高速化を図るために、従来の陽解法に加えて新たに陰解法の開発を行い、Advance/FrontNet/Γ に実装を行った。

本稿では、開発を行った陰解法の数値解法と陰解法を用いた解析による計算効率化の向上性の検討について報告する。

## 2. 陰解法の概要

半陰解法 2 種類と準陰解法 2 種類の合計 4 種類の陰解法を新たに開発し、Advance/FrontNet/Γ に実装した。4 種類の陰解法は、Advance/FrontNet/Γ

に由来からある密度ベースの陽解法とは異なり、圧力ベースの数値解法を採用しており、時間刻み幅に対する音速による制限を取り除くことができる。

半陰解法と準陰解法の 4 種類の陰解法の概要は次の通りである。表 1 に 4 種類の陰解法の数値解法の概要を、陽解法も含めて示す。いずれの陰解法でも、多成分系やパッシブスカラーの計算を組み合わせることが可能である。2 種類の半陰解法の場合、圧力以外の未知数に対して代数的に計算を行い、2 種類の準陰解法では、圧力に加えて運動量束、密度、全エネルギーを未知数とする線形連立方程式を、BiCGStab[1]法行列解法ソルバーを用いて計算を行う。

管路系流体解析では実用的な計算時間での解析を必要としていることから、いずれの陰解法とも 1 タイムステップの中で反復計算を行わないこととしている。

準陰解法とは、完全陰解法ではないが、主要な変数を未知数とした線形連立方程式を行列計算によって解くことで、Courant 数が 1.0 を超えても解析できることから、そのように名付けた。

表 1 陽解法と 4 種類の陰解法の数値解法

No.	数値解法	解法ベース	圧力 Poisson 方程式	質量保存式	運動量保存式	エネルギー保存式	局所時間刻み法との併用
1	陽解法	密度ベース	—	代数計算	代数計算	代数計算	可
2	半陰解法 1	圧力ベース	質量保存式ベース	—	代数計算	代数計算	可
3	半陰解法 2	圧力ベース	エネルギー保存式ベース	代数計算	代数計算	—	可
4	準陰解法 1	圧力ベース	質量保存式ベース	—	行列計算	行列計算	不可
5	準陰解法 2	圧力ベース	エネルギー保存式ベース	行列計算	行列計算	—	不可

表 1 の密度ベースと圧力ベースとは解法の基本のことであり、次の通りである。

タイムステップの計算負荷が密度ベースの解法に比べてかなり大きくなる。

(1) 密度ベース

密度ベースの数値解法では、圧縮性流体の支配方程式を陽的に時間発展させて解いて求めた密度と内部エネルギーから状態方程式を用いて圧力と温度を求める。

表 1 には、2 種類の半陰解法が局所時間刻み法と併用できるようになっていることを示している。局所時間刻み法では、格子ごとに時間刻み幅を次のように求めて時間発展の計算を行う方法である。これにより半陰解法でも Courant 数が 1.0 を超えても安定に計算できるようにしている。

(2) 圧力ベース

圧力ベースの数値解法では、音速に相当する密度変化やエネルギー変化と状態方程式を結合させて、密度変化やエネルギー変化を圧力変化に変換して計算を行う。これにより、時間刻み幅の音速制限を取り除くことができ密度ベースの解法より大きな時間刻み幅で計算できるが、圧力を求めるために連立方程式を解く必要があるため、1

$$\Delta t_j \leq \frac{1}{\frac{1}{C\Delta t} + \frac{|u_j|}{\Delta x_j}} \tag{1}$$

流速  $u_j$  や格子幅  $\Delta x_j$  は格子単位で異なるため、当該格子に用いられる時間刻み幅  $\Delta t_j$  も異なる。局所時間刻み法と呼ばれる所以である。

表 2 陽解法と 4 種類の陰解法の特徴

No.	数値解法	特徴 (メリット)	強圧縮性に対する適用
1	陽解法	圧力波の解析精度がよい。圧縮性流体を精度良く解くことができる。時間刻み幅が音速に制限されるため、音速の大きい液体では計算時間がかかる。定常計算や大規模計算では計算時間が膨大にかかる。音速基準の Courant 条件は 1 以下が必須。計算時間はかかるが最も安定である。	可
2	半陰解法 1	陽解法に比べて計算時間が速い。流速基準の Courant 条件は 1 以下が必須。液体を解くことができる。圧縮性の強い現象を解くことができない。	不可
3	半陰解法 2	陽解法に比べて計算時間が速い。流速基準の Courant 条件 1 以下が必須。圧縮性流体を精度良く解くことができる。圧力波の解析精度は陽解法より鈍る。液体を解くことはできない。	可
4	準陰解法 1	陽解法と半陰解法に比べて計算時間が速い。流速基準の Courant 条件は 1 以上も可。液体を解くことができる。圧縮性の強い現象を解くことができない。計算は陰解法の中では最も安定である。	不可
5	準陰解法 2	陽解法と半陰解法に比べて計算時間が速い。流速基準の Courant 条件は 1 以上も可。圧縮性流体を精度良く解くことができる。圧力波の解析精度は陽解法や半陰解法 1 より鈍る。	可

表 3 陽解法と 4 種類の陰解法の適用性

No.	数値解法	圧力伝播	ガス	衝撃波	液体	大規模計算	定常計算
1	陽解法	○	○	○	△	△	△
2	半陰解法 1	○	○	×	○	○	○
3	半陰解法 2	○	○	○	×	○	○
4	準陰解法 1	○	○	×	○	○	○
5	準陰解法 2	○	○	○	×	○	○

表 2 と表 3 に陽解法と 4 種類の陰解法の数値解法の特徴と適用性を示す。適用性は多数の事例解析に基づいたものであり、事例解析の一部について本誌でも紹介している。なお、表 2 にある音速基準の Courant 条件と流速基準の Courant 条件は次の通りである。なお、いずれの陰解法でも、時間刻み幅制御として、音速基準と流速基準の Courant 条件を入力で選択できるようにしている。

#### (a) 音速基準の Courant 条件

$$\Delta t \leq \frac{C\Delta x}{|u|+a} \quad (2)$$

ここで、 $\Delta t$  は時間刻み幅、 $C$  は入力で設定される Courant 数、 $\Delta x$  は格子幅、 $u$  は流速、 $a$  は音速を表す。

#### (b) 流速基準の Courant 条件

$$\Delta t \leq \frac{C\Delta x}{|u|} \quad (3)$$

##### ① 半陰解法 1

本解法は SMAC[2]系と同等の解法であり、質量保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を解くことにより、時間刻み幅の音速制限を取り除いて、圧力、密度、流速を求める方法である。エネルギー保存式は、圧力、密度、流速を求めた後に個別に解かれるため、圧力や密度とエネルギーの結びつきが弱いため、そのままでは、圧力や温度の変化が実際と異なる結果となることがしばしば見受けら

れる。そこで、圧力や密度とエネルギーの結びつきを強くして計算精度を高めるために、状態方程式（实在流体の場合、物性データテーブル）の計算を陽解法と同様に、密度と内部エネルギーから圧力を求め、この圧力と質量保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を解いた後に得られる圧力をブレンドする方法を採用している。このことから、本解法は、圧力ベースと、陽解法で代表される密度ベースとの折衷案といったところである。

##### ② 半陰解法 2

本解法はエネルギー保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を解くことにより、時間刻み幅の音速制限を取り除いて、圧力、密度、流速、エネルギーを求める方法である。そのため、圧力や密度とエネルギーの結びつきが比較的強い。運動量保存式と質量保存式は、半陰解法として代数的に計算される。

##### ③ 準陰解法 1

本解法は SIMPLE[3]系の解法と同等の解法であり、質量保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を解くことにより、時間刻み幅の音速制限を取り除いて、圧力、密度、流速を求める方法である。半陰解法 1 と同様に、エネルギー保存式は、圧力、密度、流速を求めた後に個別に解かれるため、圧力や密度とエネルギーの結びつきが弱い。そこで、密度と内部エネルギーから状態方程式（实在流体の場合、物性データテーブル）を用いて圧力を求

め、この圧力と質量保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を解いた後に得られた圧力をブレンドする方法を採用している。

また、運動量保存式とエネルギー保存式も連立方程式を行列計算によって解くことで運動量束や全エネルギーを求めている。そのため、行列計算は1タイムステップ当たり最低3回行われるが、これにより、Courant 数が 1.0 を超えても計算が可能となっている。

#### ④ 準陰解法 2

本解法はエネルギー保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を解くことにより、時間刻み幅の音速制限を取り除いて、圧力、密度、流速、エネルギーを求める方法である。そのため、圧力や密度とエネルギーの結びつきが比較的強い。運動量保存式と質量保存式も連立方程式を行列計算によって解くことで運動量や密度を求めている。そのため、行列計算は1タイムステップ当たり最低4回行われるが、これにより、Courant 数が 1.0 を超えても計算が可能となっている。

### 3. 基礎方程式とモデル

#### 3.1. 基礎方程式

陰解法での基礎方程式は、管路方向に沿った 1次元の質量保存式、運動量保存式、エネルギー保存式と、各保存式の変数を結びつける状態方程式の4本であり、次の通りである。

##### ①質量保存式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

##### ②運動量保存式

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{K}{L} \rho u^2 - \rho g \sin \theta - F = 0 \quad (5)$$

##### ③エネルギー保存式

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial(E+p)u}{\partial x} - \frac{HA(T_w - T)}{V} = 0 \quad (6)$$

##### ④状態方程式

物性テーブルの場合

$$p = f(e, \rho), T = g(e, \rho) \quad (7)$$

理想気体の場合

$$p = \rho R T = (\gamma - 1) \left( E - \frac{\rho u^2}{2} \right)$$

ここで全エネルギーEは次式で定義される。

$$E = \rho e + \frac{1}{2} \rho u^2 = \rho h - p + \frac{1}{2} \rho u^2 \quad (8)$$

### 4. 離散化

陰解法の離散化は、陽解法と同様にスタガード格子で行う。すなわち、圧力、密度、エネルギー、温度などのスカラー量は格子中心で定義し、流速、運動量束、流量などのベクトル量は格子間の格子端で定義する。

以下に、半陰解法と準陰解法における基礎方程式の離散化式を考え方とともに示す。

#### 4.1. 半陰解法の離散化

半陰解法では、

##### ①質量保存式の流速

##### ②運動量保存式の圧力項、流体抵抗損失項、管摩擦損失項

##### ③エネルギー保存式の流速、熱伝達項

を各保存式の未知数と結びつけて陰的に計算し、その他の項または変数は代数的に計算する。

各保存式の離散化式は次の通りである。なお、上付き添字の  $n+1$  は新しい時刻のタイムステップを、上付き添字の  $n$  は前時刻のタイムステップを表す。また、下付き添字の  $j$  は当該格子を、下付き添字  $j\pm 1$  は両隣の格子を、下付き添字  $j\pm 1/2$  は当該格子の両格子端を表す。

##### 4.1.1. 質量保存式

$$\frac{\rho_j^{n+1} - \rho_j^n}{\Delta t} + \frac{\rho_{j+1/2}^n u_{j+1/2}^{n+1} - \rho_{j-1/2}^n u_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta x_j} = 0 \quad (9)$$

当該格子にジャンクションが複数つながっている場合は、流れの方向により、(9)式の左辺第2項の分子に、密度と流速の積として加えられる。

これは、以下の運動量保存式やエネルギー保存式でも同様である。

#### 4.1.2. 運動量保存式

流体抵抗や摩擦係数が大きくなっても安定に計算できるように、運動量保存式の流体抵抗損失項と管摩擦損失項は、流速の二乗を Taylor 展開して高次の項を省略することで次のような線形化を施す。なお、 $K$  は流体抵抗係数と管摩擦係数  $fL/D$  の和を表す。流れの方向を考慮するために前時刻の流速は絶対値とする。

$$\frac{1}{2} \frac{K}{L} \rho u^2 \cong \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} \left( 2(\rho u)_{j+1/2}^{n+1} - (\rho u)_{j+1/2}^n \right) u_{j+1/2}^n \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho u)_{j+1/2}^{n+1} - (\rho u)_{j+1/2}^n}{\Delta t} \\ & + \frac{(\rho u)_{j+1}^n u_{j+1}^n - (\rho u)_j^n u_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} + \frac{p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}}{\Delta x_{j+1/2}} \\ & + \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} \left( 2(\rho u)_{j+1/2}^{n+1} - (\rho u)_{j+1/2}^n \right) u_{j+1/2}^n \\ & - \rho_{j+1/2}^n g \sin \theta_{j+1/2} - F_{j+1/2}^{n+1} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

#### 4.1.3. エネルギー保存式

エネルギー保存式を離散化すると次のようになる。熱伝達が大きくなっても計算が安定に行えるように、熱伝達項の当該格子の流体温度に関する項を陰的に扱う。

$$\begin{aligned} & \frac{E_j^{n+1} - E_j^n}{\Delta t} \\ & + \frac{(E+p)_{j+1/2}^n u_{j+1/2}^{n+1} - (E+p)_{j-1/2}^n u_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta x_j} \\ & - \frac{H_j^n A_{w,j} T_{w,j}^n}{V_j} + \frac{H_j^n A_{w,j} T_j^n}{V_j} \frac{E_j^{n+1}}{E_j^n} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

#### 4.1.4. 対流項の高精度化

各保存方程式における対流項を、流束制限関数 minmod limiter 付き TVD 法を用いて離散化し高精度化を図った。

保存方程式の対流項を 1 次風上差分法で離散化したとき、格子面において運ばれる保存量を、流速または質量流束の方向により、 $\phi_j [u_j \geq 0]$ ,  $\phi_{j+1} [u_j < 0]$  とした代わりに、TVD 法では、 $\phi_{j+1/2}^L [u_j \geq 0]$ ,  $\phi_{j+1/2}^R [u_j < 0]$  を次のようにして取り扱う。

$$\phi_{j+1/2}^L = \phi_j + \frac{1}{2} (\phi_j - \phi_{j-1}) \quad (13)$$

$$\phi_{j+1/2}^R = \phi_{j+1} - \frac{1}{2} (\phi_{j+2} - \phi_{j+1})$$

さらに、流束制限関数 minmod limiter を用いた Chakravarthy-Osher 法[4]を適用すれば、

$$\phi_{j+1/2}^L = \phi_j + \frac{1}{4} [(1-k)\bar{\Delta}_- + (1+k)\bar{\Delta}_+]_j \quad (14)$$

$$\phi_{j+1/2}^R = \phi_{j+1} - \frac{1}{4} [(1-k)\bar{\Delta}_+ + (1+k)\bar{\Delta}_-]_{j+1}$$

であり、 $\bar{\Delta}_+$  および  $\bar{\Delta}_-$  は、流束制限関数 minmod limiter を用いて、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_+ &= \min \text{ mod}(\Delta_+, b\Delta_-) \\ \bar{\Delta}_- &= \min \text{ mod}(\Delta_-, b\Delta_+) \end{aligned} \quad (15)$$

$\min \text{ mod}(x, y) \equiv \text{sign}(1, x)$

$* \max(0, \min(\text{abs}(x), y * \text{sign}(1, x)))$

$$= \begin{cases} x & (xy > 0 \text{ and } |x| \leq |y|) \\ y & (xy > 0 \text{ and } |x| > |y|) \\ 0 & (xy \leq 0) \end{cases} \quad (16)$$

ここで

$$\begin{aligned} \Delta_+ &\equiv \phi_{j+1} - \phi_j \\ \Delta_- &\equiv \phi_j - \phi_{j-1} \end{aligned} \quad (17)$$

$$b \equiv \frac{3-k}{1-k} \quad (k < 1)$$

となる。なお、流束制限関数 minmod limiter は次のように簡単化される[5]。

$$\begin{aligned} \min \operatorname{mod}(x, y) &= \\ &= \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(1, x) + \operatorname{sign}(1, y)] \\ &\quad * \min [\operatorname{abs}(x), \operatorname{abs}(y)] \\ &= \begin{cases} x & (xy > 0 \text{ and } |x| \leq |y|) \\ y & (xy > 0 \text{ and } |x| > |y|) \\ 0 & (xy \leq 0) \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで  $k$  はパラメータであり、保存式ごとに入力で指定できるようにする。等間隔格子の場合、 $k=1/3$  のとき、空間 3 次精度風上差分、 $k=0$  のとき、空間 2 次精度風上差分、 $k=-1$  のとき、空間 2 次精度片側風上差分となる。また、 $k \Rightarrow 1$  とすると、空間 2 次精度中央差分に近づく。なお、 $k=1/3$  のとき、補間式が Taylor 展開と同じことになるため、この値が推奨値とされている。

$\phi_{j+1/2}^L [u_j \geq 0]$ 、 $\phi_{j+1/2}^R [u_j < 0]$  の最終的な式は、不等間隔格子の場合を考慮した次式となる。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} u_j \geq 0 \\ \phi_{j+1/2}^L = \phi_j^{n+1(l)} \\ + \frac{1-k}{2} \Delta x_j \min \operatorname{mod}(\Theta_j^{n+1(l)}, b\Theta_{j+1}^{n+1(l)}) \\ + \frac{1+k}{2} \Delta x_j \min \operatorname{mod}(\Theta_{j+1}^{n+1(l)}, b\Theta_j^{n+1(l)}) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} u_j < 0 \\ \phi_{j+1/2}^R = \phi_{j+1}^{n+1(l)} \\ - \frac{1-k}{2} \Delta x_{j+1} \min \operatorname{mod}(\Theta_{j+2}^{n+1(l)}, b\Theta_{j+1}^{n+1(l)}) \\ - \frac{1+k}{2} \Delta x_{j+1} \min \operatorname{mod}(\Theta_{j+1}^{n+1(l)}, b\Theta_{j+2}^{n+1(l)}) \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、 $\Theta_j^{n+1(l)}$  は

$$\Theta_j^{n+1(l)} \equiv \frac{\phi_j^{n+1(l)} - \phi_{j-1}^{n+1(l)}}{\Delta x_j + \Delta x_{j-1}} \quad (21)$$

で定義されている。

また、 $n+1(l)$  の変数は新しい時刻の前反復の変数を示しており、既知の変数である。 $l$  は反復回数であるが、 $l=1$  の場合は  $n+1(l)$  の変数として前時刻の値を用いる。

## 4.2. 準陰解法の離散化

準陰解法では、

①質量保存式の密度、流速

②運動量保存式の運動量束、圧力項、流体抵抗損失項、管摩擦損失項

③エネルギー保存式の全エネルギー、圧力、流速、熱伝達項

を各保存式の未知数と結びつけて陰的に計算し、その他の項または変数は代数的に計算する。

各保存式の離散化式は次の通りである。なお、上付き添字の  $n+1$  は新しい時刻のタイムステップを、上付き添字の  $n$  は前時刻のタイムステップを表す。また、下付き添字の  $j$  は当該格子を、下付き添字  $j\pm 1$  は両隣の格子を、下付き添字  $j\pm 1/2$  は当該格子の両格子端を表す。

### 4.2.1. 質量保存式

$$\begin{aligned} \frac{\rho_j^{n+1} - \rho_j^n}{\Delta t} \\ + \frac{\rho_{j+1/2}^{n+1} u_{j+1/2}^{n+1} - \rho_{j-1/2}^{n+1} u_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta x_j} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

当該格子にジャンクションが複数つながっている場合は、流れの方向により、(22)式の左辺第 2 項の分子に、密度と流速の積として加えられる。これは、以下の運動量保存式やエネルギー保存式でも同様である。このことにより解くべき行列は帯行列ではなく粗行列となる。

### 4.2.2. 運動量保存式

半陰解法と同様に流体抵抗や摩擦係数が大きくなっても安定に計算できるように、運動量保存式の流体抵抗損失項と管摩擦損失項は、流速の二乗を Taylor 展開して高次の項を省略することで次のような線形化を施す。なお、 $K$  は流体抵抗係数と管摩擦係数  $fL/D$  の和を表す。流れの方向を考慮するために前時刻の流速は絶対値とする。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{K}{L} \rho u^2 \\ \cong \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} \left( 2(\rho u)_{j+1/2}^{n+1} - (\rho u)_{j+1/2}^n \right) u_{j+1/2}^n \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho u)_{j+1/2}^{n+1} - (\rho u)_{j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{(\rho u)_{j+1}^{n+1} u_{j+1}^n - (\rho u)_j^{n+1} u_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} \\ & + \frac{p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}}{\Delta x_{j+1/2}} \\ & + \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} \left( 2(\rho u)_{j+1/2}^{n+1} - (\rho u)_{j+1/2}^n \right) \left| u_{j+1/2}^n \right| \\ & - \rho_{j+1/2}^n g \sin \theta_{j+1/2} - F_{j+1/2}^{n+1} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

