

流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red

塩谷 仁* 大西 陽一* 小川 哲司* 伊藤 豪*

Computational Fluid Dynamics Software: Advance/FrontFlow/red

Hitoshi Shiotani*, Yoichi Ohnishi*, Tetsuji Ogawa* and Go Ito*

Advance/FrontFlow/red は、乱流、反応流、自由表面流など各種物理モデルを備えた 3 次元流体解析ソフトである。これまでに、高速化、ロバスト性の向上、使い勝手のよさを改善しつつ、スライディング機能、二相流解析機能など、さまざまな解析機能の強化を行ってきた。ここでは、その機能と適用事例を紹介する。

Key word: 流体解析、大規模解析、非定常解析、LES、VOF、流体-構造連成

1. はじめに

計算機の性能や解析技術の向上により、流体分野においても詳細なメカニズムの解明や、複雑な現象への適用などが求められつつある。

FrontFlow/red は LES、大規模解析をキーワードに非定常な乱流現象を精度よく解くことを目指して開発が進められてきたが、産業界においては、熱流体解析は、燃焼、輻射、騒音との連成、噴霧や自由界面、キャビテーションなど二相流問題、さらには、構造物の変形を考慮した連成問題など多種多様な課題があり、これらの現象を総合的に解くことが必要となってきた。

アドバンスソフトでは、開発当初のコンセプトを踏襲しつつ、計算速度、安定性、使い勝手のよさなど基本機能を強化し、さらに、上記の多様な問題に適用しうる流体解析ソフトウェアとして、Advance/FrontFlow/red の開発を進めている。

本稿では、Advance/FrontFlow/red の機能概要と解析事例について紹介する。

2. 機能

流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red は、多成分、化学反応を考慮した汎用の熱流体解析ソフトウェアである。主な機能を表 1 に示す。

*アドバンスソフト株式会社 第 2 事業部
2nd Computational Science and Engineering Group,
AdvanceSoft Corporation

表 1 Advance/FrontFlow/red の機能

項目	機能
基礎式	・質量保存式 ・運動量保存式 ・エネルギー保存式 ・化学種の質量保存式
圧縮性	・非圧縮性流体 ・低 Mach 数近似による圧縮性 ・単一ガスの状態方程式による圧縮性 ・多成分ガスの状態方程式による圧縮性 ・実在ガスモデルによる圧縮性
乱流モデル	・なし（層流） ・渦粘性一定 ・RANS：高レイノルズ数 k-ε モデル、低レイノルズ数型 k-ε モデル、RNG k-ε モデル、Chen k-ε モデル、k-ω モデル、SST モデル ・LES：標準 Smagorinsky モデル、Dynamic Smagorinsky モデル（Dynamic SGS モデル） ・DNS
境界条件	・流速：流入、流出、no-slip、free-slip、Spalding 則 ・温度：Dirichlet、熱流束、熱伝達係数、Enhanced wall treatment による熱伝達係数 ・化学種質量分率：Dirichlet、Neumann、物質伝達係数 ・RANS 変数：Dirichlet、Neumann、壁法則

項目	機能
物性値	・一定値 ・簡略化モデル ・Sutherland の式 ・Chapman-Enskog の式 ・物性値テーブル機能
離散化	・有限体積法
コントロールボリューム	・節点中心法 ・セル中心法
流入変動風	・乱数による流入変動風 ・流入ドライバーによる流入変動風
セル形状	・六面体（ヘキサ）、四面体（テトラ）、三角柱（プリズム）、四角錐（ピラミッド）およびこれらの併用
アルゴリズム	・SIMPLE 法（定常計算） ・SIMPLEC 法（非定常計算） ・Rhie-Chow 法による圧力補間法
時間積分法	・Euler 陽解法 ・Euler 陰解法 ・2 次精度 Crank-Nicolson 法 ・2 次精度 Adams-Bashforth 法 ・3 次精度 Adams-Moulton 法 ・4 次精度 Runge-Kutta 陽解法
移流項スキーム	・1 次精度風上差分 ・2 次精度風上差分 ・2 次精度風上差分+リミタ（TVD 法） ・2 次精度中心差分 ・3 次精度風上差分+リミタ（TVD 法） ・2 次精度中心差分と 1 次精度風上差分のブレンド
行列解法	・ICCG 法 ・BiCGSTAB 法 ・AMG 法
熱連成	・流体－固体の熱連成 ・固体内部に複数の材質
輻射	・有限体積法 ・ゾーン法 ・モンテカルロ法
多孔質	・べき乗則 ・Darcy 則
流体音	・Lighthill-Curl モデル ・Ffowcs Williams and Hawking モデル
移動格子	・回転移動格子 ・並進移動格子
キャビテーション	・均質流モデル

