

開閉水路共存系管路内の非定常流解析

富塚 孝之*

Numerical Analysis of Transient Free-Surface Pressureized Flow

Takayuki Tomizuka*

都市の地下空間には雨水を処理するための地下放水路ネットワークが建設されている。これらは平常時において開水路流れ（満管ではない流れ）となっている。しかし、集中豪雨が発生すると水路内の流量は急激に増加し満管となる。これを閉水路流れといい、このときの流況予測は非常に困難である。

本稿では開閉共存系管路内の流動現象を解説するとともに、非定常シミュレーションにおけるモデル化について述べる。

Key word: 地下放水路、集中豪雨、洪水、開閉共存系、開水路、閉水路、流体解析、管路内流れ

1. はじめに

近年日本各地では突発的な集中豪雨、いわゆるゲリラ豪雨が頻発し、浸水や土砂崩れなど深刻な被害をもたらしている。

特に都市部ではヒートアイランド現象による気温上昇から局所的な上昇気流が生じ、これが集中豪雨に発達するケースが多いと考えられている（図1）。さらに都市部では市街化のために雨水を吸収できる地表面が少なく、既存の排水処理施設では処理しきれずに道路などに溢れて流れていくこととなり、それが地下鉄や地下街に流れ込む現象が起きている。

最近では都市の水害対策として地下部に大空間を設け、大量の雨水を処理する地下放水路システムが計画および建設されている。放水路システムの主要設備はトンネル（放水路）、立坑、調圧水槽、排水機場および操作室からできている。

調圧水槽では急激に流れ込んでくる雨水を一時的に貯めるバッファとなり、水の勢いを抑える効果があり、排水機場は水流を調圧水槽から巨大ポンプをへて排水樋管に送る役割と、水流を安全制御する役割を持つ。



図1 局所的ゲリラ豪雨（日本気象協会提供）

通常放水路内は水面を有する開水路流れとなつて水路の勾配に応じて自然流下で流れていく。開水路では圧力が水面波の伝播で伝わるため閉水路流れのように水撃現象は生じないが、急激な水位上昇や下降がある。放水路内の流況は流速、水深、管壁摩擦、水路勾配で決まるため、長距離放水路内の流量を完全に人為的に制御することは困難である。

集中豪雨が発生すると放水路への流入量が急激に増大し閉水路流れ（満管状態）が生じる。この遷移過程では水路内に開水路と閉水路が共存する状態が発生し、水路内の圧力や流速が局所的に著しく変動する。これにより立坑などから排水が逆流し、急激な圧力変化により管路が破壊され

*アドバンスソフト株式会社 第2事業部
2nd Computational Science and Engineering
Group, AdvanceSoft Corporation

る可能性もある。

このような災害を避けるためには、設計段階で適切な放水路の形状、勾配、管壁摩擦を検討する必要があり、また運用面において地下放水路システムの末端である排水機場での最適なポンプ運転計画を講じることが重要である。放水路内流れの現象は容易に予測することができないため、物理モデルに基づいた開閉共存系管路内の数値シミュレーションが必須となる。しかし、現在の都市における地下放水路システムは巨大であると同時に複雑なネットワークとなっている。そのような放水路システムに対し想定しうるさまざまな条件でのシミュレーションを実施するためには、比較的計算負荷が小さい1次元計算が望ましい。

ここでは開閉共存系管路内での物理現象に対する基礎方程式、数値解法および解析モデルについて記す。

2. 基礎方程式

前述のように開水路と閉水路では取扱いが非圧縮性と圧縮性の違いがあり、基礎方程式が異なってくる。以下にそれぞれの1次元流れにおける質量保存式および運動量保存式について記す。

2.1. 開水路

開水路では質量保存式が流水断面積 A と平均流速 V を用いて以下のように書ける[1]。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(VA) = q \quad (1)$$

ここで q は単位体積当たりの流入率である。

次に運動量保存式は以下の通りである。

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = gS_0 - f' \frac{V|V|}{2R} \quad (2)$$

ここで h は水深、 S_0 は水路庄勾配、 f' は摩擦抵抗係数および R は径深である。

2.2. 閉水路

閉水路では圧縮性を考慮した圧力水頭 H およ

び流体の音速 a を用いて、以下のような質量保存式および運動量保存式となる。

質量保存式

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} - V \sin \theta + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

運動量保存式

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + f' \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (4)$$