### 4.2.3. エネルギー保存式

エネルギー保存式を離散化すると次のようになる。熱伝達が大きくなっても計算が安定に行えるように、熱伝達項の当該格子の流体温度に関する項を陰的に扱う。

$$\begin{aligned} & \frac{E_j^{n+1} - E_j^n}{\Delta t} \\ & + \frac{(E+p)_{j+1/2}^{n+1} u_{j+1/2}^{n+1} - (E+p)_{j-1/2}^{n+1} u_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta x_j} \\ & - \frac{H_j^n A_{w,j} T_{w,j}^n}{V_j} + \frac{H_j^n A_{w,j} T_j^n}{V_j} \frac{E_j^{n+1}}{E_j^n} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

### 4.2.4. 対流項の高精度化

各保存式における対流項を、流束制限関数 minmod limiter 付き TVD 法を用いて離散化し高精度化を図った。

陰解法での TVD 法の取り扱い、基本的なことについては 4.1.4 項で述べたことと同様である。しかしながら、保存方程式の離散化式から組み上がった線形連立方程式を行列計算によって解くため、 $\phi_{j+1/2}^L [u_j \geq 0]$ ,  $\phi_{j+1/2}^R [u_j < 0]$  の式は、不等間隔格子の場合を考慮した次式となる。

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} u_j \geq 0 \\ & \phi_{j+1/2}^L = \phi_j^{n+1} \\ & + \frac{1-k}{2} \Delta x_j \min \text{mod}(\Theta_j^{n+1(l)}, b\Theta_{j+1}^{n+1(l)}) \\ & + \frac{1+k}{2} \Delta x_j \min \text{mod}(\Theta_{j+1}^{n+1(l)}, b\Theta_j^{n+1(l)}) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & \textcircled{2} u_j < 0 \\ & \phi_{j+1/2}^R = \phi_{j+1}^{n+1} \\ & - \frac{1-k}{2} \Delta x_{j+1} \min \text{mod}(\Theta_{j+2}^{n+1(l)}, b\Theta_{j+1}^{n+1(l)}) \\ & - \frac{1+k}{2} \Delta x_{j+1} \min \text{mod}(\Theta_{j+1}^{n+1(l)}, b\Theta_{j+2}^{n+1(l)}) \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、 $n+1$  の変数は新しい時刻の変数を示しており、未知数である。一方、 $n+1(l)$  の変数は新しい時刻の前反復の変数を示しており、既知の変数である。 $l$  は反復回数であるが、 $l=1$  の場合は  $n+1(l)$  の変数として前時刻の値を用いる。

陰解法では、未知数である  $n+1$  の変数を 1 次風上差分法で考慮して係数行列に組み込み、TVD 法による保存量と 1 次風上差分法による保存量の差の移流を次のように求めて荷重項に組み込んで高精度化を図った。

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} u_j \geq 0 \\ & \Delta \phi_{j+1/2}^L u_j = (\phi_{j+1/2}^{L(l)} - \phi_j^{n+1(l)}) u_j \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & \textcircled{2} u_j < 0 \\ & \Delta \phi_{j+1/2}^R u_j = (\phi_{j+1/2}^{R(l)} - \phi_{j+1}^{n+1(l)}) u_j \end{aligned} \quad (29)$$

なお、 $\phi_{j+1/2}^{L(l)} [u_j \geq 0]$ ,  $\phi_{j+1/2}^{R(l)} [u_j < 0]$  は、式(28)と式(29)にある  $n+1$  の未知数を  $n+1(l)$  の既知の値に置き換えて求めたものである。

## 5. 数値計算法

### 5.1. 半陰解法

#### 5.1.1. 質量保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を用いた解法

本解法は表 1 の解法 1 に相当する。以下では、半陰解法 1 について 1 タイムステップの計算手順を説明する。

①流体抵抗損失項、管摩擦損失項、熱伝達項、流体機器などの運動量保存式、エネルギー保存式のソースターム項を陽解法と同様の方法で計算する。

②圧力項を陽的に扱った運動量保存式を用いて、ボリューム内の格子間とジャンクションの運動量束の予測値を求める。

$$\left[ \frac{1}{\Delta t} + \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} |u_{j+1/2}^n| \right] (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} = \frac{(\rho u)_{j+1/2}^n}{\Delta t} - \frac{(\rho u)_{j+1}^n u_{j+1}^n - (\rho u)_j^n u_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} - \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} + \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} (\rho u)_{j+1/2}^n |u_{j+1/2}^n| + \rho_{j+1/2}^n g \sin \theta_{j+1/2} + F_{j+1/2}^{n+1} \quad (30)$$

③圧力 Poisson 方程式を解いて得られる圧力修正量から新しい時刻の運動量束を求めるために事前に係数を次のように求めておく。圧力項を陽的に扱った運動量保存式は簡単化して次のように表す。なお、左辺は運動量束  $\rho u$  の予測値を示す

$$\overline{(\rho u)}_{j+1/2} = (\rho u)_{j+1/2}^n - A_{j+1/2} (p_{j+1}^n - p_j^n) + B_{j+1/2} \quad (31)$$

一方、圧力項を陰的に扱った運動量保存式は簡単化して次のように表す。

$$(\rho u)_{j+1/2}^{n+1} = (\rho u)_{j+1/2}^n - A_{j+1/2} (p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}) + B_{j+1/2} \quad (32)$$

式(32)から式(31)を差し引くと次式を得る。

$$\begin{aligned} (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} &= \overline{(\rho u)}_{j+1/2} \\ &\quad - A_{j+1/2} (\delta p_{j+1}^{n+1} - \delta p_j^{n+1}) \\ p_j^{n+1} &= p_j^n + \delta p_j^{n+1} \end{aligned} \quad (33)$$

$$A_{j+1/2} = \frac{\Delta t}{\Delta x_{j+1/2} \left( 1 + \Delta t \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} |u_{j+1/2}^n| \right)}$$

④質量保存式を基に得られる圧力 Poisson 方程式の係数行列と荷重ベクトルを計算する。圧力 Poisson 方程式は次のようにして得られる。質量保存式の時間項を圧力の時間項に置き換え、また、式(33)を用いることで、質量保存式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_j \frac{\delta \varphi_j^{n+1}}{\Delta t} \\ - A_{j+1/2} (\delta \varphi_{j+1}^{n+1} - \delta \varphi_j^{n+1}) + A_{j-1/2} (\delta \varphi_j^{n+1} - \delta \varphi_{j-1}^{n+1}) \\ + \frac{\overline{(\rho u)}_{j+1/2} - \overline{(\rho u)}_{j-1/2}}{\Delta x_j} = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \delta \varphi_j^{n+1} &= p_j^{n+1} - p_j^n \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned}$$

これは、次のように整理ができ、 $\delta p$  の線形連立方程式となる。なお、 $\partial \rho / \partial p$  は実在流体の物性データテーブルまたは理想気体の状態方程式を用いて求める。

$$\begin{aligned} a_{j,j-1} \delta p_{j-1}^{n+1} + a_{j,j} \delta p_j^{n+1} + a_{j,j+1} \delta p_{j+1}^{n+1} &= b_j \\ a_{j,j-1} &= -\frac{A_{j-1/2}}{\Delta x_j} \\ a_{j,j} &= \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_j + \frac{A_{j-1/2}}{\Delta x_j} + \frac{A_{j+1/2}}{\Delta x_j} \\ a_{j,j+1} &= -\frac{A_{j+1/2}}{\Delta x_j} \\ b_j &= -\frac{\overline{(\rho u)}_{j+1/2} - \overline{(\rho u)}_{j-1/2}}{\Delta x_j} \end{aligned} \quad (35)$$

⑤圧力 Poisson 方程式の線形連立方程式を、BiCGStab 法行列解法ソルバーを用いて解いて圧力修正量を求め、得られた圧力修正量を式(33)に代入して新しい時刻の圧力  $p^{n+1}$  と運動量束  $\rho u^{n+1}$  を求める。

⑥圧力修正量と  $\partial\rho/\partial p$  から、新しい時刻の密度  $\rho^{n+1}$  を求め、さらに流速  $u^{n+1}$  を求める。

$$\rho_j^{n+1} = \rho_j^n + \left( \frac{\partial\rho}{\partial p} \right)_j^n \delta p_j^{n+1} \quad (36)$$

$$u_{j+1/2}^{n+1} = \frac{(\rho u)_{j+1/2}^{n+1}}{\rho_{j+1/2}^{n+1}}$$

⑦新しい時刻の密度と運動量束から運動エネルギーを求める。

⑧エネルギー保存式に、流速と圧力を代入して新しい時刻の全エネルギー  $E^{n+1}$  を求め、さらに内部エネルギー  $e^{n+1}$ 、エンタルピー  $h^{n+1}$  を求める。

$$\left[ \frac{1}{\Delta t} + \frac{H_j^n A_{w,j} T_j^n}{V_j} \frac{1}{E_j^n} \right] E_j^{n+1} = \frac{E_j^n}{\Delta t} - \frac{(E+p)_{j+1/2}^n u_{j+1/2}^{n+1} - (E+p)_{j-1/2}^n u_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta x_j} + \frac{H_j^n A_{w,j} T_{w,j}^n}{V_j} \quad (37)$$

$$e_j^{n+1} = \frac{E_j^{n+1} - \frac{1}{2} \rho_j^{n+1} (u_j^{n+1})^2}{\rho_j^{n+1}}$$

$$h_j^{n+1} = e_j^{n+1} + \frac{p_j^{n+1}}{\rho_j^{n+1}}$$

⑨圧力や密度とエネルギーの結びつきを強くするために、陽解法と同様に、密度と内部エネルギーを基に実在流体の物性データテーブルまたは理想気体の状態方程式を用いて、新しい時刻の圧力  $P^{n+1}$ 、温度  $T^{n+1}$  および熱力学物性、輸送係数などを求める。

⑩計算精度の向上のために、圧力 Poisson 方程式

を解いて得られた圧力と実在流体の物性データテーブルまたは状態方程式から得られた圧力をブレンドしてその時刻の圧力とする。

$$p_j^{n+1} \leftarrow \frac{1}{2} (p_j^{n+1} + P_j^{n+1}) \quad (38)$$

なお、式(38)の圧力が 1 タイムステップの計算で得られる最終的な圧力であり、右辺の小文字  $p$  が圧力 Poisson 方程式から得られた圧力であり、大文字  $P$  が密度と内部エネルギーから得られた圧力である。

### 5.1.2. エネルギー保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を用いた解法

本解法は表 1 の半陰解法 2 に相当する。以下では、半陰解法 2 について 1 タイムステップの計算手順を説明する。

①流体抵抗損失項、管摩擦損失項、熱伝達項、流体機器などの運動量保存式、エネルギー保存式のソースターム項を陽解法と同様の方法で計算する。

②圧力項を陽的に扱った運動量保存式を用いて、ボリューム内の格子間とジャンクションの運動量束の予測値を求める。

$$\left[ \frac{1}{\Delta t} + \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} |u_{j+1/2}^n| \right] (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} = \frac{(\rho u)_{j+1/2}^n}{\Delta t} - \frac{(\rho u)_{j+1}^n u_{j+1}^n - (\rho u)_j^n u_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} - \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} + \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} (\rho u)_{j+1/2}^n |u_{j+1/2}^n| + \rho_{j+1/2}^n g \sin \theta_{j+1/2} + F_{j+1/2}^{n+1} \quad (39)$$

③圧力 Poisson 方程式を解いて得られる圧力修正量から新しい時刻の運動量束を求めるために事前に係数を次のように求めておく。圧力項を陽的

に扱った運動量保存式は簡単化して次のように表す。なお、左辺は運動量束の予測値を示す。

$$\begin{aligned} \overline{(\rho u)}_{j+1/2} &= (\rho u)_{j+1/2}^n \\ &- A_{j+1/2} (p_{j+1}^n - p_j^n) + B_{j+1/2} \end{aligned} \quad (40)$$

一方、圧力項を陰的に扱った運動量保存式は簡単化して次のように表す。

$$\begin{aligned} (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} &= (\rho u)_{j+1/2}^n \\ &- A_{j+1/2} (p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}) + B_{j+1/2} \end{aligned} \quad (41)$$

式(40)から式(41)を差し引くと次式を得る

$$\begin{aligned} (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} &= \overline{(\rho u)}_{j+1/2} \\ &- A_{j+1/2} (\delta p_{j+1}^{n+1} - \delta p_j^{n+1}) \\ p_j^{n+1} &= p_j^n + \delta p_j^{n+1} \\ A_{j+1/2} &= \frac{\Delta t}{\Delta x_{j+1/2} \left( 1 + \Delta t \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} |u_{j+1/2}^n| \right)} \end{aligned} \quad (42)$$

④前時刻の密度と運動量束の近似値から運動エネルギーを求める。

⑤エネルギー保存式を基に得られる圧力 Poisson 方程式の係数行列と荷重ベクトルを計算する。圧力 Poisson 方程式は次のようにして得られる。エネルギー保存式の時間項を圧力の時間項に置き換え、また、式(42)を用いることで、エネルギー保存式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} &(GZ_j^n - 1) \delta p_j^{n+1} \left( \frac{1}{\Delta t} + S_{l,j}^n \right) \\ &- \frac{\left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j+1/2}^n A_{j+1/2} (\delta p_{j+1}^{n+1} - \delta p_j^{n+1})}{\Delta x_j} \\ &+ \frac{\left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j-1/2}^n A_{j-1/2} (\delta p_j^{n+1} - \delta p_{j-1}^{n+1})}{\Delta x_j} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{E_j^n}{\Delta t} + S_{r,j}^n \\ &- \frac{\left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j+1/2}^n \overline{(\rho u)}_{j+1/2} - \left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j-1/2}^n \overline{(\rho u)}_{j-1/2}}{\Delta x_j} \\ &- \left( (GZ_j^n - 1) p_j^n + KE_j^n \right) \left( \frac{1}{\Delta t} + S_{l,j}^n \right) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} E_j^{n+1} &= (\rho h)_j^{n+1} - p_j^{n+1} + KE_j^n \\ &= (GZ_j^n - 1) \delta p_j^{n+1} + (GZ_j^n - 1) p_j^n + KE_j^n \\ \delta p_j^{n+1} &= p_j^{n+1} - p_j^n \\ GZ_j^n &= \left( \frac{\rho h}{p} \right)_j \\ S_{l,j}^n &= \frac{H_j^n A_{w,j} T_j^n}{V_j} \frac{1}{E_j^n} \\ S_{r,j}^n &= \frac{H_j^n A_{w,j} T_{w,j}^n}{V_j} \\ KE_j^n &= \frac{[\overline{(\rho u)}_j]^2}{2\rho_j^n} \end{aligned} \quad (44)$$

である。これは、次のように整理ができ、 $\delta p$  の線形連立方程式となる。なお、 $GZ$  は理想気体であれば、状態方程式から  $\gamma/(\gamma-1)$  で表されるが、実在流体も解析対象としているため、一般化して  $\rho h/p$  に置き換えている。

$$\begin{aligned}
 a_{j,j-1}\delta p_{j-1}^{n+1} + a_{j,j}\delta p_j^{n+1} + a_{j,j+1}\delta p_{j+1}^{n+1} &= b_j \\
 a_{j,j-1} &= -\left(\frac{E+p}{\rho}\right)_{j-1/2}^n \frac{A_{j-1/2}}{\Delta x_j} \\
 a_{j,j} &= (GZ-1)_j^n \left(\frac{1}{\Delta t} + S_{l,j}^n\right) \\
 &\quad + \left(\frac{E+p}{\rho}\right)_{j-1/2}^n \frac{A_{j-1/2}}{\Delta x_j} + \left(\frac{E+p}{\rho}\right)_{j+1/2}^n \frac{A_{j+1/2}}{\Delta x_j} \\
 a_{j,j+1} &= -\left(\frac{E+p}{\rho}\right)_{j+1/2}^n \frac{A_{j+1/2}}{\Delta x_j} \quad (45) \\
 b_j &= \frac{E_j^n}{\Delta t} + S_{r,j}^n \\
 &\quad - \frac{\left(\frac{E+p}{\rho}\right)_{j+1/2}^n (\overline{\rho u})_{j+1/2} - \left(\frac{E+p}{\rho}\right)_{j-1/2}^n (\overline{\rho u})_{j-1/2}}{\Delta x_j} \\
 &\quad + (p_j^n - GZ_j^n p_j^n - KE_j^n) \left(\frac{1}{\Delta t} + S_{l,j}^n\right)
 \end{aligned}$$

⑥ 圧力 Poisson 方程式の線形連立方程式を、BiCGStab 法行列解法ソルバーを用いて解いて圧力修正量を求め、得られた圧力修正量を式(42)に代入して新しい時刻の圧力  $p^{n+1}$  と運動量束  $\rho u^{n+1}$  を求める。

⑦ 質量保存式に、新しい時刻の運動量束を代入して新しい時刻の密度  $\rho^{n+1}$  を求め、さらに流速  $u^{n+1}$  を求める。

$$\begin{aligned}
 \rho_j^{n+1} &= \rho_j^n - \frac{(\rho u)_{j+1/2}^{n+1} - (\rho u)_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta x_j} \Delta t \\
 u_{j+1/2}^{n+1} &= \frac{(\rho u)_{j+1/2}^{n+1}}{\rho_{j+1/2}^{n+1}} \quad (46)
 \end{aligned}$$

⑧ 式(43)にある  $GZ^{n+1}$ 、新しい時刻の圧力  $p^{n+1}$ 、および運動エネルギーより全エネルギー  $E^{n+1}$ 、エンタルピー  $h^{n+1}$ 、内部エネルギー  $e^{n+1}$  を求める。

$$\begin{aligned}
 h_j^{n+1} &= \frac{GZ_j^{n+1} p_j^{n+1}}{\rho_j^{n+1}} \\
 E_j^{n+1} &= \rho_j^{n+1} h_j^{n+1} + \frac{1}{2} \rho_j^{n+1} (u_j^{n+1})^2 - p_j^{n+1} \quad (47) \\
 e_j^{n+1} &= h_j^{n+1} - \frac{p_j^{n+1}}{\rho_j^{n+1}}
 \end{aligned}$$

⑨ 状態方程式または物性データテーブルから温度  $T^{n+1}$ 、比熱、粘性係数、熱伝導度などを求める。

## 5.2. 準陰解法

### 5.2.1. 質量保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を用いた解法

本解法は表 1 の準陰解法 1 に相当する。以下では、準陰解法 1 について 1 タイムステップの計算手順を説明する。

① 流体抵抗損失項、管摩擦損失項、熱伝達項、流体機器などの運動量保存式、エネルギー保存式のソースターム項を陽解法と同様の方法で計算する。

② 圧力項を陽的に扱った運動量保存式を用いて、ボリューム内の格子間とジャンクションの運動量束の予測値を未知数とする連立方程式の係数行列と荷重ベクトルを計算する。運動量束の予測値を用いて、運動量保存式の離散化すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 &\frac{(\overline{\rho u})_{j+1/2} - (\overline{\rho u})_{j+1/2}^n}{\Delta t} \\
 &\quad + \frac{(\overline{\rho u})_{j+1} u_{j+1}^n - (\overline{\rho u})_j u_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} \\
 &\quad + \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}}{L_{j+1/2}} \left( 2(\overline{\rho u})_{j+1/2} - (\overline{\rho u})_{j+1/2}^n \right) \left| u_{j+1/2}^n \right| \\
 &\quad - \rho_{j+1/2}^n g \sin \theta_{j+1/2} - F_{j+1/2}^{n+1} = 0 \quad (48)
 \end{aligned}$$

なお、上にバーがついている  $(\rho u)$  が運動量束の予測値である。式(48)を運動量束の予測値について

整理すると、係数行列の要素  $a$  と荷重ベクトルの要素  $b$  は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & a_{j,j-1} \overline{(\rho u)}_{j-1/2} + a_{j,j} \overline{(\rho u)}_{j+1/2} \\
 & \quad + a_{j,j+1} \overline{(\rho u)}_{j+3/2} = b_j \\
 & \overline{(\rho u)}_{j+1} = \overline{(\rho u)}_{j+1/2} \max(0, \text{sign}(1, +u_{j+1}^n)) \\
 & \quad + \overline{(\rho u)}_{j+3/2} \max(0, \text{sign}(1, -u_{j+1}^n)) \\
 & \overline{(\rho u)}_j = \overline{(\rho u)}_{j+1/2} \max(0, \text{sign}(1, -u_j^n)) \\
 & \quad + \overline{(\rho u)}_{j-1/2} \max(0, \text{sign}(1, +u_j^n)) \\
 & a_{j,j-1} = -\frac{1}{\Delta x_j} u_j^n \max(0, \text{sign}(1, +u_j^n)) \\
 & a_{j,j} = -\frac{1}{\Delta x_j} u_j^n \max(0, \text{sign}(1, -u_j^n)) \\
 & \quad + \frac{1}{\Delta x_j} u_{j+1}^n \max(0, \text{sign}(1, +u_{j+1}^n)) \\
 & \quad + \frac{1}{\Delta t} + \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} |u_{j+1/2}^n| \\
 & a_{j,j+1} = +\frac{1}{\Delta x_j} u_{j+1}^n \max(0, \text{sign}(1, -u_{j+1}^n)) \\
 & b_j = \frac{(\rho u)_{j+1/2}^n}{\Delta t} - \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} \\
 & \quad + \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} (\rho u)_{j+1/2}^n |u_{j+1/2}^n| \\
 & \quad + \rho_{j+1/2}^n g \sin \theta_{j+1/2} + F_{j+1/2}^{n+1}
 \end{aligned} \tag{49}$$