項目	機能
自由表面	・VOF 法、CICSAM 法
粒子追跡	・固体粒子と流体の二相流 ・液滴とガスの二相流（オイラー・ラグランジアン 2way）
表面反応	・素反応 ・Sticking 吸着モデル ・LHER 表面総括反応モデル ・Bohm プラズマモデル ・マルチサイト（保存・非保存則アルゴリズム） ・マルチ反応メカニズム ・マルチバルク成長
気相反応	・総括反応モデル（スス生成含む） ・渦消散モデル ・素反応（逆反応、三体反応、圧力依存、ユーザー定義） ・flamelet モデル
並列計算	・対応（Windows 版は対応していない）
容量制限	・ソフト側に制限なし

Advance/FrontFlow/red は、非構造格子系のソルバーで、セル形状は、四面体（テトラ）、四角錐（ピラミッド）、三角柱（プリズム）、六面体（ヘキサ）に対応し、これらが混在したメッシュデータを扱うことが可能である。コントロールボリュームは節点中心法を採用してきたが、Ver5.1 よりセル中心法を導入した。それぞれのコントロールボリュームの概略は図 1 の通り。

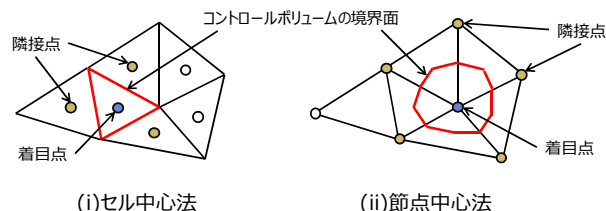


図 1 コントロールボリュームの概略

セル中心法は、作成したメッシュ形状をそのまま使用するため、メッシュ品質を確保しやすく、安定性に優れる。一方、節点中心法は、四面体で作成されたメッシュでもコントロールボリューム

はポリヘドラルな形状となり、解析精度が向上する。

乱流モデルは非定常解析用の LES や DES、定常解析用の RANS モデル (k-ε、k-ω モデルなど) を実装している。

物性値に関しては、Sutherland の式や Chapman-Enskog の式を用いるほか、Ver5.1 からは物性値テーブルから引用する機能が追加され、実在ガスの効果を考慮した解析を行うことも可能である。

物理モデルとしては、輻射モデルや、気相反応、表面反応に関する化学反応モデル、多孔質モデルや流体音解析機能も実装されている。また、Advance/FrontFlow/red は単相の流れを扱うソフトウェアであるが、液滴のような分散相の移動を扱う粒子追跡機能、界面追跡モデルである VOF 法、キャビテーションモデルなど気液間に速度差がないと近似できる条件での二相流の問題を扱うこともできる。

メッシュの移動・変形に関する機能として、ALE 法やスライディング機能を実装しており、ピストン移動や回転体の解析等も可能である。

3. 理論概要

3.1. 基礎方程式

Advance/FrontFlow/red は前述の通り、多成分系を考慮した熱流体解析ソフトウェアであり、基礎方程式は以下の通り、質量保存式、運動量保存式、エネルギー保存式および化学種成分保存式を用いる。アルゴリズムとして SIMPLEC 法を採用しているため、速度、圧力を基本変数として計算を行う。密度は状態方程式によって算出するが、状態方程式は理想気体の式以外に、実在ガス効果を考慮した Redlich-Kwong の状態方程式や物性値テーブルから取得することも可能である。

[質量保存式]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

[運動量保存式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = & -\frac{\partial p}{\partial x_i} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] + \rho g_i \end{aligned} \quad (2)$$

[エネルギー保存式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial \rho h u_j}{\partial x_j} = & -\frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \sum_s h_s D_s \frac{\partial Y_s}{\partial x_j} \right) + Q \end{aligned} \quad (3)$$

[化学種成分保存式]

$$\frac{\partial \rho Y_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho Y_s u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D_s \frac{\partial Y_s}{\partial x_j} \right) + \dot{w}_s \quad (4)$$

[Redlich-Kwong の状態方程式]

$$P = \frac{R_u T}{M_{w,m} V - b_0} - \frac{a}{M_{w,m} V (M_{w,m} V + b_0)} \quad (5)$$