2.3. 開閉共存系の非定常流解析モデル

開閉共存系の解析モデルの1つに Priessmann-Cunge-Wegner モデルがある[2][3]。これは図2に示すように管の上部に仮想のスロットを設け、本来閉水路の状態も開水路とみなして解くものである。これにより基礎方程式は全て開水路のものを取り扱えばよく、計算も安定する。しかし、この方法では閉水路管内で発生する水柱分離による負圧や空気だまりによる高圧を取り扱うことができないため、安全性評価の観点では不十分である。

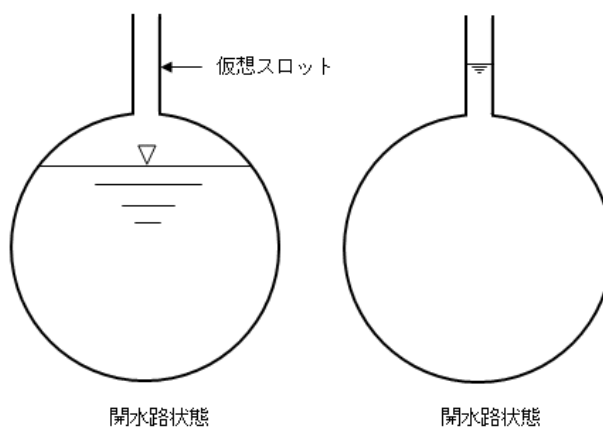


図2 スロットモデル

それに対して Song-Cardle-Leung モデル[3][4]では開水路と閉水路の境界（以降、界面と呼ぶ）の位置と移動速度を考慮し、特性曲線法を用いてこの界面間を質量保存と運動量保存を満たすように解く手法である。この手法では開閉の界面を物理的に適切に取り扱うことから、界面の挙動をはじめ水柱分離や空気だまりの影響評価も可能となり、前者のモデルに比べると放水路システム

の安全評価には適しているといえる。

開閉の界面における質量保存式、運動量保存式は以下になる。

$$(V_1 + w)A_1 = (V_2 + w)A_2 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \gamma y_{1g} A_1 - \left(y_2 - \frac{1}{2} D \right) A_2 \\ = \rho (V_1 + w) A_1 \{ (V_2 + w) - (V_1 + w) \} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで γ は比重量、 y_{1g} は水面から断面積 A の重心までの距離、 w は界面の移動速度である。

3. 数値解法

開閉共存系の問題は界面の移動が対象となるため非定常流れを解くことがほとんどである。このような場合は特性曲線法を用いることが多い。以下に特性曲線法を用いた開閉共存系の数値解法について記す。

3.1. 特性曲線法

開水路の基礎方程式(1)、(2)より水深を y として特性曲線法の式を導くと以下になる。

$$C^+ \left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} + \frac{g}{c} \frac{dy}{dt} - \frac{g}{c} \frac{q}{A_y} - S &= 0 \\ \frac{dx}{dt} &= V + c \end{aligned} \right. \quad (7)$$

$$C^- \left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} - \frac{g}{c} \frac{dy}{dt} + \frac{g}{c} \frac{q}{A_y} - S &= 0 \\ \frac{dx}{dt} &= V - c \end{aligned} \right. \quad (9)$$

ここで、 A_y と S は以下の通りである。

$$A_y = \frac{dA}{dy} \quad (11)$$

$$S = gS_0 - f' \frac{V|V|}{2R} \quad (12)$$

(7)、(8)式は正の特性曲線上、(9)、(10)式は負の特性曲線上で成立する式であり、上流側、下流側の物理情報の伝播を表している。これらを離散

化すると下記のようにになる。

$$C^+ \left\{ \begin{aligned} \frac{V_P - V_R}{\Delta t} + \frac{g}{c_R} \frac{y_P - y_R}{\Delta t} - \frac{g}{c_R} \left(\frac{q}{A_y} \right)_R - S_R &= 0 \\ \frac{x_P - x_R}{\Delta t} &= V_R + c_R \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$C^- \left\{ \begin{aligned} \frac{V_P - V_S}{\Delta t} + \frac{g}{c_S} \frac{y_P - y_S}{\Delta t} - \frac{g}{c_S} \left(\frac{q}{A_y} \right)_S - S_S &= 0 \\ \frac{x_P - x_S}{\Delta t} &= V_S + c_S \end{aligned} \right. \quad (14)$$

特性曲線法は上流側特性曲線 C^+ と下流側特性曲線 C^- から交点における流速と水深を求める方法である。図3は特性曲線における空間方向と時間方向の関係を示すもので、 x 軸方向は管路を表しており格子点 P は計算定義点、 Δx は格子幅、つまり解像度を意味する。 t 軸方向は時間の進行方向で、添え字の P, R, S は図3の点における値を意味し、点 R および点 S の物理量が分かれば、 $t + \Delta t$ 秒後の物理量を求めることが可能になる。またタイムステップ幅 Δt は陽解法の安定条件 (Courant-Friedrichs-Lewy 条件) から、計算格子点幅を Δx とした場合に次式を満たす必要がある。