③運動量束の予測値に関する線形連立方程式を、BiCGStab 法行列解法ソルバーを用いて解いて、運動量束の予測値を求める。

④圧力 Poisson 方程式を解いて得られる圧力修正量から新しい時刻の運動量束を求めるために事前に係数を次のように求めておく。圧力項を陽的に扱った運動量保存式は単純化して次のように表す。なお、左辺は運動量束の予測値を示す。

$$\begin{aligned}
 \overline{(\rho u)}_{j+1/2} &= (\rho u)_{j+1/2}^n \\
 &\quad - A_{j+1/2} (p_{j+1}^n - p_j^n) + B_{j+1/2}
 \end{aligned} \tag{50}$$

一方、圧力項を陰的に扱った運動量保存式は単純化して次のように表す。

$$\begin{aligned}
 (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} &= (\rho u)_{j+1/2}^n \\
 &\quad - A_{j+1/2} (p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}) + B_{j+1/2}
 \end{aligned} \tag{51}$$

式(50)から式(51)を差し引くと次式を得る

$$\begin{aligned}
 (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} &= \overline{(\rho u)}_{j+1/2} - A_{j+1/2} (\delta p_{j+1}^{n+1} - \delta p_j^{n+1}) \\
 p_j^{n+1} &= p_j^n + \delta p_j^{n+1} \\
 A_{j+1/2} &= \frac{\Delta t}{\Delta x_{j+1/2} \left( 1 + \Delta t \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} |u_{j+1/2}^n| \right)}
 \end{aligned} \tag{52}$$

⑤質量保存式を基に得られる圧力 Poisson 方程式の係数行列と荷重ベクトルを計算する。圧力 Poisson 方程式は次のようにして得られる。質量保存式の時間項を圧力の時間項に置き換え、また、式(52)を用いることで、質量保存式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_j \frac{\delta p_j^{n+1}}{\Delta t} \\
 & - \frac{A_{j+1/2} (\delta p_{j+1}^{n+1} - \delta p_j^{n+1}) + A_{j-1/2} (\delta p_j^{n+1} - \delta p_{j-1}^{n+1})}{\Delta x_j} \\
 & + \frac{\overline{(\rho u)}_{j+1/2} - \overline{(\rho u)}_{j-1/2}}{\Delta x_j} = 0 \\
 & \delta p_j^{n+1} = p_j^{n+1} - p_j^n \\
 & \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{53}$$

これは、次のように整理ができ、 $\delta p$  の線形連立方程式となる。なお、 $\partial \rho / \partial p$  は実在流体の物性データテーブルまたは理想気体の状態方程式を用いて求める。

$$\begin{aligned}
 & a_{j,j-1} \delta p_{j-1}^{n+1} + a_{j,j} \delta p_j^{n+1} + a_{j,j+1} \delta p_{j+1}^{n+1} = b_j \\
 & a_{j,j-1} = -\frac{A_{j-1/2}}{\Delta x_j} \\
 & a_{j,j} = \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_j + \frac{A_{j-1/2}}{\Delta x_j} + \frac{A_{j+1/2}}{\Delta x_j} \\
 & a_{j,j+1} = -\frac{A_{j+1/2}}{\Delta x_j} \\
 & b_j = -\frac{\overline{(\rho u)}_{j+1/2} - \overline{(\rho u)}_{j-1/2}}{\Delta x_j}
 \end{aligned} \tag{54}$$

⑥圧力 Poisson 方程式の線形連立方程式を、BiCGStab 法行列解法ソルバーを用いて解いて圧力修正量を求め、得られた圧力修正量を式(52)に

代入して新しい時刻の圧力  $p^{n+1}$  と運動量束  $\rho u^{n+1}$  を求める。

⑦圧力修正量と  $\partial\rho/\partial p$  から、新しい時刻の密度  $\rho^{n+1}$  を求め、さらに流速  $u^{n+1}$  を求める。

$$\rho_j^{n+1} = \rho_j^n + \left( \frac{\partial\rho}{\partial p} \right)_j^n \delta p_j^{n+1} \quad (55)$$

$$u_{j+1/2}^{n+1} = \frac{(\rho u)_{j+1/2}^{n+1}}{\rho_{j+1/2}^{n+1}}$$

⑧新しい時刻の密度と運動量束から運動エネルギーを求める。

⑨エネルギー保存式の離散化式を基に、全エネルギーに関する線形連立方程式の係数行列の要素  $a$  と荷重ベクトルの要素  $b$  を次のように求める。

$$a_{j,j-1} E_{j-1}^{n+1} + a_{j,j} E_j^{n+1} + a_{j,j+1} E_{j+1}^{n+1} = b_j$$

$$a_{j,j-1} = -\frac{1}{\Delta x_j} u_{j-1/2}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, u_{j-1/2}^{n+1}))$$

$$a_{j,j} = -\frac{1}{\Delta x_j} u_{j-1/2}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, -u_{j-1/2}^{n+1}))$$

$$+ \frac{1}{\Delta x_j} u_{j+1/2}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, u_{j+1/2}^{n+1}))$$

$$+ \frac{1}{\Delta t} + \frac{H_j^n A_{w,j} T_j^n}{V_j} \frac{1}{E_j^n}$$

$$a_{j,j+1} = +\frac{1}{\Delta x_j} u_{j+1/2}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, -u_{j+1/2}^{n+1})) \quad (56)$$

$$b_j = \frac{E_j^n}{\Delta t} + \frac{H_j^n A_{w,j} T_{w,j}^n}{V_j}$$

$$- \frac{\hat{p}_{j+1/2}^{n+1} u_{j+1/2}^{n+1} - \hat{p}_{j-1/2}^{n+1} u_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta x_j}$$

$$\hat{p}_{j+1/2}^{n+1} = p_{j+1}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, -u_{j+1/2}^{n+1}))$$

$$+ p_j^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, u_{j+1/2}^{n+1}))$$

$$\hat{p}_{j-1/2}^{n+1} = p_{j-1}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, u_{j-1/2}^{n+1}))$$

$$+ p_j^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, -u_{j-1/2}^{n+1}))$$

⑩全エネルギーに関する線形連立方程式を、BiCGStab 法行列解法ソルバーを用いて解いて新

しい時刻の全エネルギーを求め、さらに内部エネルギー、エンタルピーを次のように求める。

$$e_j^{n+1} = \frac{E_j^{n+1} - \frac{1}{2} \rho_j^{n+1} (u_j^{n+1})^2}{\rho_j^{n+1}} \quad (57)$$

$$h_j^{n+1} = e_j^{n+1} + \frac{p_j^{n+1}}{\rho_j^{n+1}}$$

⑪圧力や密度とエネルギーの結びつきを強くするために、陽解法と同様に、密度と内部エネルギーを基に実在流体の物性データテーブルまたは理想気体の状態方程式を用いて、新しい時刻の圧力  $P^{n+1}$ 、温度  $T^{n+1}$  および熱力学物性、輸送係数などを求める。

⑫計算精度の向上のために、圧力 Poisson 方程式を解いて得られた圧力と実在流体の物性データテーブルまたは状態方程式から得られた圧力をブレンドしてその時刻の圧力とする。

$$p_j^{n+1} \leftarrow \frac{1}{2} (p_j^{n+1} + P_j^{n+1}) \quad (58)$$

なお、式(58)の圧力が 1 タイムステップの計算で得られる最終的な圧力であり、右辺の小文字  $p$  が圧力 Poisson 方程式から得られた圧力であり、大文字  $P$  が密度と内部エネルギーから得られた圧力である。

## 5.2.2. エネルギー保存式ベースの圧力 Poisson 方程式を用いた解法

本解法は表 1 の準陰解法 2 に相当する。以下では、準陰解法 2 について 1 タイムステップの計算手順を説明する。

①流体抵抗損失項、管摩擦損失項、熱伝達項、流体機器などの運動量保存式、エネルギー保存式のソースターム項を陽解法と同様の方法で計算する。

②圧力項を陽的に扱った運動量保存式を用いて、ボリューム内の格子間とジャンクションの運動量束の予測値を未知数とする連立方程式の係数

行列と荷重ベクトルを計算する。運動量束の予測値を用いて、運動量保存式の離散化すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & \frac{(\overline{\rho u})_{j+1/2} - (\rho u)_{j+1/2}^n}{\Delta t} \\
 & + \frac{(\overline{\rho u})_{j+1} u_{j+1}^n - (\overline{\rho u})_j u_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} \\
 & + \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} \\
 & + \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} \left( 2(\overline{\rho u})_{j+1/2} - (\rho u)_{j+1/2}^n \right) \left| u_{j+1/2}^n \right| \\
 & - \rho_{j+1/2}^n g \sin \theta_{j+1/2} - F_{j+1/2}^{n+1} = 0
 \end{aligned} \tag{59}$$

なお、上にバーがついている $(\overline{\rho u})$ が運動量束の予測値である。式(59)を運動量束の予測値について整理すると、係数行列の要素 $a$ と荷重ベクトルの要素 $b$ は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & a_{j,j-1} (\overline{\rho u})_{j-1/2} + a_{j,j} (\overline{\rho u})_{j+1/2} \\
 & \quad + a_{j,j+1} (\overline{\rho u})_{j+3/2} = b_j \\
 & (\overline{\rho u})_{j+1} = (\overline{\rho u})_{j+1/2} \max(0, \text{sign}(1, +u_{j+1}^n)) \\
 & \quad + (\overline{\rho u})_{j+3/2} \max(0, \text{sign}(1, -u_{j+1}^n)) \\
 & (\overline{\rho u})_j = (\overline{\rho u})_{j+1/2} \max(0, \text{sign}(1, -u_j^n)) \\
 & \quad + (\overline{\rho u})_{j-1/2} \max(0, \text{sign}(1, +u_j^n)) \\
 & a_{j,j-1} = -\frac{1}{\Delta x_j} u_j^n \max(0, \text{sign}(1, +u_j^n)) \\
 & a_{j,j} = -\frac{1}{\Delta x_j} u_j^n \max(0, \text{sign}(1, -u_j^n)) \\
 & \quad + \frac{1}{\Delta x_j} u_{j+1}^n \max(0, \text{sign}(1, +u_{j+1}^n)) \\
 & \quad + \frac{1}{\Delta t} + \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} \left| u_{j+1/2}^n \right| \\
 & a_{j,j+1} = +\frac{1}{\Delta x_j} u_{j+1}^n \max(0, \text{sign}(1, -u_{j+1}^n)) \\
 & b_j = \frac{(\rho u)_{j+1/2}^n}{\Delta t} - \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{\Delta x_{j+1/2}} \\
 & \quad + \frac{1}{2} \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} (\rho u)_{j+1/2}^n \left| u_{j+1/2}^n \right| \\
 & \quad + \rho_{j+1/2}^n g \sin \theta_{j+1/2} + F_{j+1/2}^{n+1}
 \end{aligned} \tag{60}$$

③運動量束の予測値に関する線形連立方程式を、BiCGStab 法行列解法ソルバーを用いて解いて、運動量束の予測値を求める。

④圧力 Poisson 方程式を解いて得られる圧力修正量から新しい時刻の運動量束を求めるために事前に係数を次のように求めておく。圧力項を陽的に扱った運動量保存式は簡単化して次のように表す。なお、左辺は運動量束の予測値を示す。

$$\begin{aligned}
 (\overline{\rho u})_{j+1/2} &= (\rho u)_{j+1/2}^n \\
 & - A_{j+1/2} (p_{j+1}^n - p_j^n) + B_{j+1/2}
 \end{aligned} \tag{61}$$

一方、圧力項を陰的に扱った運動量保存式は簡単化して次のように表す。

$$\begin{aligned}
 (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} &= (\rho u)_{j+1/2}^n \\
 & - A_{j+1/2} (p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}) + B_{j+1/2}
 \end{aligned} \tag{62}$$

式(61)から式(62)を差し引くと次式を得る。

$$\begin{aligned}
 (\rho u)_{j+1/2}^{n+1} &= (\overline{\rho u})_{j+1/2} - A_{j+1/2} (\delta p_{j+1}^{n+1} - \delta p_j^{n+1}) \\
 p_j^{n+1} &= p_j^n + \delta p_j^{n+1} \\
 A_{j+1/2} &= \frac{\Delta t}{\Delta x_{j+1/2} \left( 1 + \Delta t \frac{K_{j+1/2}^n}{L_{j+1/2}} \left| u_{j+1/2}^n \right| \right)}
 \end{aligned} \tag{63}$$

⑩前時刻の密度と運動量束の近似値から運動エネルギーを求める。

⑪エネルギー保存式を基に得られる圧力 Poisson 方程式の係数行列と荷重ベクトルを計算する。圧力 Poisson 方程式は次のようにして得られる。エネルギー保存式の時間項を圧力の時間項に置き換え、また、式(63)を用いることで、エネルギー保存式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
 & (GZ_j^n - 1) \delta p_j^{n+1} \left( \frac{1}{\Delta t} + S_{l,j}^n \right) \\
 & \quad - \frac{\left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j+1/2}^n A_{j+1/2} (\delta p_{j+1}^{n+1} - \delta p_j^{n+1})}{\Delta x_j} \\
 & \quad + \frac{\left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j-1/2}^n A_{j-1/2} (\delta p_j^{n+1} - \delta p_{j-1}^{n+1})}{\Delta x_j}
 \end{aligned} \tag{64}$$

$$\begin{aligned}
 & = \frac{E_j^n}{\Delta t} + S_{r,j}^n \\
 & \quad - \frac{\left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j+1/2}^n (\overline{\rho u})_{j+1/2} - \left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j-1/2}^n (\overline{\rho u})_{j-1/2}}{\Delta x_j} \\
 & \quad - \left( (GZ_j^n - 1) p_j^n + KE_j^n \right) \left( \frac{1}{\Delta t} + S_{l,j}^n \right)
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 E_j^{n+1} & = (\rho h)_j^{n+1} - p_j^{n+1} + KE_j^n \\
 & = (GZ_j^n - 1) \delta p_j^{n+1} + (GZ_j^n - 1) p_j^n \\
 & \quad + KE_j^n \\
 \delta p_j^{n+1} & = p_j^{n+1} - p_j^n \\
 GZ_j^n & = \left( \frac{\rho h}{p} \right)_j \\
 S_{l,j}^n & = \frac{H_j^n A_{w,j} T_j^n}{V_j} \frac{1}{E_j^n} \\
 S_{r,j}^n & = \frac{H_j^n A_{w,j} T_{w,j}^n}{V_j} \\
 KE_j^n & = \frac{[(\overline{\rho u})_j]^2}{2\rho_j^n}
 \end{aligned} \tag{65}$$

である。これは、次のように整理ができ、 $\delta p$  の線形連立方程式となる。なお、 $GZ$  は理想気体であれば、状態方程式より  $\gamma/(\gamma-1)$  で表されるが、ここでは実在流体を対象としているため、一般化として  $\rho h/p$  に置き換えている。

$$a_{j,j-1} \delta p_{j-1}^{n+1} + a_{j,j} \delta p_j^{n+1} + a_{j,j+1} \delta p_{j+1}^{n+1} = b_j$$

$$a_{j,j-1} = - \left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j-1/2}^n \frac{A_{j-1/2}}{\Delta x_j}$$

$$\begin{aligned}
 a_{j,j} & = (GZ - 1)_j^n \left( \frac{1}{\Delta t} + S_{l,j}^n \right) \\
 & \quad + \left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j-1/2}^n \frac{A_{j-1/2}}{\Delta x_j} + \left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j+1/2}^n \frac{A_{j+1/2}}{\Delta x_j}
 \end{aligned}$$

$$a_{j,j+1} = - \left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j+1/2}^n \frac{A_{j+1/2}}{\Delta x_j} \tag{66}$$

$$b_j = \frac{E_j^n}{\Delta t} + S_{r,j}^n$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j+1/2}^n (\overline{\rho u})_{j+1/2} - \left( \frac{E+p}{\rho} \right)_{j-1/2}^n (\overline{\rho u})_{j-1/2}}{\Delta x_j} \\
 & + \left( p_j^n - GZ_j^n p_j^n - KE_j^n \right) \left( \frac{1}{\Delta t} + S_{l,j}^n \right)
 \end{aligned}$$

⑫ 圧力 Poisson 方程式の線形連立方程式を、BiCGStab 法行列解法ソルバーを用いて解いて圧力修正量を求め、得られた圧力修正量を式(63)に代入して新しい時刻の圧力  $p^{n+1}$  と運動量束  $\rho u^{n+1}$  を求める。

⑬ 得られた新しい時刻の運動量束から質量保存式を代数的に解いて、密度近似値を求め、新しい時刻の運動量束と密度近似値から新しい時刻の流速近似値を求める。

⑭ 質量保存式の離散化式を基に、密度に関する線形連立方程式の係数行列の要素  $a$  と荷重ベクトルの要素  $b$  を次のように求める。なお、ここでの流速は上記で求めた新しい時刻の流速近似値を用いる。

$$\begin{aligned}
 & a_{j,j-1}\rho_{j-1}^{n+1} + a_{j,j}\rho_j^{n+1} + a_{j,j+1}\rho_{j+1}^{n+1} = b_j \\
 & a_{j,j-1} = -\frac{1}{\Delta x_j} u_{j-1/2}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, +u_{j-1/2}^{n+1})) \\
 & a_{j,j} = -\frac{1}{\Delta x_j} u_{j-1/2}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, -u_{j-1/2}^{n+1})) \\
 & \quad + \frac{1}{\Delta x_j} u_{j+1/2}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, +u_{j+1/2}^{n+1})) \\
 & \quad + \frac{1}{\Delta t} \\
 & a_{j,j+1} = +\frac{1}{\Delta x_j} u_{j+1/2}^{n+1} \max(0, \text{sign}(1, -u_{j+1/2}^{n+1})) \\
 & b_j = \frac{\rho_j^n}{\Delta t}
 \end{aligned} \tag{67}$$

⑮密度に関する線形連立方程式を、BiCGStab 法行列解法ソルバーを用いて解いて新しい時刻の密度  $\rho^{n+1}$  を求める。

⑯運動量束  $\rho u^{n+1}$  と密度  $\rho^{n+1}$  から、新しい時刻の流速  $u^{n+1}$  を求める。

$$u_{j+1/2}^{n+1} = \frac{(\rho u)_{j+1/2}^{n+1}}{\rho_{j+1/2}^{n+1}} \tag{68}$$

⑰GZ、新しい時刻の圧力、運動エネルギーより全エネルギー、エンタルピー、内部エネルギーを求める。

$$\begin{aligned}
 & h_j^{n+1} = \frac{GZ_j^{n+1} p_j^{n+1}}{\rho_j^{n+1}} \\
 & E_j^{n+1} = \rho_j^{n+1} h_j^{n+1} + \frac{1}{2} \rho_j^{n+1} (u_j^{n+1})^2 - p_j^{n+1} \\
 & e_j^{n+1} = h_j^{n+1} - \frac{p_j^{n+1}}{\rho_j^{n+1}}
 \end{aligned} \tag{69}$$

⑱状態方程式または物性データテーブルから温度、比熱、粘性係数、熱伝導度などを求める。

## 6. 陰解法の性能評価解析

### 6.1. 二酸化炭素ガスパーズ試験解析

新たに開発を行った4種類の陰解法の計算精度を確認するために、文献[6]のガスパーズ試験の検

証解析を行った。当試験での空気を二酸化炭素に置き換える過程において計測された二酸化炭素の濃度変化と、検証解析で得られた二酸化炭素の濃度変化の比較を行った。

#### 6.1.1. 解析条件と解析ケース

検証解析に用いた管路系モデルを図1に示す。2箇所流入部において、一方の流入境界からは空気 (Air) が流入し、もう一方の流入境界からは二酸化炭素 (CO<sub>2</sub>) が流入して合流し、大気開放端から流出する。流入境界では、時刻 4.0 秒後を境に空気と二酸化炭素の流量が逆転するものとした (初期の流量比は、空気 : 二酸化炭素 = 9 : 1)。観測地点は合流部から 20m の位置にあり、そこでの二酸化炭素のモル分率変化の解析結果と測定値の比較を行った。