R_u : 一般ガス定数

$M_{w,m}$: 混合気の分子量

V : 比体積

b_0, a : ガスパラメータ

乱流モデルに RANS を使用する際、各物理量はアンサンブル平均の成分と変動成分に分けて式を展開する。運動量保存式に関しては、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial x_j} = & -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) + \overline{\rho} g_i \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} \quad (7)$$

τ_{ij} はレイノルズ応力と呼ばれ、渦粘性の概念を導入すると、以下のように表現される。

$$\begin{aligned} -\overline{\rho u'_i u'_j} = & \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\overline{\rho} k + \mu_t \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \end{aligned} \quad (8)$$

渦粘性係数 μ_t は乱流に関するパラメータによってモデル化される。ここで、乱流パラメータとして、乱流エネルギー k と乱流エネルギー散逸率 ε を用いると次のように表現される。

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

これが $k-\varepsilon$ モデルであり、この場合、 k 、 ε について以下の輸送方程式が追加される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k + G_k - \rho \varepsilon - D \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho \varepsilon u_j}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ &+ \frac{\varepsilon}{k} (C_{z1} P_k + C_{z3} \max[0, G_k] - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) - R \end{aligned} \quad (11)$$

$$P_k = \left[\mu_T \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (12)$$

$$G_k = \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{g_i}{T} \frac{\partial T}{\partial x_i} = - \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{g_i}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (13)$$

また、渦粘性係数を乱流エネルギー k と比散逸率 ω を用いると次のように表わされる。

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (14)$$

これが、 $k-\omega$ モデルであり、この場合には k 、 ω について以下の輸送方程式が追加される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - Y_k \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \omega u_j}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - Y_\omega \end{aligned} \quad (16)$$

乱流モデルに LES を使用する場合、フィルター関数を用いて空間平均された以下の方程式を解く。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3} q \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \overline{\rho g_i} \end{aligned} \quad (17)$$

上付きバーはフィルター関数を使用した空間平均を表す。ここで SGS 応力項は

$$\tau_{ij} = \left(\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} q \quad (18)$$

は以下のようにモデル化する。

$$\tau_{ij} = -2\nu_e \overline{S}_{ij} \quad (19)$$

ここで、 $\overline{S}_{ij}$ は GS 成分の歪速度テンソル、 ν_e は SGS 応力の渦粘性係数で

$$\nu_e = (C_s \Delta)^2 (2\overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij})^{1/2} \quad (20)$$

と表す。 C_s は計算値を実験値に合わせこむモデル定数であり、0.065~0.2 の値が使用される。

4. 解析事例

4.1. Ahmed body による並列性能評価

Advance/FrontFlow/red は設計段階から並列計算のパフォーマンスを最大限に引き出すためのアルゴリズムを適用している。ここでは、Advance/FrontFlow/red の並列性能を評価した結果を示す。

解析モデルは、自動車の標準模型として解析でよく用いられる Ahmed Body 周りの流れで、セル数約 750 万、節点数約 150 万のメッシュを用いた。

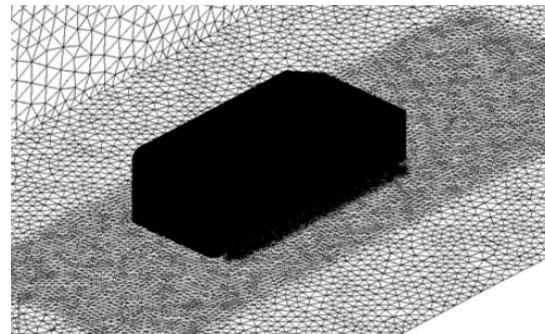


図 2 並列性能評価モデルの計算格子 (Ahmed body)