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{V + c} \quad (17)$$

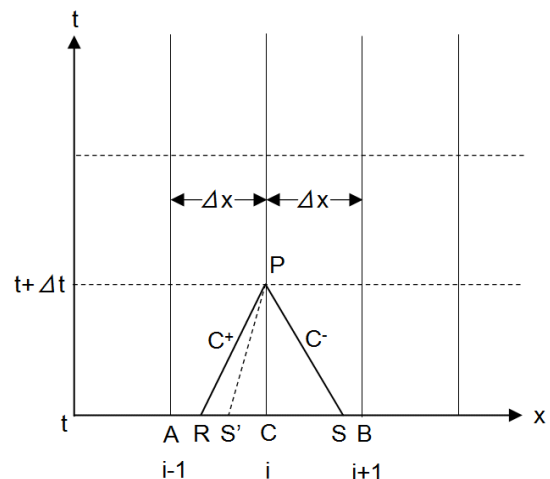


図3 x-t 平面上の特性曲線

開水路と閉水路が共存している場合の解析モデルを図4に示す。界面における解法は開水路側の特性曲線と閉水路側の特性曲線で解くことになるが、開水路側は水深、閉水路側は水頭になるため、これらをつなぐ関係式が必要となる。開水路側の水深を定義することは困難で、簡易的な方法として次式がある。

$$y_1 = D - \varepsilon \quad (18)$$

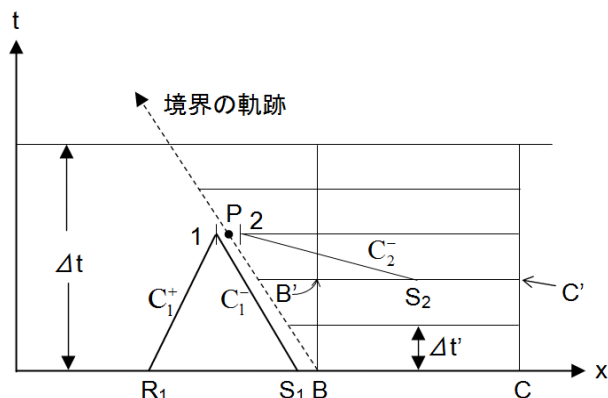


図4 開閉共存系における特性曲線

D は管径で ε は開水路の波面の伝播速度 c と閉水路の音速が等しくなるように決める。しかし、これは物理的に根拠がないため、界面の移動速度が $V_1 - c$ より速い場合は開水路の負の特性曲線 C^- を利用する。

3.2. 流体機器における解析モデル

前述の通り地下放水路システムでは立坑、堰、ゲート、サージタンク、調圧水槽、排水機場などさまざまな流体機器および設備がある。これらは水路の境界条件として集中定数モデルで取り扱われることが多い。以下では代表的な流体機器である堰と立坑、そして排水機場の解析モデルについて記す。

3.3. 堰

堰では図5に示すように越流が水面を持った物理現象であることから上流、下流とも開水路の特性曲線を使い、越流量を次式で定義することにより解く。

$$Q = CBh^{3/2} \quad (19)$$

ここで、 C は流量係数、 B は堰の幅、 h は越流水深である。

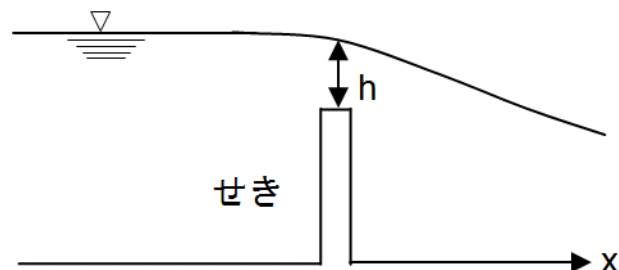


図5 堰の解析モデル

3.4. 立坑

立坑の場合は上下流の他に、外部から立坑に流入する量と本体の容積から定義される立坑内の水位変化率を関係式として考慮することとなる。また、立坑と管路の接続位置の違いにより、取り扱う特性曲線が異なるので、場合分けが必要となる。図6～8に立坑の場合分け例を示す。