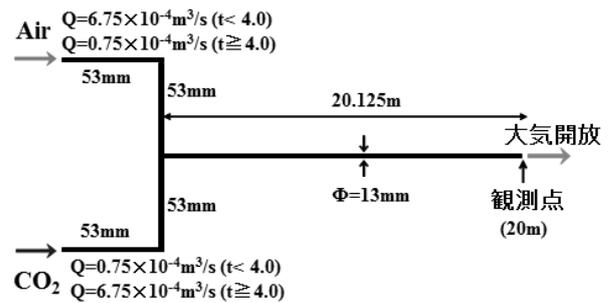


図1 ガスパーズ試験解析モデル

解析では、20℃の空気と二酸化炭素の混合気体が流れるものとし、また、それら気体の物性値は理想気体の状態方程式に基づいた。主要な解析条件を表4に示す。表5に検証解析で実施した解析ケース一覧を示す。これらの解析ケースでは、陽解法と4種類の陰解法に対して、1次風上差分法と流束制限関数 minmod limiter 付 TVD 法 (以下、TVD 法) の2種類の対流項差分スキームを組み合わせた。

表 4 主要な解析条件一覧

No.	項目	内容
1	全長	23.337 [m]
2	配管径	0.013[m]
3	格子分割数	108
4	管摩擦係数	Churchill の式
5	境界条件	図 1 の通り
6	初期条件	101.325kPaA、293.15K、流速 ゼロ
7	気体	空気と二酸化炭素 (理想気体)
8	対流項の 差分スキーム	TVD 法 / 1 次風上差分法
9	数値解法	陽解法と 4 種類の陰解法
10	解析時間	10.0 秒
11	Courant 条件	陽解法: 0.9 (音速基準) 陰解法: 0.5 (流速基準)
12	その他	断熱条件、乱流拡散

表 5 解析ケース一覧

No.	解析ケース名	数値解法	対流項の差分 スキーム
1	CO2Exp	陽解法	1 次風上
2	CO2ExpTVD	陽解法	TVD
3	CO2Imp2	半陰解法 1	1 次風上
4	CO2Imp2TVD	半陰解法 1	TVD
5	CO2Imp3	半陰解法 2	1 次風上
6	CO2Imp3TVD	半陰解法 2	TVD
7	CO2Imp4	準陰解法 1	1 次風上
8	CO2Imp4TVD	準陰解法 1	TVD
9	CO2Imp5	準陰解法 2	1 次風上
10	CO2Imp5TVD	準陰解法 2	TVD

表 6 解析ケースの計算時間

No.	解析ケース名	数値解法	対流項の差分 スキーム	計算時間(s)	陽解法に対する 高速化倍率
1	CO2Exp	陽解法	1 次風上	353.7	—
2	CO2ExpTVD	陽解法	TVD	427.7	—
3	CO2Imp2	半陰解法 1	1 次風上	8.2	43.1
4	CO2Imp2TVD	半陰解法 1	TVD	7.8	54.8
5	CO2Imp3	半陰解法 2	1 次風上	7.6	46.5
6	CO2Imp3TVD	半陰解法 2	TVD	7.3	58.6
7	CO2Imp4	準陰解法 1	1 次風上	9.0	39.3
8	CO2Imp4TVD	準陰解法 1	TVD	8.8	48.6
9	CO2Imp5	準陰解法 2	1 次風上	8.9	39.7
10	CO2Imp5TVD	準陰解法 2	TVD	8.6	49.7

### 6.1.2. 解析結果

陽解法と4種類の陰解法を用いた解析の計算時間と陽解法に対する高速化倍率をまとめたものを表6に示す。なお、計算時間は下記の計算サーバーを用いて解析を行ったときに測定したものである。

(a)OS : CentOS release 5.9  
 (b)CPU : Intel(R) Xeon(R) Processor X5660 12M Cache, 2.80 GHz  
 (c)Memory : 99GB

陽解法では、350秒以上の計算時間を要しているのに対して、陰解法ではいずれも10秒以内で計算が行えている。これから、陰解法は陽解法の40倍から50倍の高速化率が達成できていることが分かる。

陽解法と4種類の陰解法を用いた解析で得られた二酸化炭素のモル分率の時間変化を試験の測定値と比較したものを図2から図6に示す。対流項の差分スキームとしてTVD法を用いた場合、すべての解析結果は試験の測定値を良く表現しており、良好な結果を示している。一方、1次風上差分法を用いた場合、数値拡散のために、解析結果はかなり鈍って緩やかに変化し試験の測定値との差異が大きい。

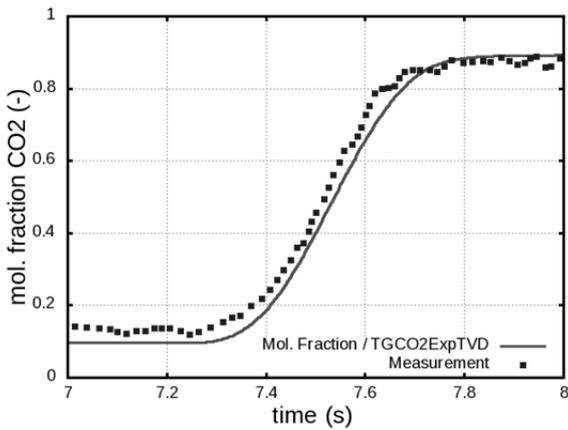
半陰解法を用いた解析結果は、試験の測定値と比べても時間変化の傾きが大きい。半陰解法において、空気や二酸化炭素の濃度の移流拡散計算は、最新の密度や流速を使うにしても陽解法と同等の計算となる。陽解法の場合、時間項の離散化に基づく負の数値拡散が発生するが、半陰解法の計算では、対流項の高精度化により空間的な数値拡散が大幅に軽減され、負の数値拡散が顕著となる。負の数値拡散の係数は流速基準のCourant数の二乗と関係づけられている。これを確認するために半陰解法2を用いて、Courant数をパラメータとした解析で得られた結果を比較したものを図7に示す。この図において、実線、■、+が、それぞれCourant数が0.1、0.5、0.9のときの解析結果をプロットしたものである。なお、歪んだ曲線は

試験結果を示している。Courant数が大きいほど、負の数値拡散が大きく、時間変化の傾きが大きく、逆にCourant数が0.1の場合、負の数値拡散が小さいため、時間変化の傾きが試験結果を良く再現している。このことから半陰解法の負の数値拡散が時間変化の傾きに影響していることが分かる。それでは、陽解法ではどうかというと、音速基準のCourant数0.9は流速基準のCourant数では0.01から0.02と非常に小さくなるため、負の数値拡散はほとんど無視できるくらい小さいため影響がない。1次風上差分法を用いた場合は、空間的離散化に基づく数値拡散が時間項の離散化に基づく数値拡散より圧倒的に大きいため、二酸化炭素のモル分率の時間変化はCourant数による差異はほとんど見られない。

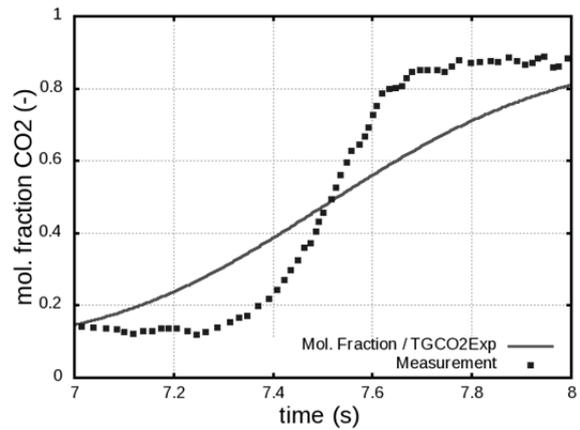
図8に観測点における4種類の陰解法の密度変化を示す。初期には、観測点の密度は $1.26[\text{kg}/\text{m}^3]$ を示しており、ページが進むにつれて空気と二酸化炭素の比が逆転した流体が流れてくるために、密度は次第に上昇し、やがて一定値の $1.77[\text{kg}/\text{m}^3]$ になることが示されている。いずれの密度の時間変化も二酸化炭素のモル分率の時間変化と一致している。当然TVD法を用いた解析結果の方が密度の時間変化の傾きが大きく一定値に速く到達している。

### 6.1.3. 二酸化炭素ガスパーズ試験解析のまとめ

4種類の陰解法の計算精度を確認するために、空気と二酸化炭素を入れ替えるガスパーズ試験による検証解析を行った。その結果、対流項の差分スキームとしてTVD法を用いた解析結果は、4種類の陰解法とも試験結果を良く再現しており、計算精度の確認を行うことができた。さらに、解析に要した計算時間は陽解法に比べて40倍以上の高速化が成し遂げられた。

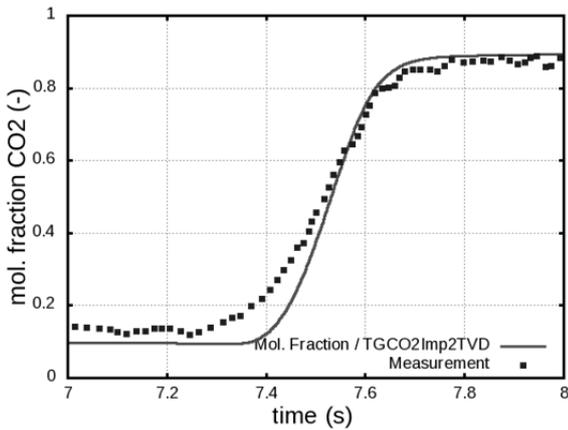


(i)TVD 法

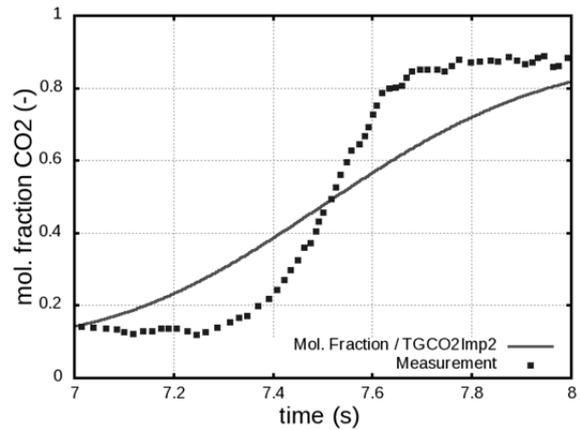


(ii)1 次風上差分法

図 2 観測地点における二酸化炭素のモル分率変化 (陽解法)

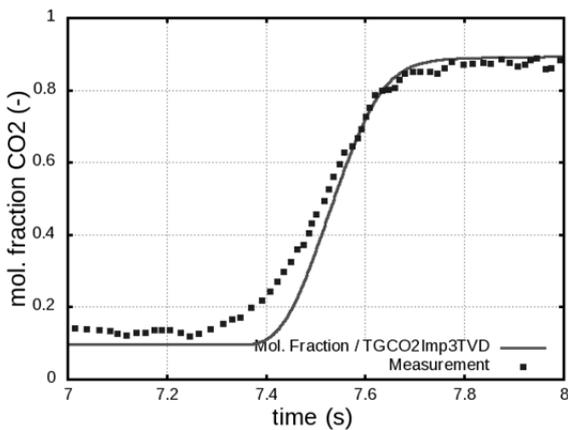


(i)TVD 法

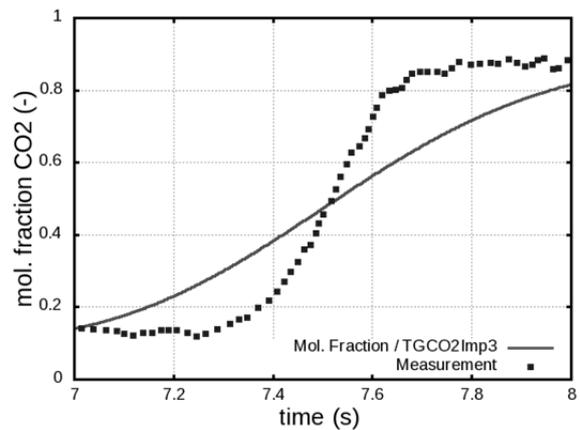


(ii)1 次風上差分法

図 3 観測地点における二酸化炭素のモル分率変化(半陰解法 1)

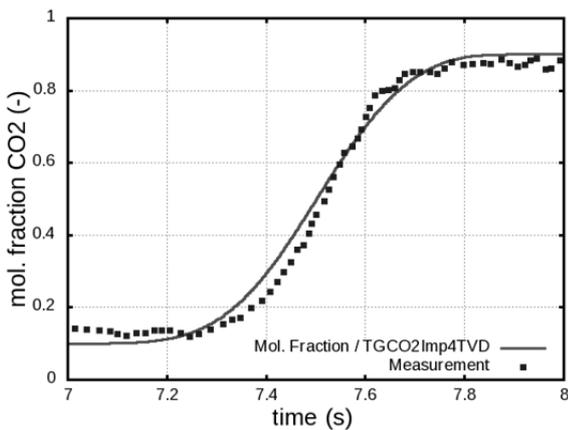


(i)TVD 法

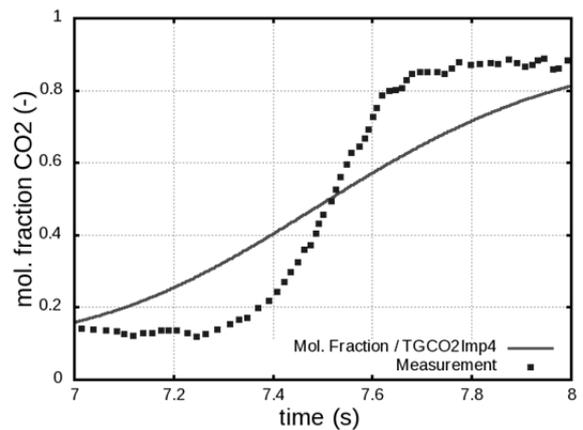


(ii)1 次風上差分法

図 4 観測地点における二酸化炭素のモル分率変化(半陰解法 2)

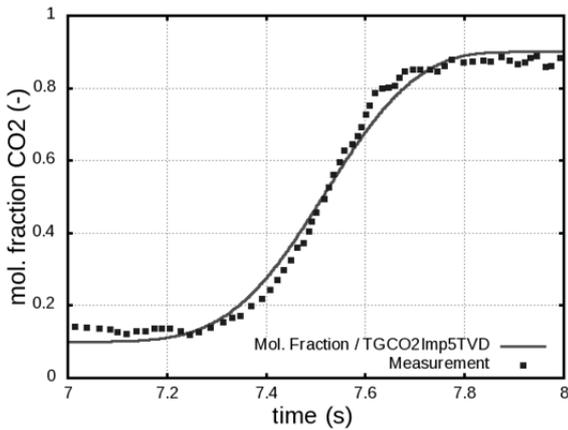


(i)TVD 法

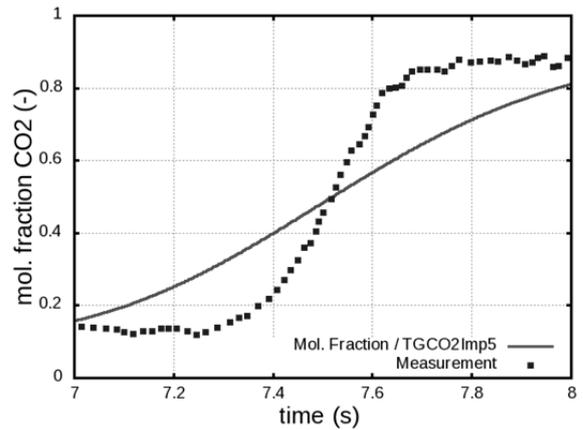


(ii)1 次風上差分法

図 5 観測地点における二酸化炭素のモル分率変化(準陰解法 1)

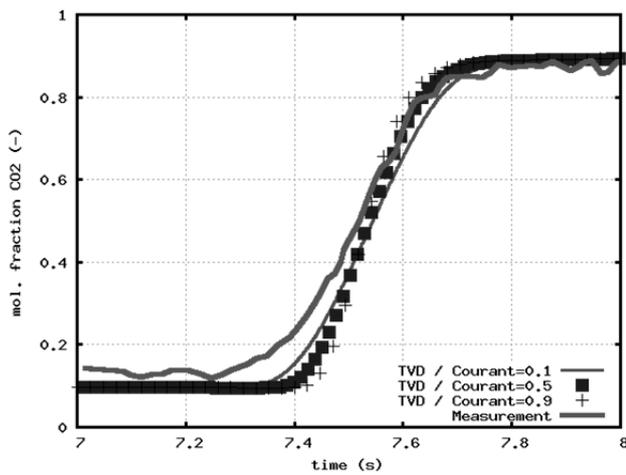


(i)TVD 法

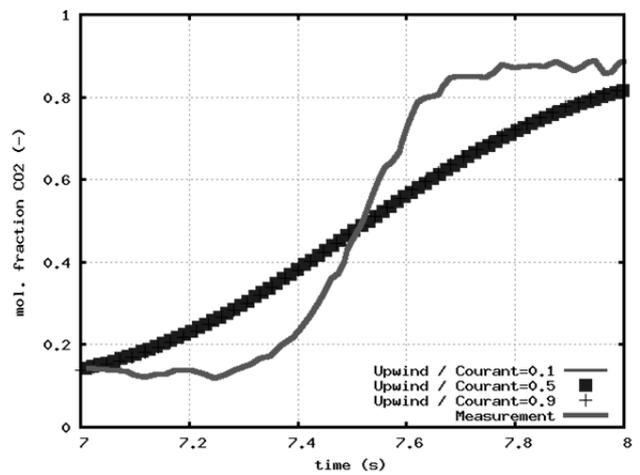


(ii)1 次風上差分法

図 6 観測地点における二酸化炭素のモル分率変化(準陰解法 2)

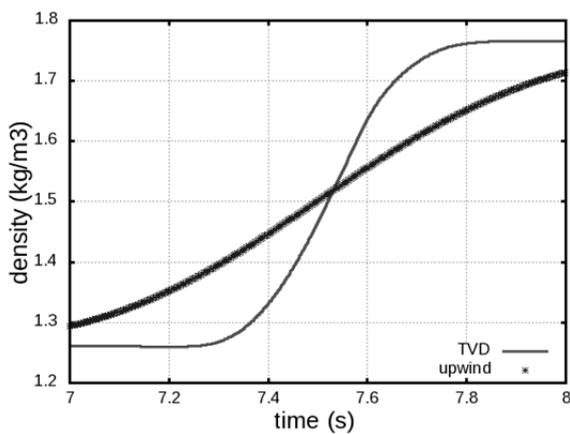


(i)TVD 法

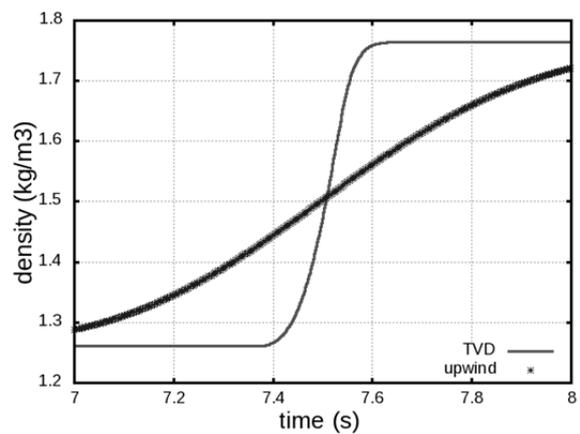


(ii)1 次風上差分法

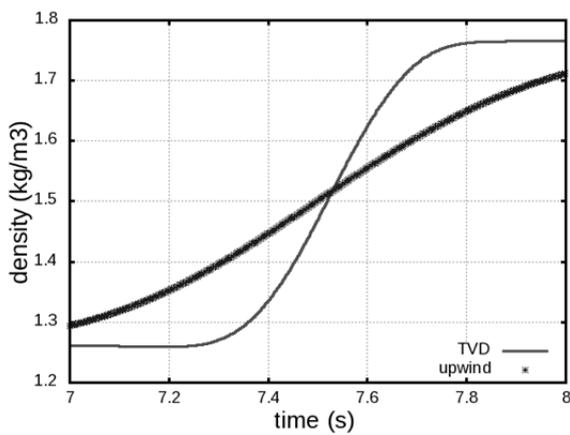
図 7 二酸化炭素のモル分率変化の Courant 数の違いによる比較(半陰解法 2)



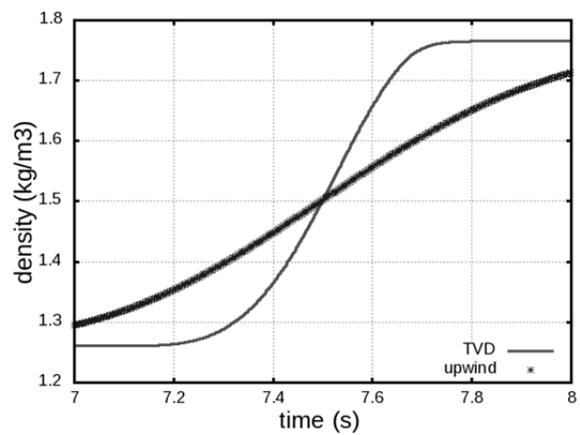
(i)半陰解法 1



(ii)半陰解法 2



(iii)準陰解法 1



(iv)準陰解法 2

図 8 観測地点における密度変化

## 6.2. 実規模ガス管路系解析

大規模で長時間の解析に対する陰解法の計算の精度や計算時間を検討するために仮想的な実規模ガス管路系を用いて解析を実施した。陰解法を用いて得られた解析結果や計算時間を陽解法と比較することにより陰解法の実用性の検討を行った。