図は並列数を 2,4,8,16,32,64,128 と変化させた時の 2 並列の計算速度に対する性能倍率を測定した

結果を示す。128 並列までの性能倍率は並列数に対して線形に増加していることが分かる。

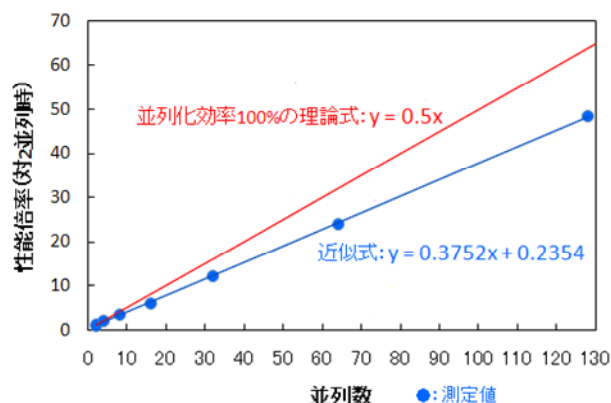


図 3 並列性能倍率

4.2. ASMO モデルによる車体周り流れ解析

Advance/FrontFlow/red では LES (Large Eddy Simulation) による高精度な乱流場の解析を礎として開発されてきたプログラムである。LES の予測精度の検証として、ASMO (Aerodynamics Studien Modell) モデルという車体形状を単純化した標準モデルによる解析事例を示す。

ASMO モデルの形状を図 4 に示す。本解析では、このモデルに対し 130 万、550 万、2,500 万規模の 3 種類の格子を用い、さらに LES と RANS

(Raynolds Averaged Navier-Stokes) モデルとの比較を行った。解析条件は表 2 の通り。

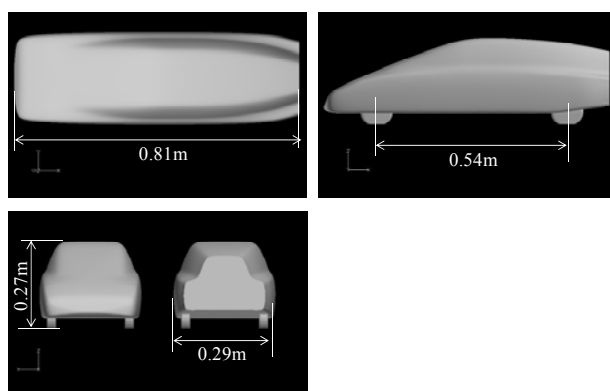
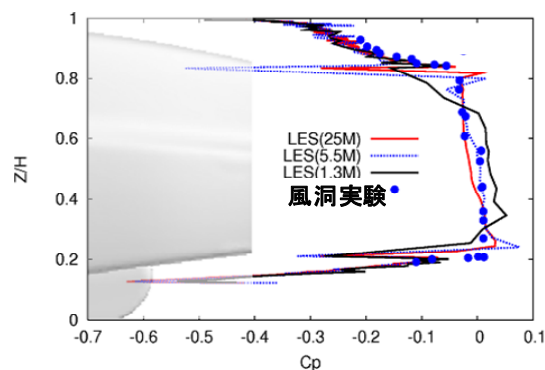


図 4 ASMO モデル形状

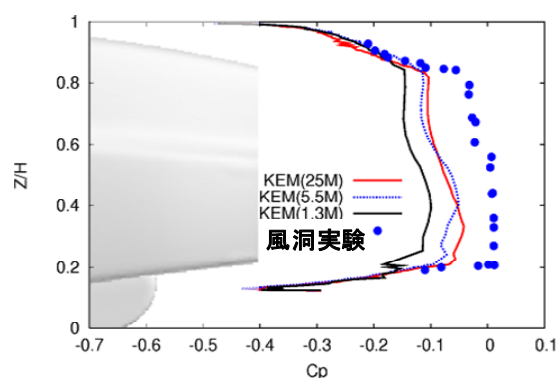
表 2 解析条件

支配方程式	非圧縮 NS 方程式
乱流モデル	標準 Smagorinsky モデル 標準 k-ε モデル

対流項離散化	2 次中心差分+5%1 次風上差分
時間積分法	Adams-Bashforth 法
主流速度	50.0[m/s]
解析領域	12.2×2.2×1.1[m]



(a)LES と実験結果の比較



(b)k-ε モデルと実験結果の比較

図 5 ASMO モデル解析結果 (ベース圧)

(ご提供 東京大学 生産技術研究所様)

図 5 に LES および k-ε モデルでの解析結果と実験結果の比較を示す。RANS では 2,500 万の格子を用いても再現されなかった車体後流のベース圧の分布が、LES では 130 万程度の格子でも精度よく再現される結果が得られた。

4.3. 遠心圧縮機

ここでは、遠心圧縮機の性能を評価した事例を示す。解析モデルは図 6 の通りで、インペラ部分の回転を考慮するため、スライディング格子機能を用いている。圧縮機の主要諸元は表 3 の通りで、解析は解析格子を 90 万、450 万の規模で作成し、LES を用いた圧縮性流れの解析で、予測精度を評価するとともに、格子解像度による剥離流れの差