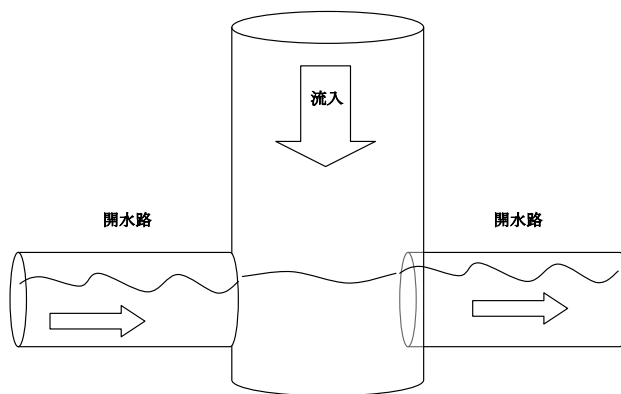


図6 開－開接続の立坑

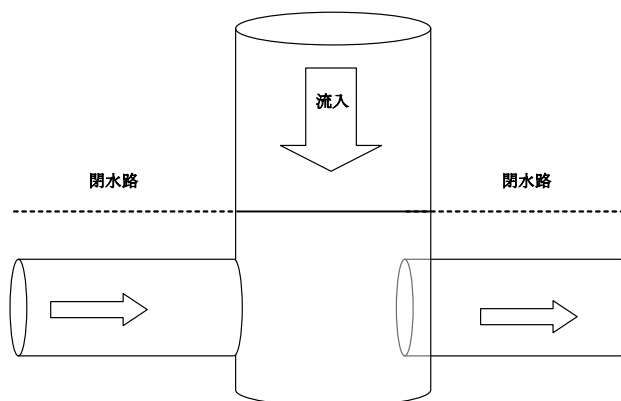


図7 閉－閉接続の立坑

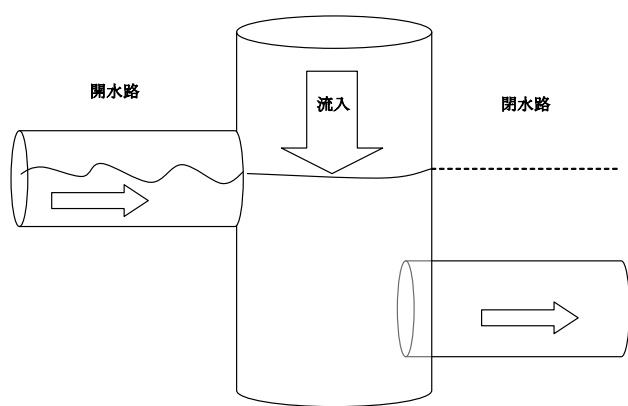


図 8 開－閉接続の立坑

3.5. 合流・分岐

水路の合流および分岐においては水路の本数分、特性曲線を連立させて解くこととなる。このときの界面処理は複雑になると同時に計算が不安定になりやすい。ロバスト性を高めるために工学的モデルを導入する場合もある。

水路勾配が小さい場合も界面が不安定になりやすく、物理的に矛盾のない範囲で計算の発散を防ぐためのモデルを導入することがある。

3.6. 排水機場

排水機場は立坑の取扱いに似ており、下流側の特性曲線が不要になり、外部からの流入に対して、ポンプによる流出を扱うことになる。

ただし、ポンプ運転は排水機場への流入量、水位により調整しており、さらにポンプ能力が水位に依存することやポンプ運転開始から定格運転に至るまでに時間遅れがあるなど、機器特有の流量変化を考慮しなければならない。

4. まとめ

開閉共存系管路流れは物理現象として複雑かつスケールの大きい問題であり、数値モデルの観点からさらなる研究が必要とされる。また、社会インフラに深く関係していることから、建築技術や機械技術の進歩とともに考慮すべき流体機器や設備も高度化され、解析モデルもこれらに追随する必要がある。従って開閉共存系管路流れの解析システムは先端的な数値モデルと工学モデルの融合されたシミュレーションツールであり、数

値シミュレーションの中でも今後もさらなる発展の要素を持った分野といえる。

参考文献

- [1] 室田明, “応用流体力学”, 共立出版(1969)
- [2] M. H. Chaudhry “Applied Hydraulic Transients”, Van Nostrand Reinhold Co.(1979)
- [3] C. C. S. Song et al "Transient Mixed-Flow Models for Storm Sewers", J. Hyd. Eng.(1983), P.1487
- [4] J. A. Cardle and C. C. S. Song "Mathematical Modeling of Unsteady Flow in Storm Sewers", INT. J. Eng. Fluid Mechanics, (1988), P.495

※技術情報誌アドバンスシミュレーションは、アドバンスソフト株式会社 ホームページのシミュレーション図書館から、PDF ファイルがダウンロードできます。(ダウンロードしていただくには、アドバンス/シミュレーションフォーラム会員登録が必要です。)