### 6.2.1. 解析条件

実規模ガス管路系解析に用いた管路系モデルを図9に示す。また、解析条件を表7に示す。管路系は全長90kmを有し、外周の高圧系管路系内に、ガバナを介して、4地区の中圧系とつながっている。高圧系は都市ガスの生産基地である2つのプラントを持ち、プラントA(基地A)は5.1MPaAの圧力に対して供給量が最大300kg/s程度の能力を有し、もう1つのプラントB(基地B)は基地Aより供給能力は小さく、3.1MPaAで供給量は60kg/sとした。高圧系の管路系には2つの制

御バルブが設けられ、2つとも制御系によって下流側圧力を3.0MPaAで維持するように制御されているものとした。図10に解析で考慮した制御系の制御ブロック図を示す。制御では、1次遅れとPIDを考慮した。

管路系内のすべての管路は長さ10mの格子で分割を行い、管路系全体で全格子数9,000とした。-10,000~0.0秒間の定常運転状態を模擬するためのNull Transient計算(定常計算)を経た後、時刻ゼロ秒で基地Bの供給が異常停止して供給量がゼロとなり、その後1時間(3,600秒)で機能回復して供給量が基に戻る場合の管路系過渡応答の解析を行った。

解析は、i)陽解法、ii)半陰解法2、iii)半陰解法2と局所時間刻み法を併用した方法、iv)準陰解法1の数値解法とCourant条件を変更して行い、陽解法と比較したときの計算精度や計算の安定性、および計算時間を検討した。なお、以下では、半陰解法2を半陰解法と、準陰解法1を準陰解法と呼ぶ。

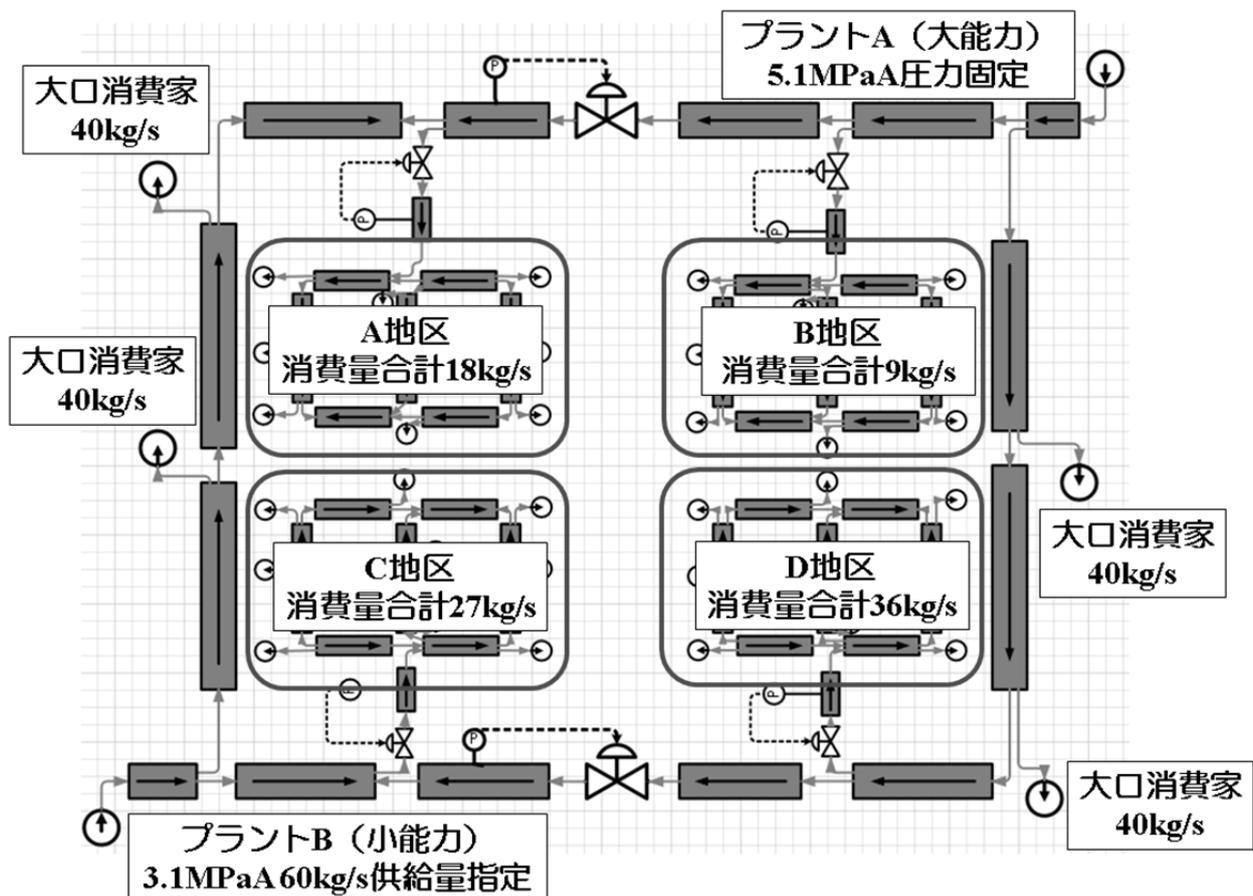


図9 実規模ガス管路系解析モデル

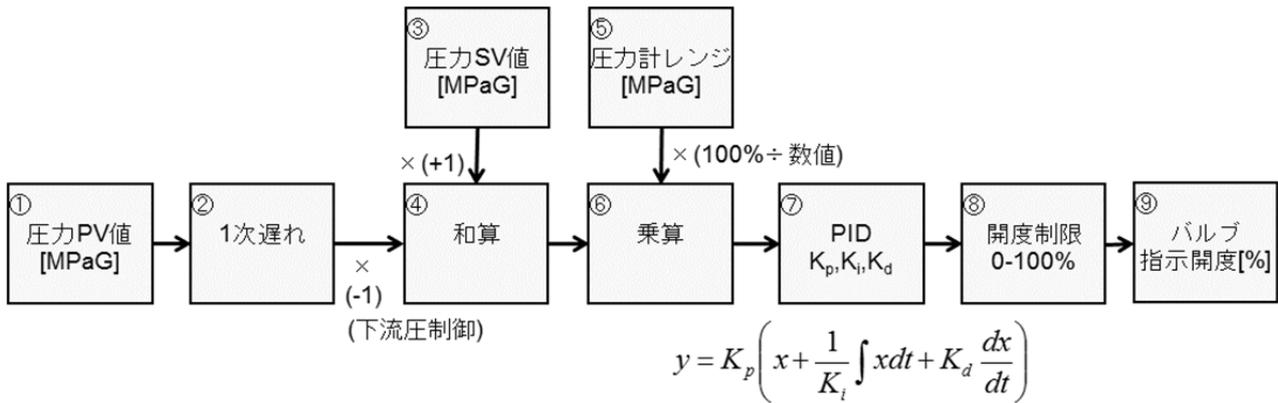


図 10 制御ブロック図

表 7 主要な解析条件一覧

No.	解析ケース名	数値解法
1	延長	全長 90 [km] 高圧系: 62[km] 中圧系: 28[km]
2	配管径	高圧系: 0.6[m] 中圧系: 0.4[m]
3	全格子数	9,000、格子長さ: 10m
4	管摩擦係数	Churchill の式
5	境界条件	(i)プラント A (基地 A) : 圧力 5.1MPaA、温度 300K で固定 (ii)プラント B (基地 B) : 定常運転で流量 60kg/s、温度 300K で固定し、時刻ゼロで流量ゼロ、3,600 秒で元の 60kg/s に回復 (iii)高圧系消費点 : 流量固定 (iv)中圧系消費点 : 流量固定
6	気体	都市ガス 13A
7	数値解法	(i)陽解法 (ii)半陰解法 2 (iii)半陰解法 2 と局所時間刻み法を併用した方法 (iv)準陰解法 1
8	対流項の差分スキーム	1 次風上差分法
9	解析時間	-10,000~10,000 秒 (-10,000~0.0 秒は定常計算)
10	その他	断熱条件

### 6.2.2. 解析ケースと計算時間

数値解法と Courant 条件を変更した解析ケースおよび各ケースの計算時間を表 8 に示す。計算時間は 6.1.2 項に示したのと同様の計算サーバーを用いて解析を行ったときに測定したものである。

数値解法として、i)陽解法、(ii)半陰解法、(iii)半陰解法と局所時間刻み法を併用した方法、(iv)準陰解法の 4 種類を、Courant 条件を組み合わせ、10 ケースの解析を実施した。

半陰解法では、陽解法の 10 倍程度の高速化が図られた (ケース No.2)。半陰解法と局所時間刻み法を併用したケース No.3 から No.5 では、全タイムステップ数が Courant 条件として与えた Courant 数に応じて削減しているが、Courant 数が増えると行列計算の反復回数が大きく増えるため、ケース No.2 の解析と比べると計算時間はあまり変わらなかった。陽解法に比べて 10 倍程度の高速化が図られたものの、Courant 条件によって計算時間が大きく削減することはなかった。

準陰解法では、行列計算が 1 タイムステップに対して、3 回の行列計算を必要とするため、半陰解法と同程度の Courant 数とした解析では、陽解法の 3.5 倍程度の高速化に留まり、半陰解法に比べて 3 倍程度の計算時間を要した。

準陰解法の場合、全タイムステップ数が Courant 数の増加に応じて削減され、計算時間も削減されている。しかしながら、Courant 数を 10 倍としても、計算時間は半分程度の削減にしかならなかった。これは Courant 数が増えると行列計算の反復回数が大きく増えるためであり、Courant 数 1.0 の解析と比べて、Courant 数 10.0 の解析の圧力 Poisson 方程式の行列計算の反復回数の 1 タイムステップ当たりの平均反復回数は 10 倍に増えている。それでも陽解法に比べて 7 倍程度の高速化が図られていることが分かる。

以上から、半陰解法では、陽解法の 10 倍の高速化が、準陰解法では 7 倍の高速化が図られ、陽解法より効率的に計算できることが分かった。

表 8 解析結果のまとめ

No.	解析 ケース名	数値解法	局所時 間刻み 法	Courant 条件 (注 1)	全タイム ステップ 数	計算時間	高速化 倍率 (注 2)	反復 回数 (注 3)
1	EX	陽解法	—	0.7	2,365,019	20 時間 32 分 21 秒	—	—
2	Imp3	半陰解法	—	0.9	90,956	1 時間 56 分 37 秒	10.6	45
3	Imp3C15L	半陰解法	併用	1.5	54,800	1 時間 54 分 25 秒	10.8	88
4	Imp3C20L	半陰解法	併用	2.0	42,212	2 時間 01 分 48 秒	10.1	134
5	Imp3C30L	半陰解法	併用	3.0	36,182	2 時間 05 分 38 秒	9.8	165
6	Imp4C01	準陰解法	—	1.0	81,651	5 時間 49 分 11 秒	3.5	80
7	Imp4C03	準陰解法	—	3.0	27,834	3 時間 39 分 22 秒	5.6	212
8	Imp4C05	準陰解法	—	5.0	17,305	3 時間 02 分 41 秒	6.7	383
9	Imp4C10	準陰解法	—	10.0	10,379	2 時間 55 分 15 秒	7.0	805
10	Imp4C15	準陰解法	—	15.0	13,820	2 時間 47 分 02 秒	7.4	538

(注 1)ケース No.1 は音速基準、それ以外は流速基準

(注 2)陽解法に対する計算時間の比の逆数

(注 3)圧力 Poisson 方程式の行列計算の反復回数の 1 タイムステップ当たりの平均値

### 6.2.3. 解析結果

全 10 ケースのうち、8 ケースの解析結果を図 11 から図 16 に示す。ケース Nos.4&6 は類似のケースと比べて解析結果があまり変わらないため、これらの図から省いた。数値解法として半陰解法を用いたケース No.2 の解析で得られた管路系全体の物理量分布の履歴をコンター図として図 17 から図 19 に示す。本項では、各ケースの圧力変化、流量変化、温度変化について説明する。

#### (1) 圧力変化

高圧管路系の圧力は、初期の数千秒では初期値の不整合により大きく振動するが、時刻ゼロ秒までには定常状態に達する。基地 B が異常停止して機能が喪失すると、その影響は基地 B 近傍の管路で大きく減圧し、基地 A 近傍での減圧はそれよりは小さい。基地 B の機能が回復すると、供給遅れや制御バルブの遅れなどでゆっくりと定常運転状態の圧力に回復する。

中圧管路系ガバナ下流圧力は、基地 B の機能喪失と機能回復の直後ですぐに変動するが、ガバナによってほぼ一定圧力に保たれている。

8 ケースの圧力変化は同様の变化を示しているが、Courant 数が大きいほど、初期数千秒では、圧力振動が大きくなる傾向がある。また、基地 B の機能喪失と機能回復の直後の圧力変動は、Courant 数が大きいほど、鈍る傾向が見られる。

Courant 数 15 とした準陰解法の解析ケース No.10 では、基地 A 近傍の管路内圧力が解析全体に亘って大きく振動する。このことから実規模ガス管路系解析で準陰解法を用いた解析の場合、妥当な解析結果が得られるのは Courant 数として 10 までが限界といえる。

半陰解法を用いたケース No.2 の解析で得られた圧力分布の履歴を図 17 に示す。定常状態では基地 A 近傍が 5MPa、基地 B 近傍が 3MPa、中圧は 0.8~1.0MPa 程度で落ち着いている。

基地 B が機能喪失後、基地 B 周りの圧力が 2MPa 程度まで低下し、高圧管路系の広範囲にその影響が及んでいる。基地 B の回復から 15 分後、基地 B 近傍の管路から圧力が回復し、全体に亘って

定常運転状態の圧力に回復する。中圧管路系の 4 地区の圧力は全体に亘ってほとんど変わらず、高圧管路系と連結されているガバナによって大きな影響は出ていないことが分かる。

#### (2) 流量変化

高圧管路系の圧力と同様に、高圧管路系の流量は、初期の数千秒では初期値の不整合で大きく振動するが、時刻ゼロ秒までには定常状態に達する。基地 B が異常停止して機能が喪失すると、流量喪失に見合うように制御系バルブの開度が増え、流量増加の合計は 60kg/s 程度までになる。その増加は最終的には基地 A の供給流量の増加と一致している。基地 B の機能が回復すると、すべての流量は定常運転状態に回復する。高圧管路系から中圧管路系への流量は、ガバナによって制御され、ほぼ一定で推移する。中圧管路系ガバナ開度変化を図 16 に示したが、基地 B の機能喪失の影響が大きい中圧管路系 C 地区と D 地区へのガバナ開度は上流側圧力が減少する中、流量を一定に保つために大きく増加して変化する。

8 ケースの流量変化は同様の变化を示しているが、Courant 数が大きいほど、初期数千秒では、圧力振動と同様に流量振動が大きくなる傾向がある。Courant 数を 15 とした準陰解法の解析ケース No.10 では、基地 A からの流量が小刻みに振動し、さらには中圧 B 地区への流量が断続的な変化を示し正しい挙動とはいえない。このことから実規模ガス管路系解析で準陰解法を用いた解析の場合、Courant 数として 10 が限界といえる。

半陰解法を用いたケース No.2 の解析で得られた質量流量分布の履歴を図 18 に示す。定常状態では、基地 A の送出流量が多いことが分かる。基地 B が機能喪失後、基地 A のバックアップによって右側の縦ラインから下の横のラインにかけて流量が増えている。基地 B の回復から 15 分後では機能喪失前の状態にほぼ回復しているが、基地 A から右下へ向かう流量がまだ多いままである。基地 B の機能が喪失しても、中圧管路系の流量にはガバナによって大きな影響は出ていないことが分かる。

### (3) 温度・密度変化

-10,000 秒から 0 秒までの中圧管路系ガバナ下流の温度変化は圧力や流量の変化と同じことがいえる。局所時間刻み法を併用した解析では、Courant 数が大きいほど定常に達するのが遅れる。A 地区と D 地区は摩擦損失で圧力が下がってからガバナで減圧され、B 地区は他の地区に比べると高圧で流量が少ないことから大きく減圧されるため、温度が 280K 以下になっているが、C 地区は基地 B に近く流量が多くてガバナでの減圧がより小さいため、温度が 280K 以上となっている。基地 B の機能喪失と機能回復は、基地 B に一番近い C 地区が最も影響を受け、他の地区より温度は大きく変動する。8 ケースの温度変化は、Courant 数 15 とした準陰解法の解析ケース No.10 以外はほとんど同様の変化を示している。

半陰解法を用いたケース No.2 の解析で得られた温度と密度の分布の履歴を図 19 に示す。定常状態では、高圧管路系では密度分布は圧力分布に従った分布となっている。中圧管路系でも密度分布の差異は小さいが圧力分布に従った分布になっている。基地 B の機能喪失後、圧力低下に伴い密度分布も低下し、機能回復後の密度分布は定常状態の分布に戻っている。中圧管路系の基地 B の機能喪失による密度分布への影響は小さい。

高圧管路系の温度分布は、2 つの基地の固定温度である 300K 程度になっているところが多いが、制御バルブの下流側での圧力低下に伴い温度も低下している。基地 B が機能喪失すると、基地 B 側で圧力が大きく低下するため、温度も大きく低下する。その後の機能回復に伴って、温度も上昇し定常状態の温度分布に回復する。中圧管路系において、基地 B に遠い A 地区や B 地区では基地 B の機能喪失による影響が小さく温度はほとんど変化しない。一方、基地 B に近い C 地区では機能喪失による影響は大きく温度低下が大きい。機能回復後は、C 地区の温度は上昇し定常状態の温度へと近づいて変化する。

なお、B 地区で一部の管路で温度が高くなったままのところが見られる。B 地区全体の流量が小さく、温度が高くなっているところでは流れが澀

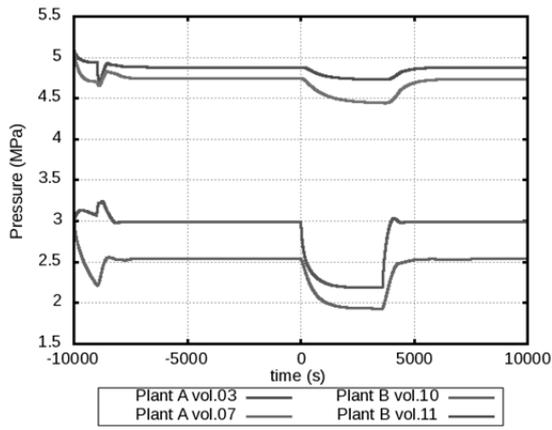
んでいて、流速が 1cm/s から 2cm/s と特に遅くなっている。このため周りからの流れの影響をあまり受けないまま、温度の初期値として与えた 300K から温度はあまり変化しないで推移したためと考えられる。このため、温度の初期値の与え方については工夫が必要といえる。

#### 6.2.4. 実規模ガス管路系解析のまとめ

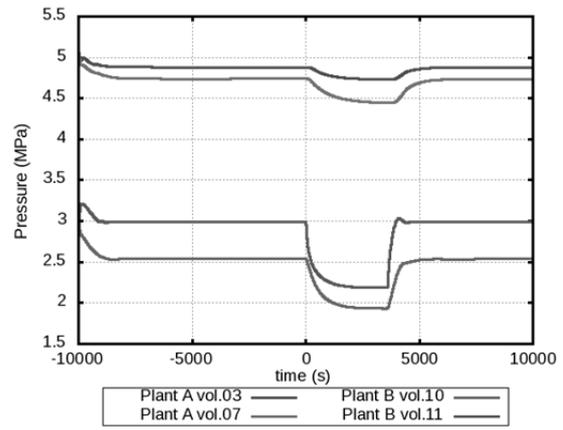
大規模で長時間の解析に対する陰解法の計算の実用性や計算時間を検討するために仮想的な実規模ガス管路系を用いて、数値解法と Courant 条件を組み合わせた 10 ケースの解析を実施した。陰解法を用いた解析で得られた圧力、温度、および流量の変化は陽解法と同様の変化が示され、陰解法が陽解法と同程度の解析精度を有していることが確認できた。また、計算時間は陽解法と比べて 7 倍から 10 倍の高速化が図られ、効率的に計算できることが分かった。しかしながら、実規模ガス管路系解析で準陰解法を用いた解析の場合、妥当な解析結果が得られるのは Courant 数として 10 までが限界であることが分かった。

実規模ガス管路系解析では、20,000 秒の解析のうち、半分の 10,000 秒が過渡解析に入る前の定常状態の計算に費やされている。定常状態の計算には、陽解法では 10 時間以上の計算時間を必要とし、陰解法でも 1 時間以上の計算時間を必要とした。また、初期の数秒では初期値の不整合により大きく振動することが見られるが、これは計算不安定に直結し、計算破綻を引き起こすことがあった。その場合、計算パラメータを試行錯誤で調整して計算不安定性の解消に努めて最後まで計算ができるように工夫を行ったが、計算パラメータの調整には多くの労力を必要とした。