異などを調べた。

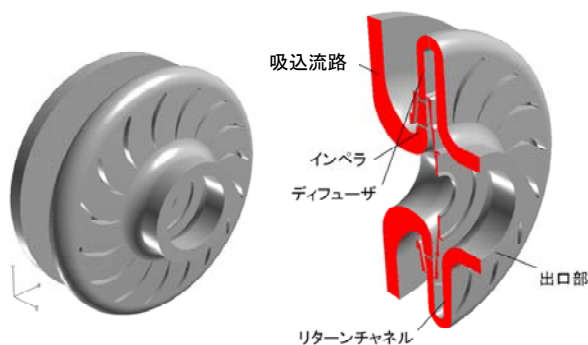


図 6 単段圧縮機
(左：解析領域全体図、右：断面形状)

表 3 圧縮機主要諸元

インペラ直径 [mm]	300
流量係数 [-]	0.07
回転数 [rpm]	9240、11400
レイノルズ数 [-]	10^5

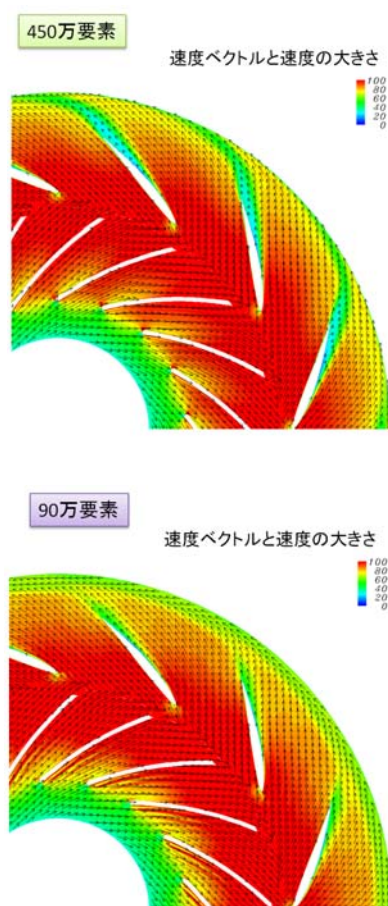
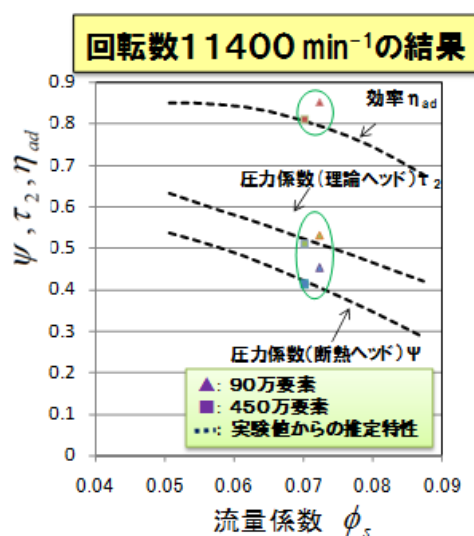


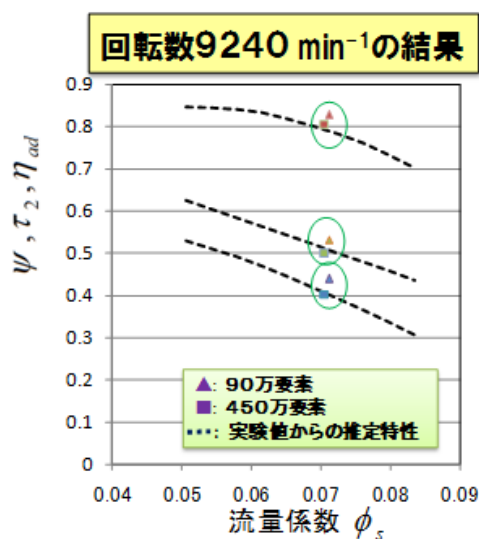
図 7 インペラ-ディフューザ間の速度分布
(回転数 11400[rpm]の場合)
上：450 万要素、下：90 万要素

図 7 は回転数 11400[rpm]での速度ベクトル分布を比較した図を示す。格子が粗くなると詳細な渦が捉えきれず、スケールの大きな渦で散逸するため、エネルギーの散逸が高まる傾向があるが、本解析においても、450 万格子の結果では後流で剥離流れが発達している様子が見られるが、90 万格子では剥離流れが小さくなっていることが確認できる。

図 8 は回転数 11,400[rpm]と 9,240[rpm]での圧力係数および効率を実験値からの推定特性と比較した図を示す。90 万格子では圧力係数、効率ともに実験値からずれているが、450 万格子ではいずれも実験値に近い結果が得られた。



(a)回転数 11,400[rpm]の結果



(b)回転数 9,240[rpm]の結果

図 8 圧力係数および効率の実験との比較

4.4. T 字管内の熱流動解析結果

T 字管において温度差のある流体が合流する際に、温度の混合状況を RNG k- ϵ モデルと LES で解析した。計算条件は以下の通りである。

計算条件

主管内径：0.15m

主管流入部の平均速度：0.23m/s

主管流入部の温度：321.15K

枝管内径：0.05m

枝管流入部の平均速度：1m/s

枝管流入部の温度：306.15K

節点数：404,892

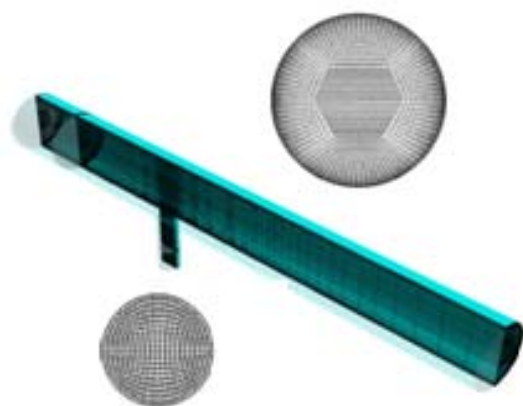
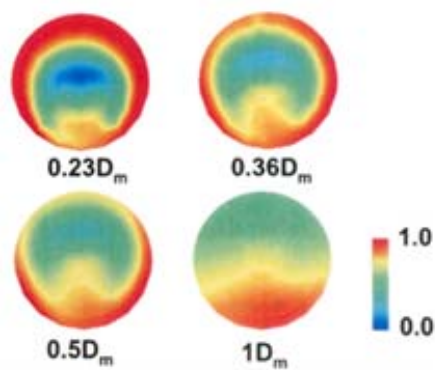
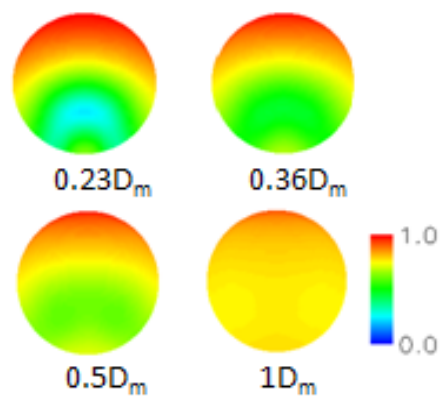


図 9 計算格子

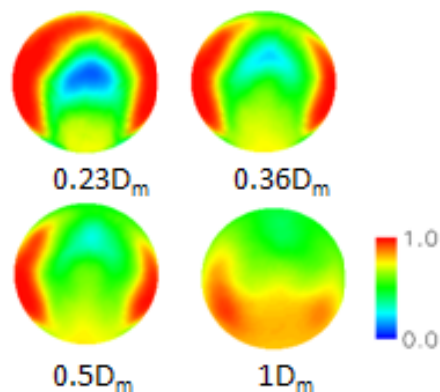
RNG k- ϵ モデルの温度分布は実験値を定性的にも再現できなかった。これは、乱流混合を等方的でしかも過大に評価したためと考えられる。一方、LES の温度分布は実験値の特徴を良く再現できた。



(1) 無次元平均温度の実験値

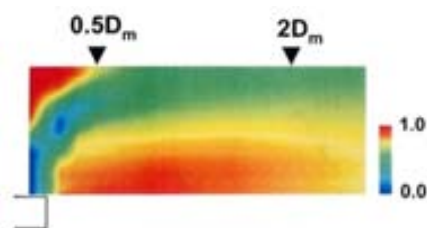


(2) RNG k- ϵ モデルによる無次元平均温度



(3) LES による無次元平均温度

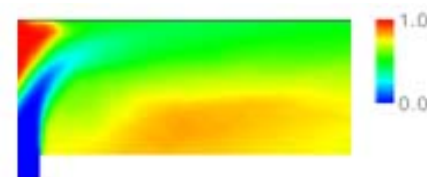
図 10 無次元平均温度



(1) 無次元平均温度の実験値



(2) RNG k- ϵ モデルによる無次元平均温度



(3) LES による無次元平均温度

図 11 T 字管の温度混合の解析

4.5. VOF 法による気泡形状解析

VOF 法を用いて、単一気泡の形状変化と周囲の流れ場の解析を行い、気泡の挙動が正しく予測できるか解析を行った。解析モデルの概要は図 12 の通りで、浮力による気泡の上昇を防ぐため、浮上終端速度に等しい流速を液相に与えている。