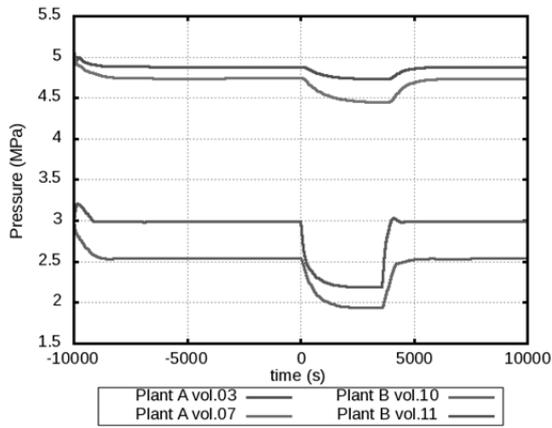
Advance/FrontNet/T を用いて大規模な管路系モデルの実用的な解析を実施する上で、計算効率のさらなる向上を目指していく必要がある。そのための一助として、定常状態設定にかかる計算時間や労力を大幅に削減する定常状態自動設定機能の開発が望まれる。



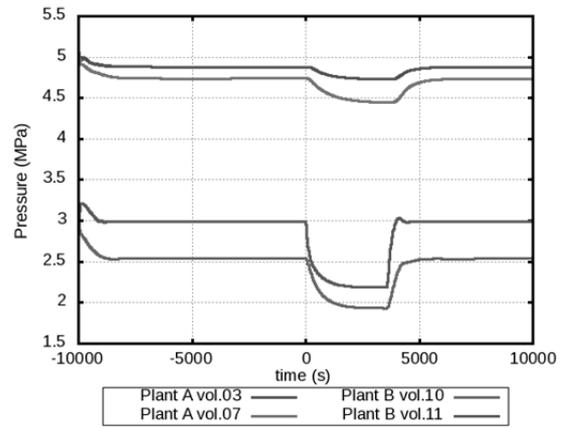
(1)EX (陽解法)



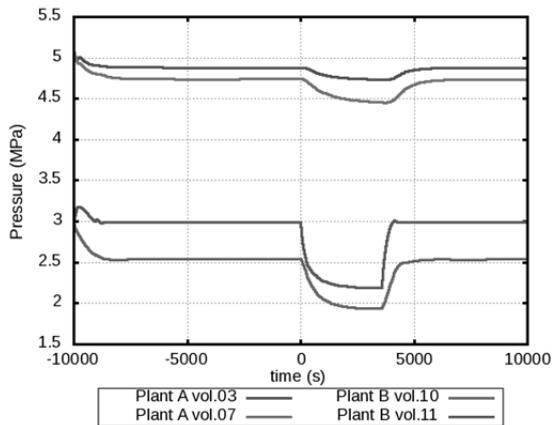
(5)Imp4C03 (準陰解法)



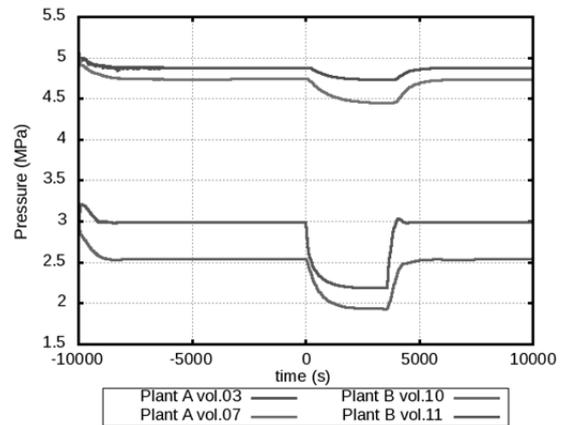
(2)Imp3 (半陰解法)



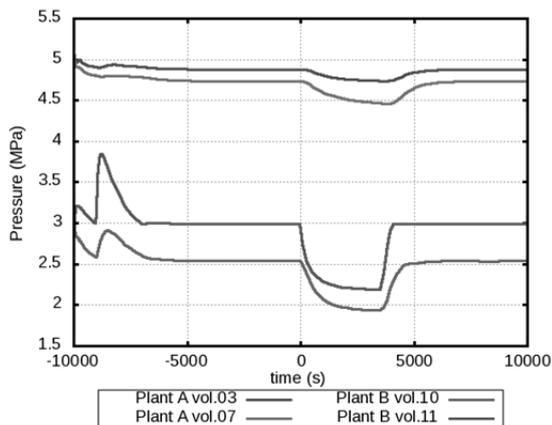
(6)Imp4C05 (準陰解法)



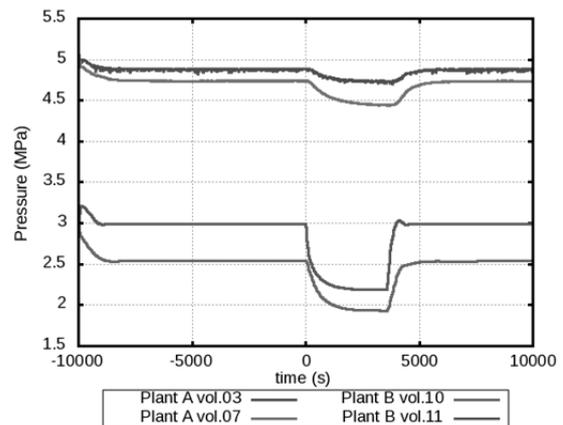
(3)Imp3C15L (半陰解法・局所時間刻み法)



(7)Imp4C10 (準陰解法)

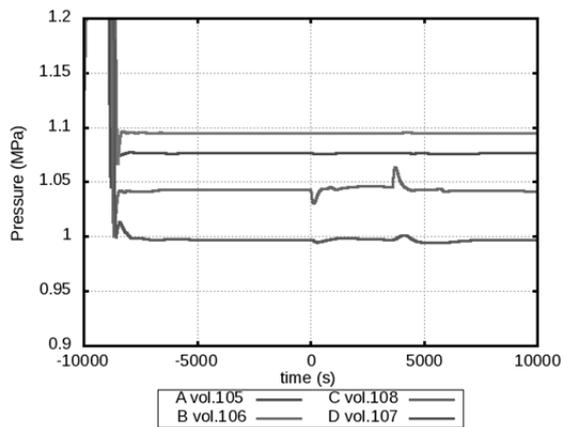


(4)Imp3C30L (半陰解法・局所時間刻み法)

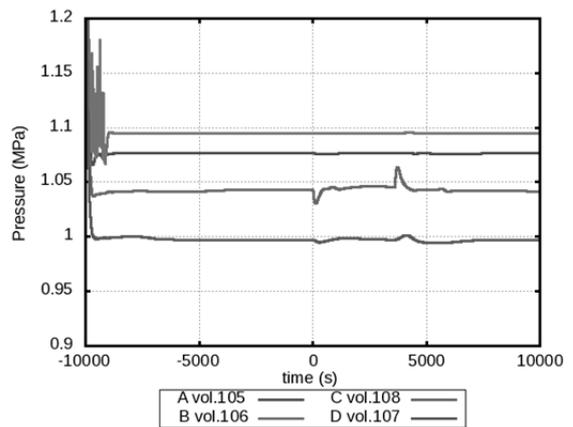


(8)Imp4C15 (準陰解法)

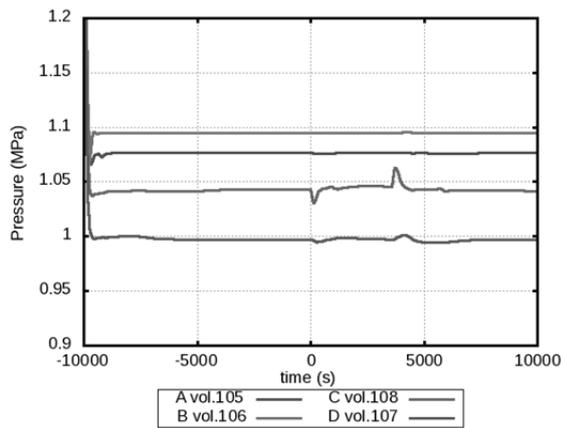
図 11 高压管路系圧力変化



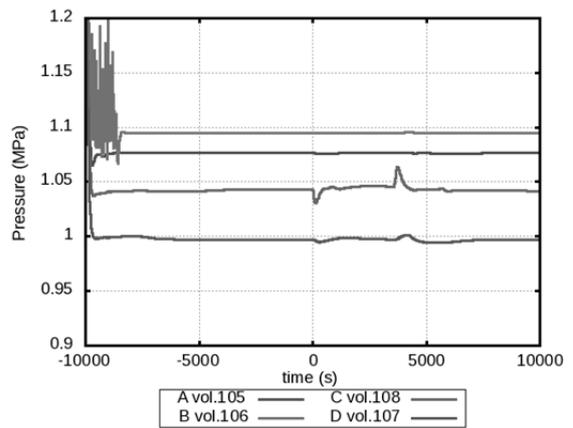
(1)EX (陽解法)



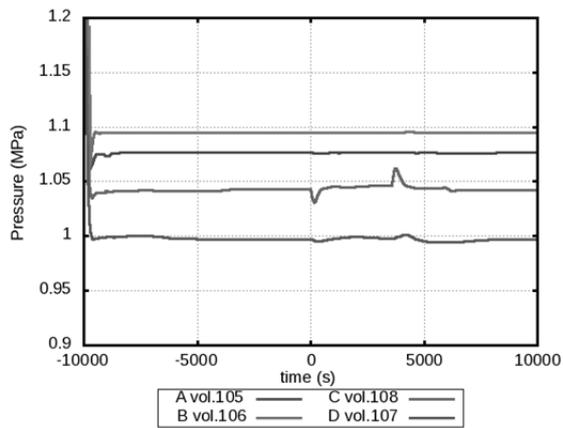
(5)Imp4C03 (準陰解法)



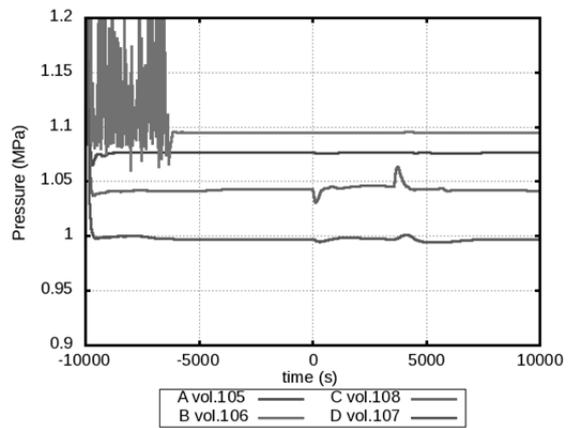
(2)Imp3 (半陰解法)



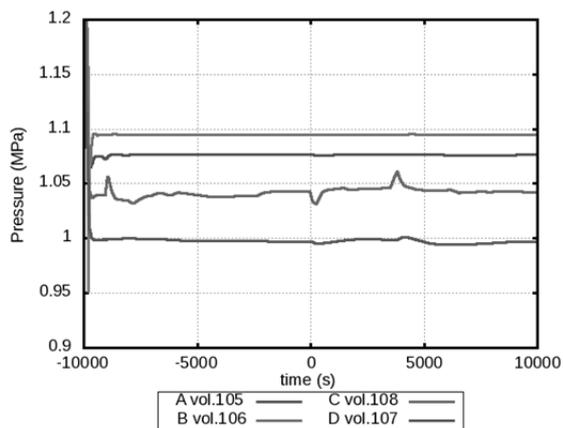
(6) Imp4C05 (準陰解法)



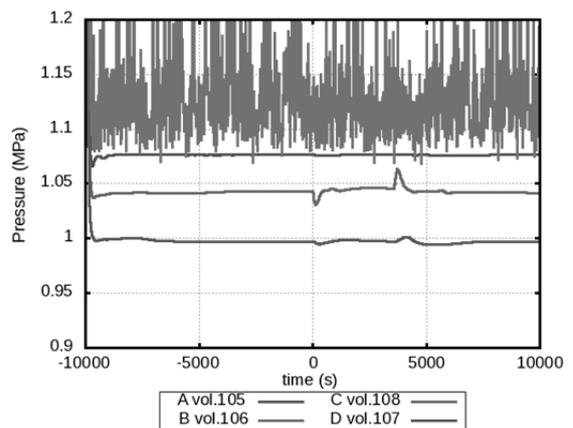
(3)Imp3C15L (半陰解法・局所時間刻み法)



(7)Imp4C10 (準陰解法)

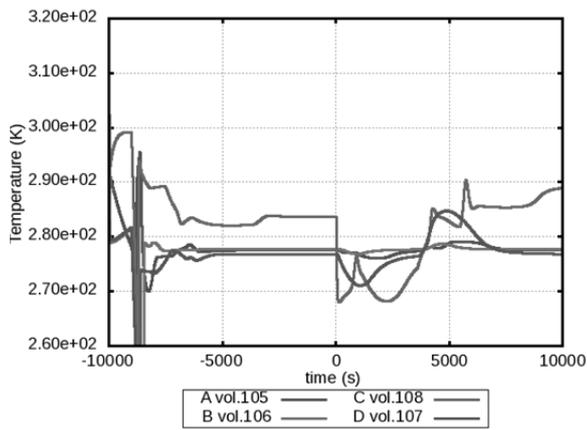


(4)Imp3C30L (半陰解法・局所時間刻み法)

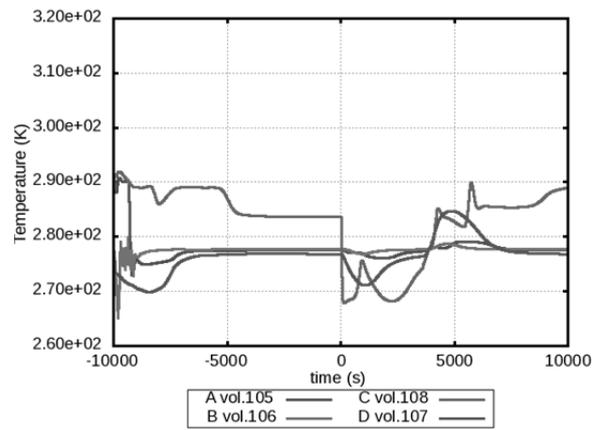


(8)Imp4C15 (準陰解法)

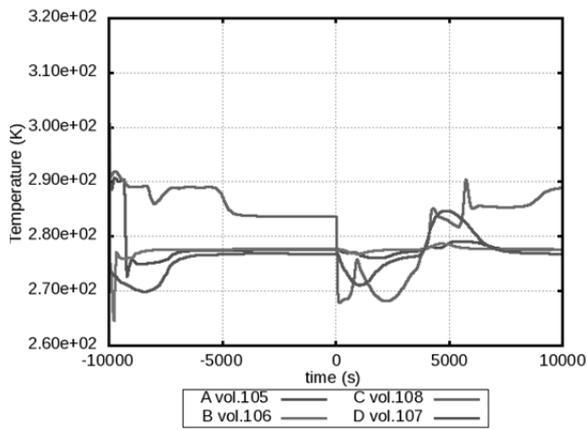
図 12 中圧管路系ガバナ下流圧力変化



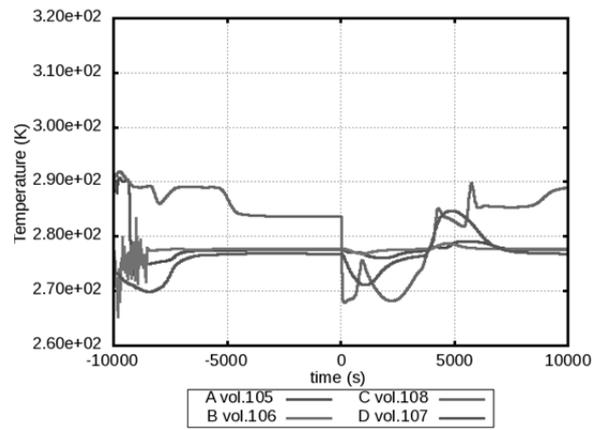
(1)EX (陽解法)



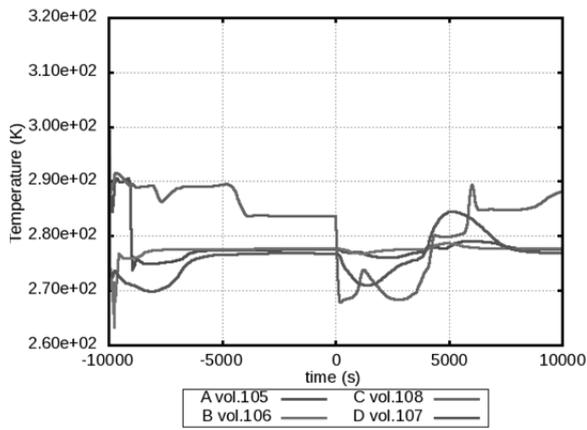
(5)Imp4C03 (準陰解法)



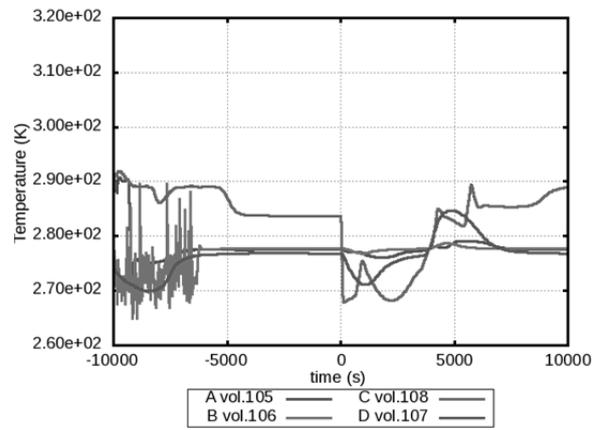
(2)Imp3 (半陰解法)



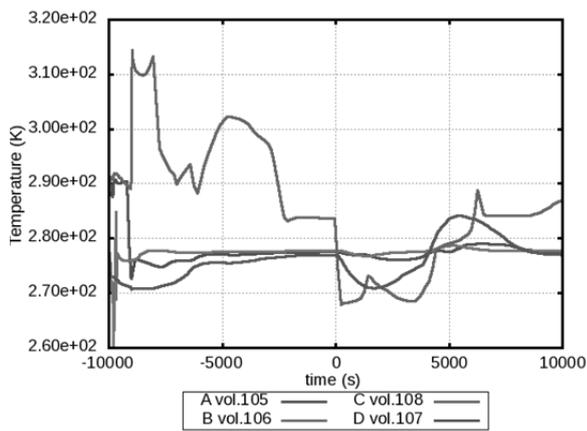
(6) Imp4C05 (準陰解法)



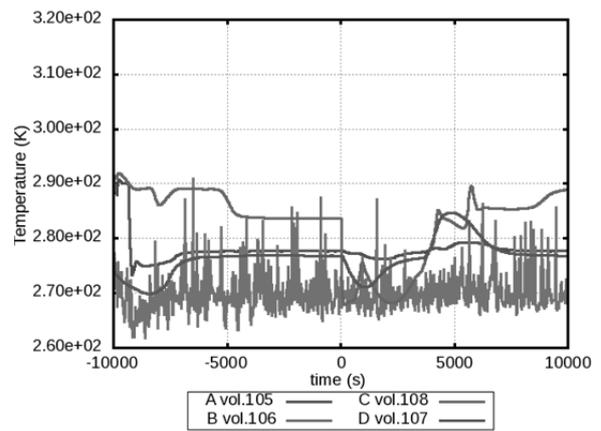
(3)Imp3C15L (半陰解法・局所時間刻み法)



(7)Imp4C10 (準陰解法)

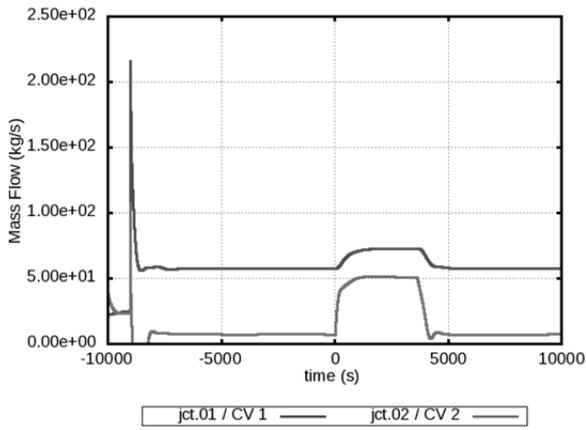


(4)Imp3C30L (半陰解法・局所時間刻み法)