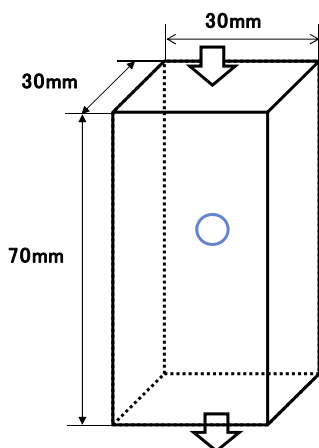


図 12 気泡解析の解析モデル概要

表 4 解析手法

支配方程式	非圧縮 NS 方程式
対流項離散化	2 次精度風上差分
時間積分法	Euler 陰解法

VOF 法では、流れの基礎方程式に加え、以下のセル平均体積率 ϕ に関する移流方程式を解く。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = 0 \quad (21)$$

VOF 法では、離散化において界面をシャープに維持することが重要となるが、Advance/FrontFlow/red では、CICSAM 法 (Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes) を導入し、界面をシャープに維持しつつ安定に解く工夫がなされている。

表 5 解析条件

パラメータ	ケース 1	ケース 2
Eo	0.4	200
logM	-4.0	3.0
気泡径[mm]	5.0	10.0
密度比	0.8	6.5×10^{-4}
粘度比	0.35	0.36
気泡形状	球形	きのこ形

解析条件は表 5 に示す 2 通りで、それぞれ、気泡形状が球形、きのこ形となるケースを選定した。なお、Eo および M はそれぞれ Eötvös 数、Morton 数と呼ばれる無次元数で、気泡形状の振る舞いを表すパラメータである。図 13、図 14 にケース 1 およびケース 2 の気泡形状の変化を示す。ケース 1 は初期形状からほとんど変化せず、球形を維持しているのに対し、ケース 2 では、球形→楕円形→きのこ形へと変形しており、いずれのケースも妥当な形状が得られることを確認した。また、終端速度についても、いずれのケースも理論値とほぼ一致することも確認した。

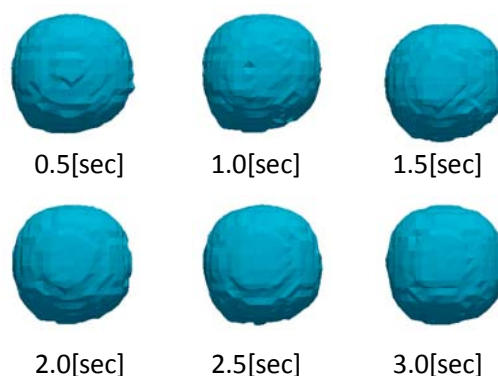


図 13 気泡形状の変化 (ケース 1)

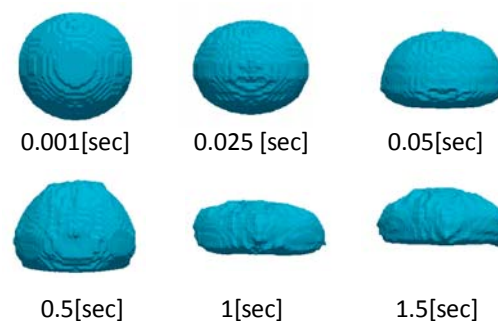


図 14 気泡形状の変化 (ケース 2)

4.6. モード解析を用いた流体-構造連成解析

アドバンスソフトでは、流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red、構造解析ソフトウェア Advance/FrontSTR を扱っており、これらを併用することで、流体-構造連成問題を扱うことが可能となるが、構造物の線形弾性挙動を扱う場合、構造解析はモード解析と呼ばれる手法を用いることができる。

この手法をユーザーサブルーチンとして組み込み、ALE 法など格子変形機能と併用することで、Advance/FrontFlow/red 単体でも線形弾性挙動を計算することが可能となる。