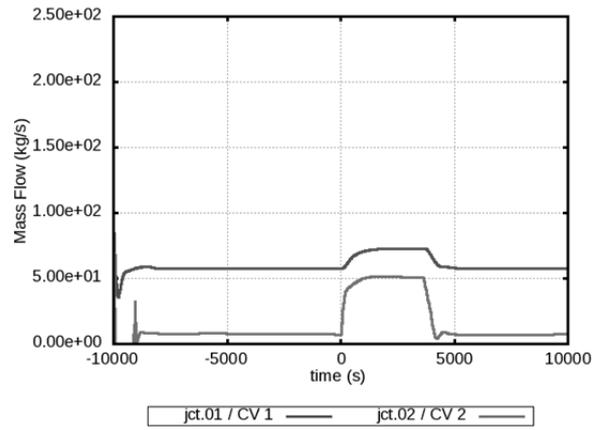


(8)Imp4C15 (準陰解法)

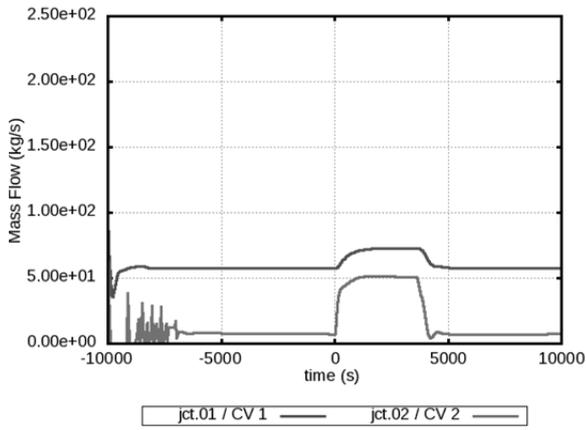
図 13 中圧管路系ガバナ下流温度変化



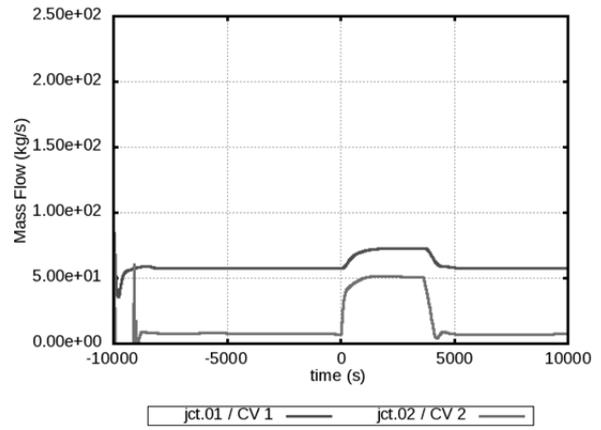
(1)EX (陽解法)



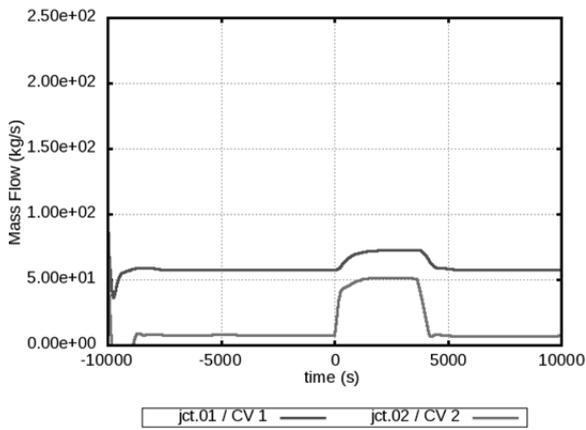
(5)Imp4C03 (準陰解法)



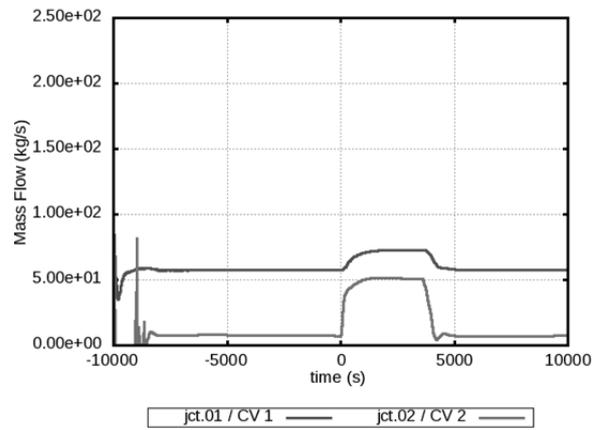
(2)Imp3 (半陰解法)



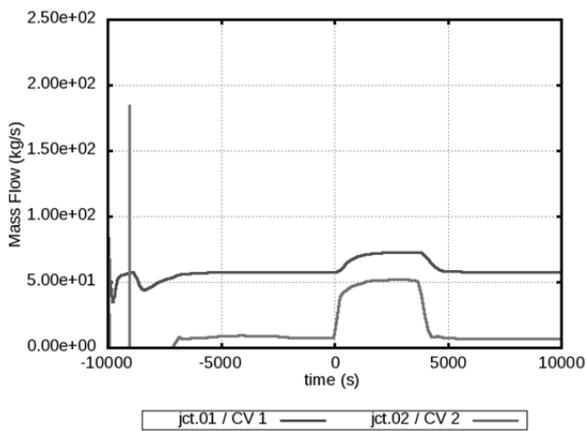
(6) Imp4C05 (準陰解法)



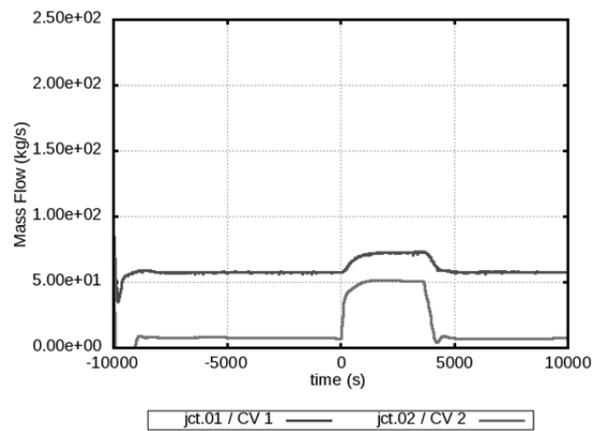
(3)Imp3C15L (半陰解法・局所時間刻み法)



(7)Imp4C10 (準陰解法)

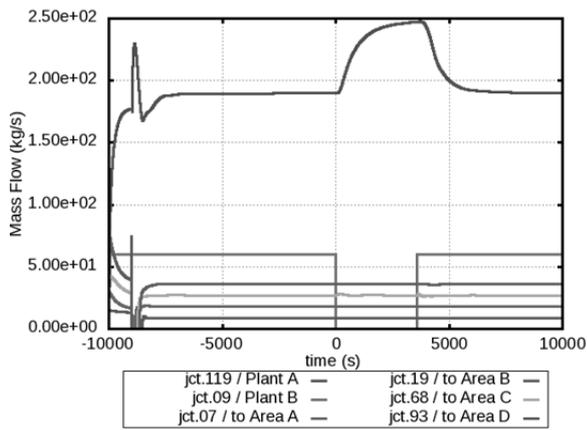


(4)Imp3C30L (半陰解法・局所時間刻み法)

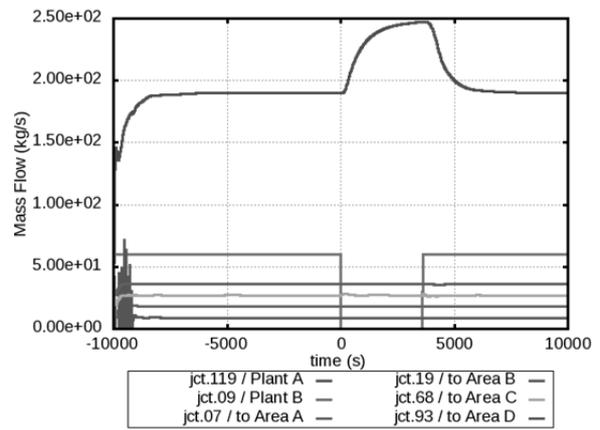


(8)Imp4C15 (準陰解法)

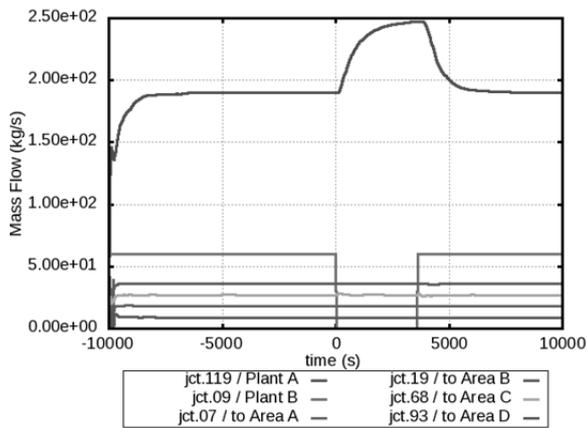
図 14 高圧管路系制御バルブ流量変化



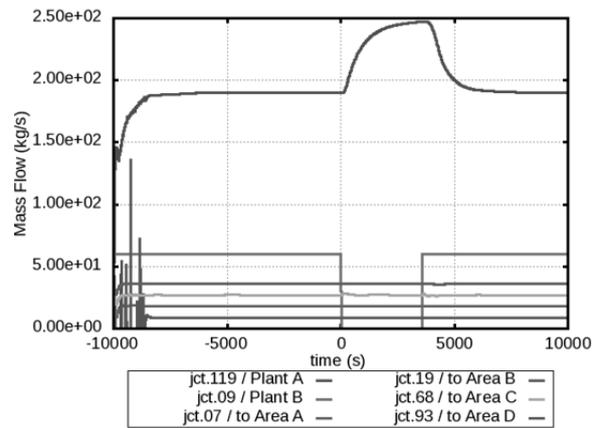
(1)EX (陽解法)



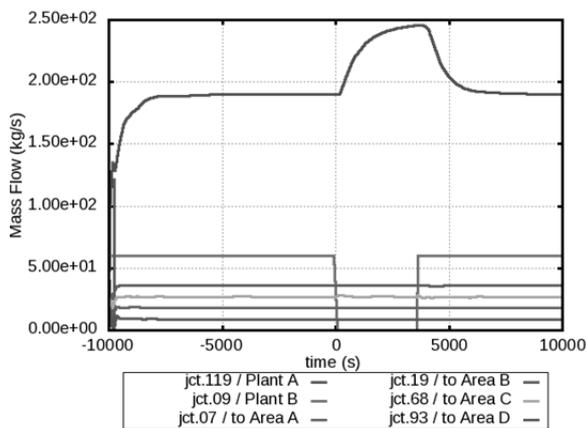
(5)Imp4C03 (準陰解法)



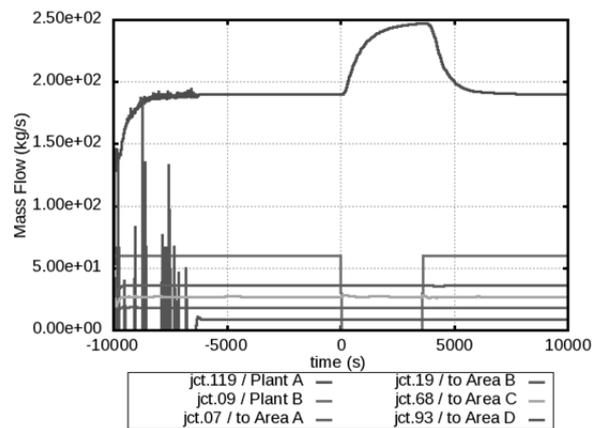
(2)Imp3 (半陰解法)



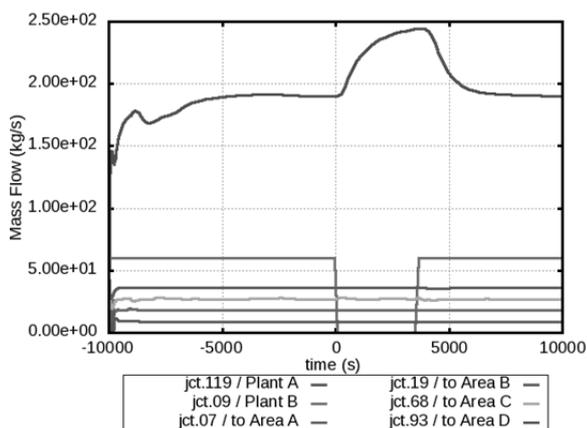
(6) Imp4C05 (準陰解法)



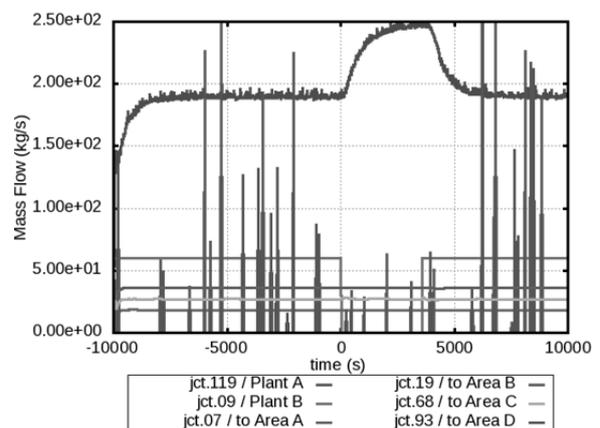
(3)Imp3C15L (半陰解法・局所時間刻み法)



(7)Imp4C10 (準陰解法)

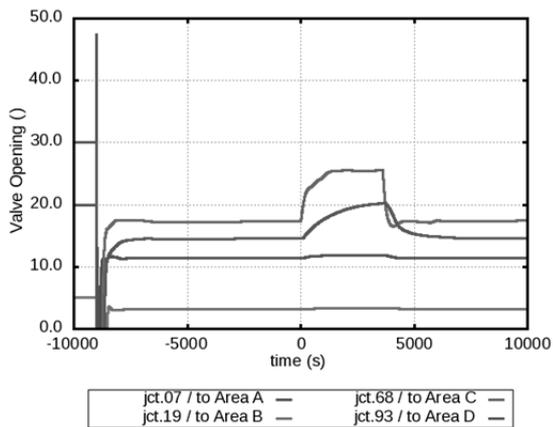


(4)Imp3C30L (半陰解法・局所時間刻み法)

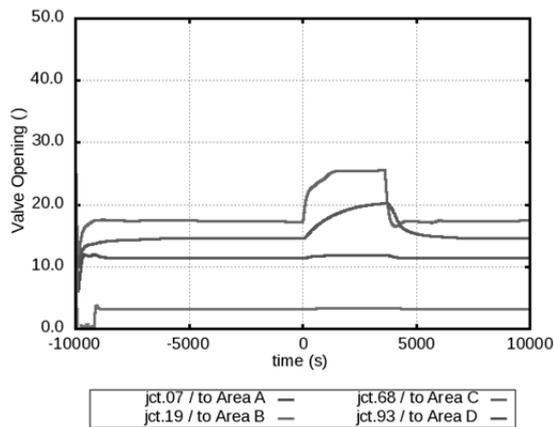


(8)Imp4C15 (準陰解法)

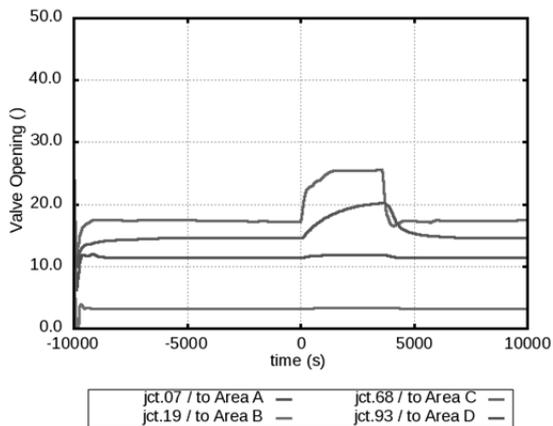
図 15 基地供給流量変化および中圧管路系ガバナ下流流量変化



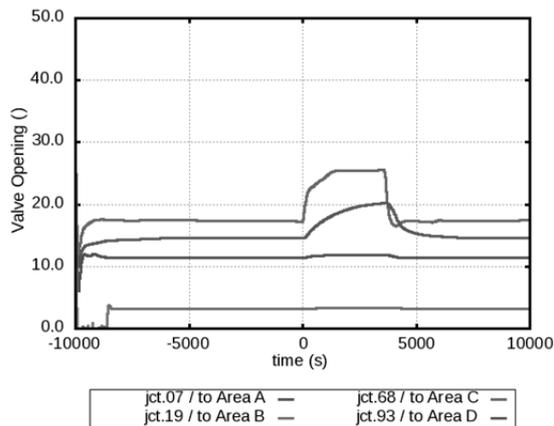
(1)EX (陽解法)



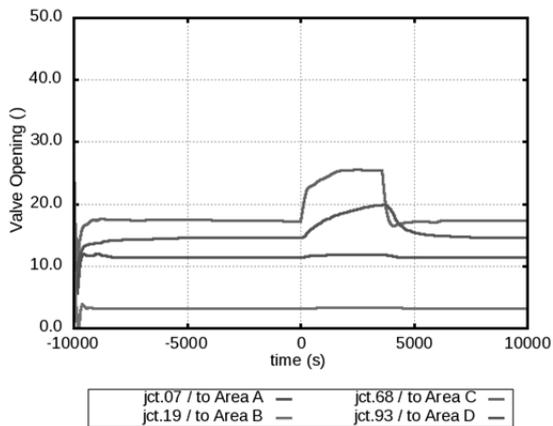
(5)Imp4C03 (準陰解法)



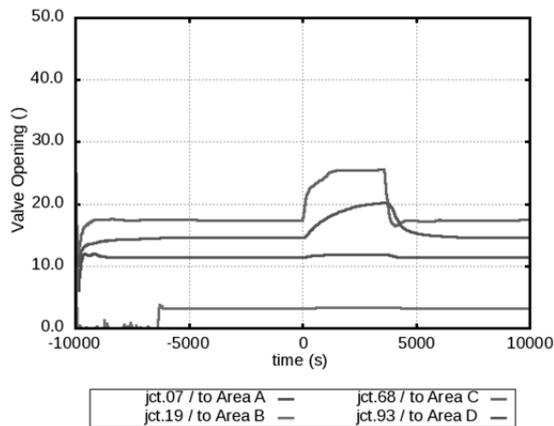
(2)Imp3 (半陰解法)



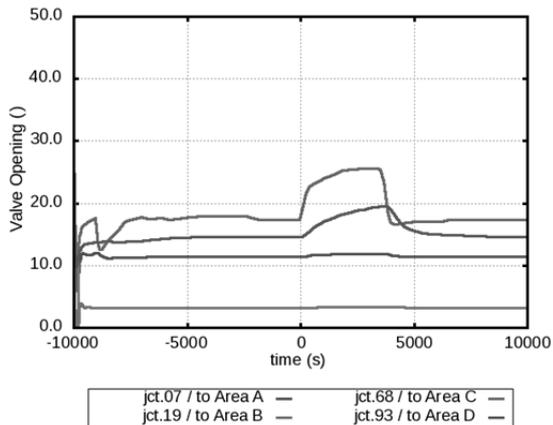
(6) Imp4C05 (準陰解法)



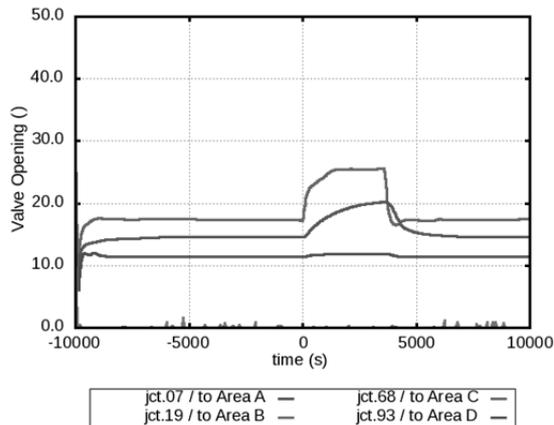
(3)Imp3C15L (半陰解法・局所時間刻み法)



(7)Imp4C10 (準陰解法)

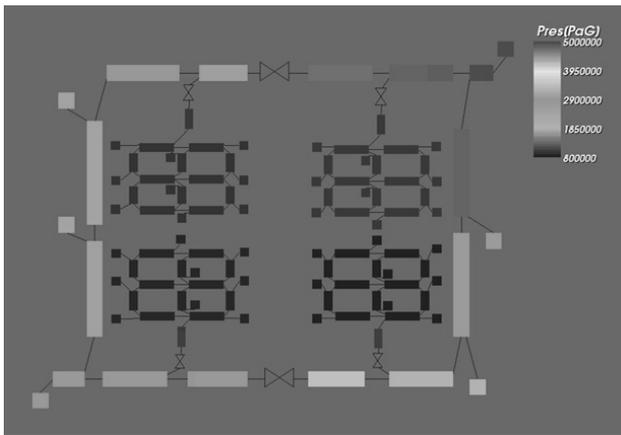


(4)Imp3C30L (半陰解法・局所時間刻み法)