ここでは、本手法を用いて、図 15 に示すモデルで角柱の後ろにある長さ 4cm の構造物が振動する挙動を解析した事例を示す。解析手法は表 6 の通りである。

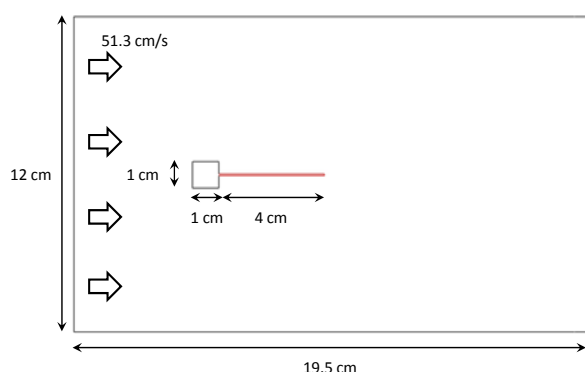


図 15 解析モデル

表 6 解析手法

支配方程式	非圧縮 NS 方程式
乱流モデル	なし
対流項離散化	3 次精度風上差分
時間積分法	Euler 陰解法

モード解析では 20 のモードに対して固有値、固有ベクトルを求め、このデータを用いて、構造物の変形量を算出する。振動モードの例を図 16 に示す。

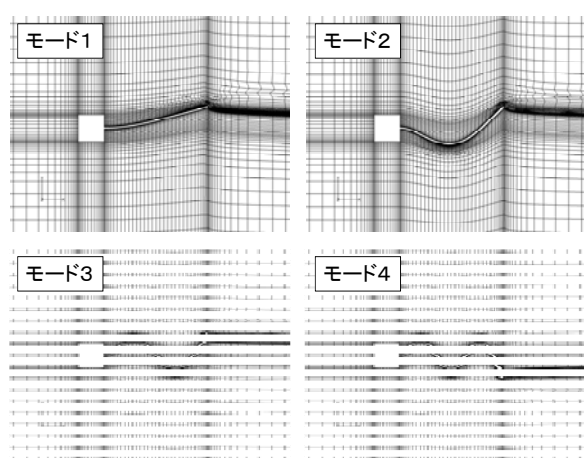


図 16 振動モード

図 17 は解析結果を示す。赤線で示した元の形状に対して、少しではあるが、下に変形している様

子が確認できる。ALE 法では変形が大きくなると、格子の歪みが大きく、計算が破綻しやすくなるため、大変形に対しても安定に計算できるようにすることが今後の課題となっている。

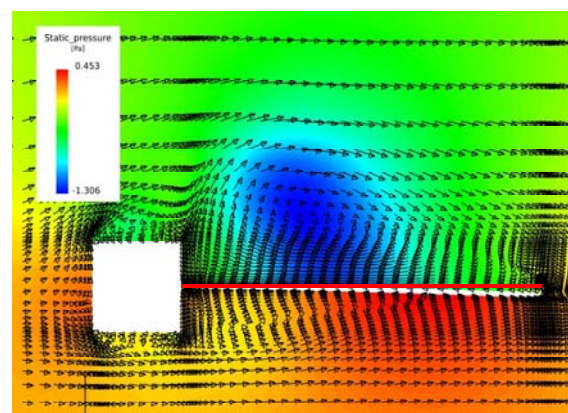


図 17 解析結果（圧力および速度ベクトル）

5. まとめ

流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red は、高速化、ロバスト性、使い勝手のよさを中心に日々改良を進めている。引き続き、製品の品質向上に取り組むとともに、ユーザー様のご要望を取り入れながら、本ソフトウェアを進化させていく予定である。

参考文献

- [1] Ahmed et al., "Some Salient Features of the Time Average Ground Vehicle Wake", SAE Paper, No. 840300, 1984
- [2] 三浦 治雄, 小林 博美, 三橋 利玄, 西村 香純, 大友 洋, 西川 憲明, 廣川 雄一, 平成 20 年度先端研究施設供用イノベーション創出事業【産業戦略利用】「地球シミュレータ産業戦略利用プログラム」利用成果報告書 p.27
- [3] 伊藤 豪, 大西 陽一, "流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red による自由表面解析", アドバンスシミュレーション Vol.17, 2013.12
- [4] 小川 哲司, 松原 聖, "流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red を用いた流体-構造連成解析", アドバンスシミュレーション Vol.17, 2013.12

※技術情報誌アドバンスシミュレーションは、アドバンスソフト株式会社ホームページのシミュレーション図書館から、PDF ファイルがダウンロードできます。(ダウンロードしていただくには、アドバンス/シミュレーションフォーラム会員登録が必要です。)