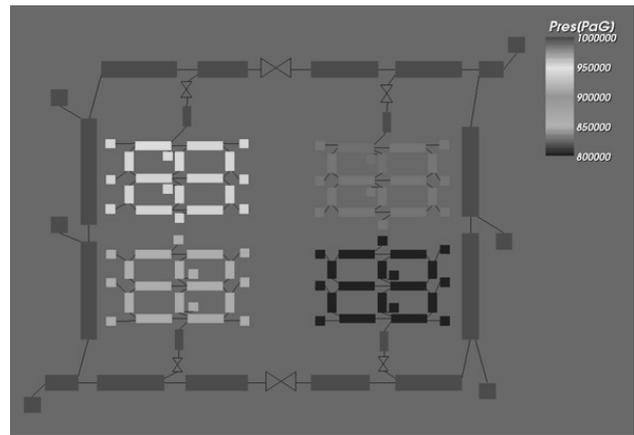
(8)Imp4C15 (準陰解法)

図 16 中圧管路系ガバナ開度変化



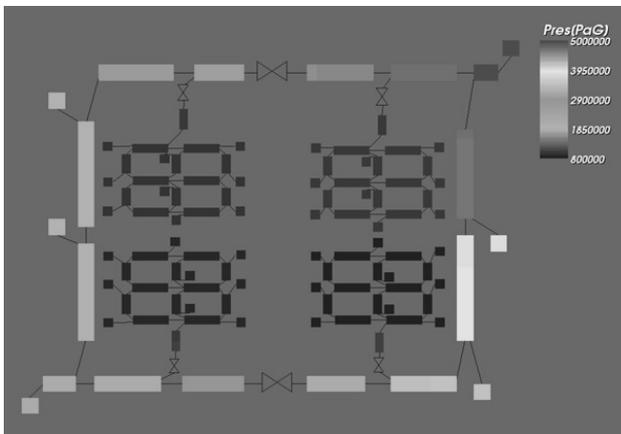
(1)定常状態

全体に着目 (レンジ 0.8~5MPaG)



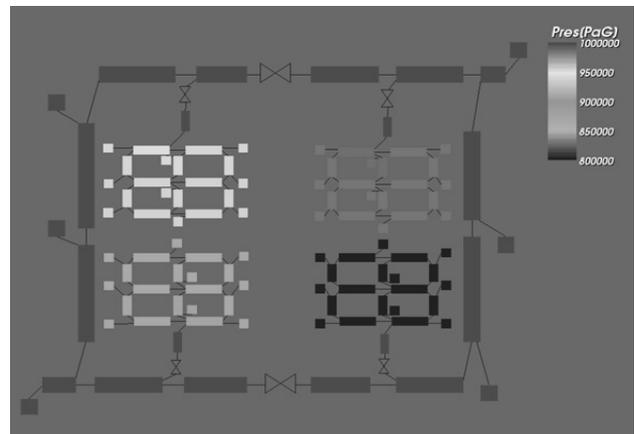
(4)定常状態

中圧に着目 (レンジ 0.8~1MPaG)



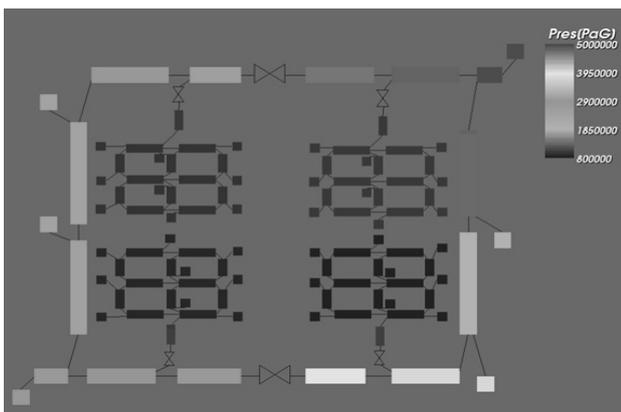
(2)基地 B 機能喪失から回復直前

全体に着目 (レンジ 0.8~5MPaG)



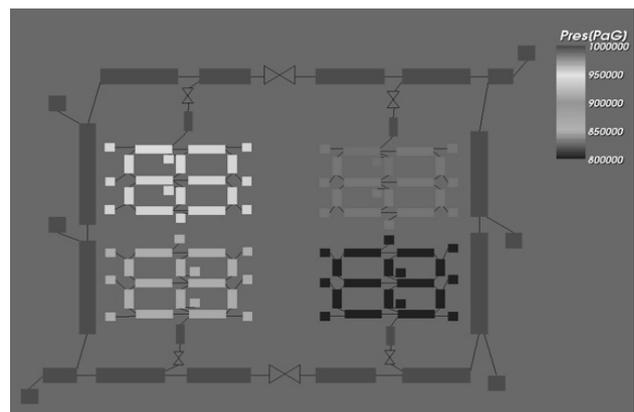
(5)基地 B 機能喪失から回復直前

中圧に着目 (レンジ 0.8~1MPaG)



(3) 基地 B 回復から 15 分後

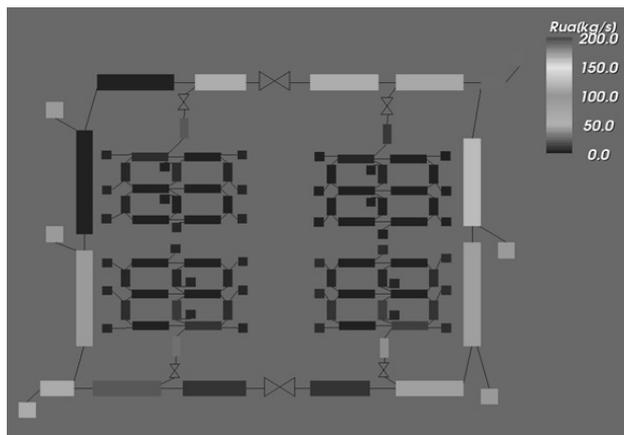
全体に着目 (レンジ 0.8~5MPaG)



(6)基地 B 回復から 15 分後

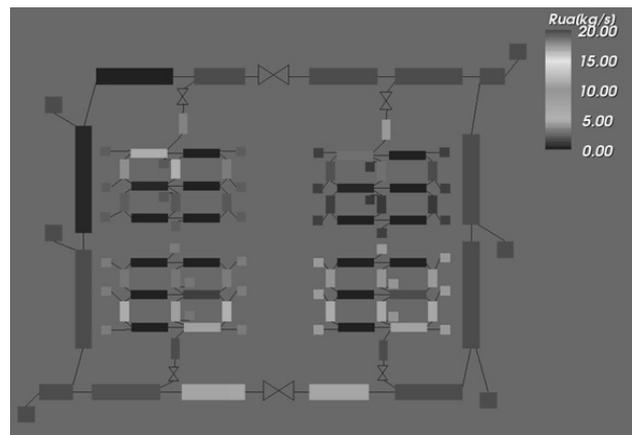
中圧に着目 (レンジ 0.8~1MPaG)

図 17 圧力分布の履歴 (Imp3 (半陰解法))



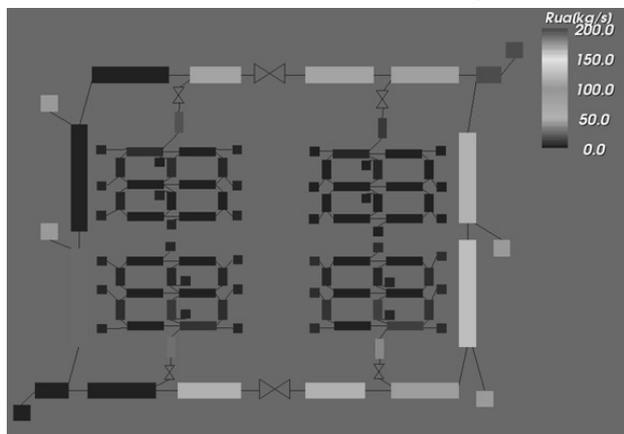
(1)定常状態

全体に着目 (レンジ 0~200kg/s)



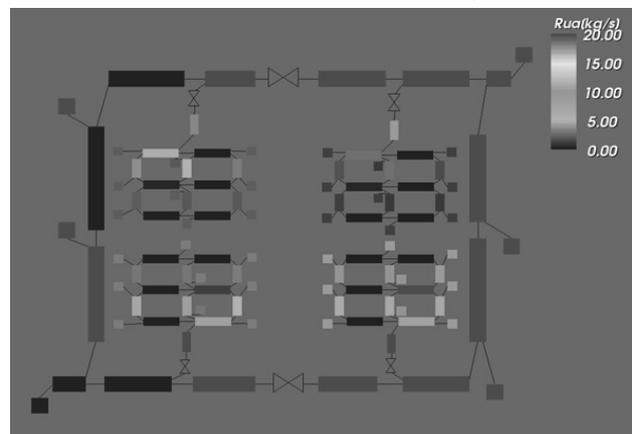
(4)定常状態

中圧に着目 (レンジ 0~20kg/s)



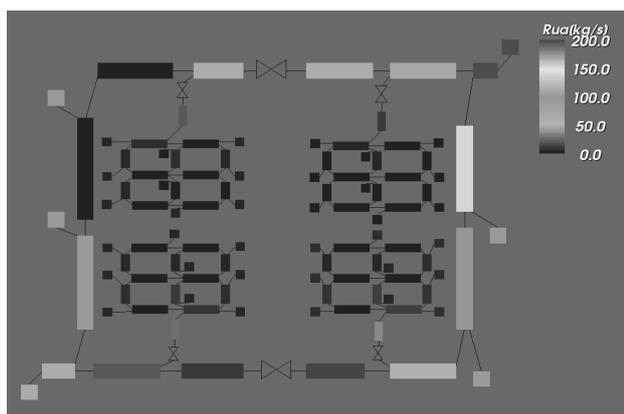
(2)基地 B 機能喪失から回復直前

全体に着目 (レンジ 0~200kg/s)



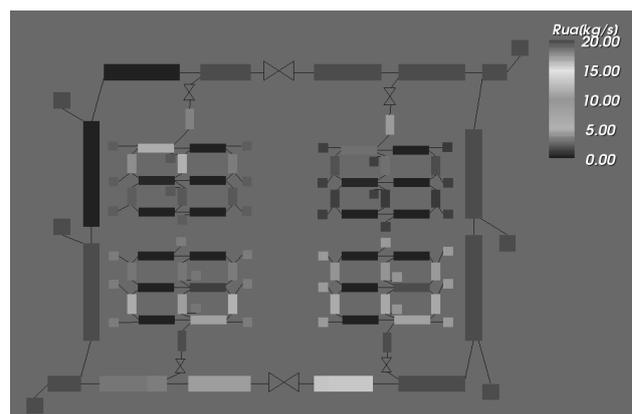
(5)基地 B 機能喪失から回復直前

中圧に着目 (レンジ 0~20kg/s)



(3) 基地 B 回復から 15 分後

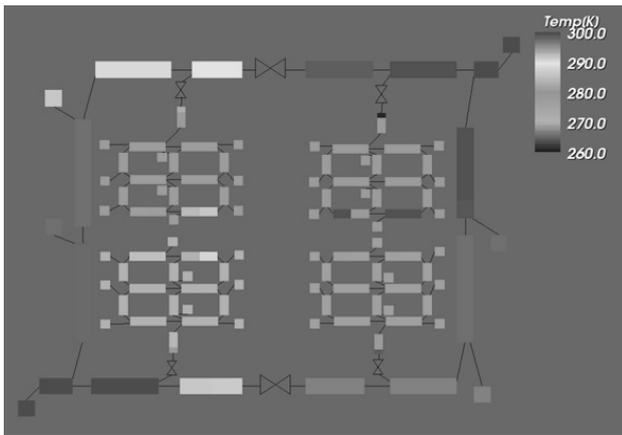
全体に着目 (レンジ 0~200kg/s)



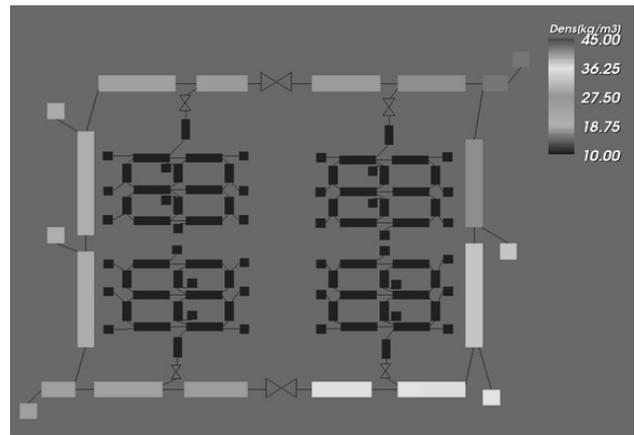
(6)基地 B 回復から 15 分後

中圧に着目 (レンジ 0~20kg/s)

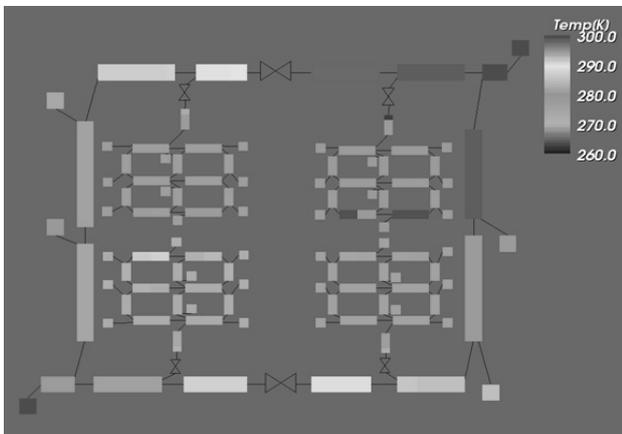
図 18 質量流量分布の履歴(Imp3 (半陰解法))



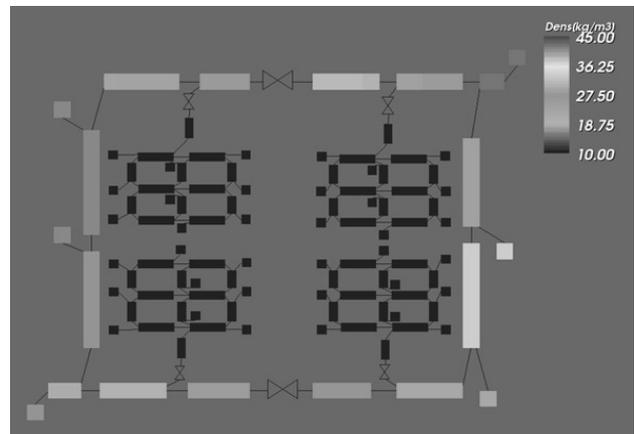
(1)定常状態の温度分布  
全体に着目 (レンジ 260~300K)



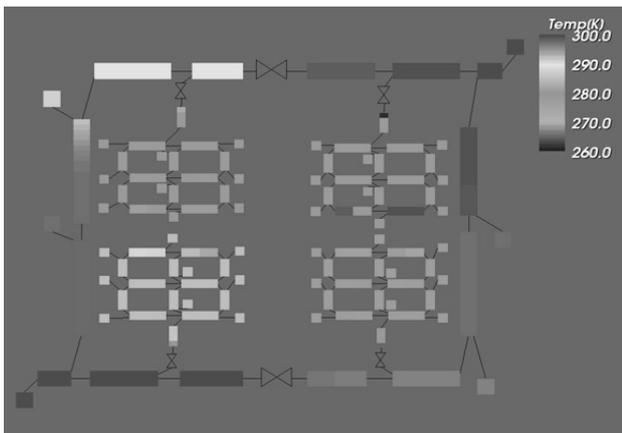
(4)定常状態の密度分布  
全体に着目 (レンジ 10~45kg/m³)



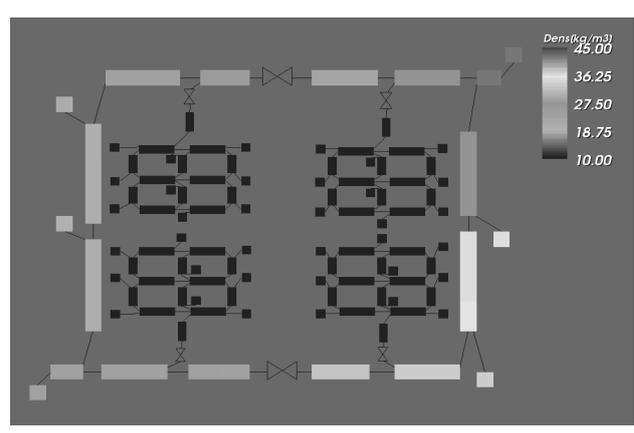
(2)基地 B 機能喪失から回復直前の温度分布  
全体に着目 (レンジ 260~300K)



(5)基地 B 機能喪失から回復直前の密度分布  
中圧に着目 (レンジ 10~45kg/m³)



(3) 基地 B 回復から 15 分後の温度分布  
全体に着目 (レンジ 260~300K)



(6)基地 B 回復から 15 分後の密度分布  
中圧に着目 (レンジ 10~45kg/m³)

図 19 温度分布と密度分布の履歴 (Imp3 (半陰解法))

## 7. まとめ

Advance/FrontNet シリーズのひとつであるガス管路系解析ソフトウェア Advance/FrontNet/Γ に導入されている陽解法は、解析精度は良いものの、計算時間が多大になることがしばしばあるため、陽解法に比べて解析精度を損なわず、陽解法より計算が効率良くできる 4 種類の陰解法の開発を行い、Advance/FrontNet/Γ に導入した。

二酸化炭素ガスパーズ試験解析と実規模ガス管路系解析を通じて、4 種類の陰解法の解析精度と計算効率性の向上を実証した。

二酸化炭素ガスパーズ試験解析では、陰解法で得られた解析結果は試験結果を良く一致するとともに、陽解法と同等の解析結果が得られ、また、陽解法に比べて 40 倍から 50 倍の高速で計算できることを示した。

大規模の実規模ガス管路系解析でも陽解法の解析結果と良く一致した結果が得られた。陽解法が 20 時間を超える計算時間を必要としていたのが、陰解法では 2 時間から 3 時間と計算時間は大幅に短縮され、陽解法の 7 倍から 10 倍の高速化が達成できた。

今後は、4 種類の陰解法のさらなる計算安定性と解析精度を追及するとともに、ひとつの管路系モデルにおいて、4 種類の陰解法の自由な組み合わせ、4 種類の陰解法の計算パラメータの標準化、さらには定常状態設定にかかる計算時間や労力を大幅に削減する定常状態自動設定機能の開発などを実施し、より実用的で利用しやすいものに仕上げていく予定である。

本誌掲載のレポート「圧力伝播解析への数値解析モデルの適用性検討」や「液体管路系・等温管路系への適用性検討」では、4 種類の陰解法を適用したさまざまな事例解析を紹介しているので、参考にされたい。

## 主要変数の説明

### 記号

$a$ :	音速または係数行列の要素
$A$ :	伝熱面積
$b$ :	荷重ベクトルの要素
$C$ :	Courant 数
$D$ :	代表径
$e$ :	内部エネルギー
$E$ :	全エネルギー
$F$ :	外力
$g$ :	重力加速度
$h$ :	エンタルピー
$H$ :	熱伝達係数
$k$ :	TVD 法の精度パラメータ
$K$ :	抵抗係数
$KE$ :	運動エネルギー
$L$ :	代表長さ
$p$ :	圧力
$P$ :	圧力
$R$ :	ガス定数
$\Delta t$ :	時間刻み幅
$T$ :	温度
$u$ :	流速
$V$ :	格子体積
$x$ :	座標
$\Delta x$ :	格子幅
$\gamma$ :	比熱比
$\rho$ :	密度
$\theta$ :	管路の傾き
$\partial$ :	偏微分
$\phi$ :	保存量一般

### 添字

$j$ :	格子インデックス
$w$ :	壁

### 肩記号

$n$ :	タイムステップ
$L$ :	下流側
$R$ :	上流側

## 参考文献

- [1] H. A. van der Vorst, "Bi-CGSTAB : a fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing (1992). 13(2):631–644.
- [2] A. A. Amsden and F. H. Harlow, "The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows," Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Los Alamos (1970).
- [3] Suhas V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Series on Computational Methods in Mechanics and Thermal Science (1980).
- [4] Chakravarthy, S.R.; Osher, S., "High resolution applications of the Osher upwind scheme for the Euler equations", Proc. AIAA 6th Computational Fluid Dynamics Conference, pp. 363–373, AIAA Paper 83-1943 (1983).
- [5] 藤岡奨, "高精度界面捕捉法の開発と気液混相流数値計算への応用", 京都大学 (2013).
- [6] 染谷雄史他, "管路内での異種気体混合に関する研究", 日本流体力学学会 (2007).

※ 技術情報誌アドバンスシミュレーションは、アドバンスソフト株式会社 ホームページのシミュレーション図書館から、PDF ファイルがダウンロードできます。(ダウンロードしていただくには、アドバンス/シミュレーションフォーラム会員登録が必要です。)