

流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/redによる自由表面解析

伊藤 豪* 大西 陽一*

Analysis of Free Surface Flows with Advance/FrontFlow/red

Go Ito* and Yoichi Onishi*

Advance/FrontFlow/red（以下、AFFr）には、界面追跡法として CICSAM 法とレベルセット法、表面張力評価に CSF モデルが導入されている。本項では、界面追跡法や表面張力評価について説明し、流体中の単一気泡解析に適用した事例を紹介する。

Key word: 二相流、均質流モデル、自由表面、単一気泡解析、CICSAM 法

1. はじめに

二相流が関係する各種工業機器や、自動車部品、プラントなどの設計・性能評価において、二相流れの理解は非常に重要であり、数値計算はそのための有効な手段である。二相を隔てる自由界面構造は、液滴、気泡、界面波などの内部構造が絡み合った、非均質で複雑な形態をとるため、数値計算で再現する際には、モデル化して取り扱う必要がある。また、設計の効率化に伴い、実用的な時間スケールで、実用的な結果を出すプログラムが求められるようになってきている。

二相を含む流体の取り扱い、二流体モデルと均質流モデルに大別される。二流体モデルでは、各相で成り立つ基礎方程式を解き、基礎方程式に含まれる二相間相互作用の項を介して、二相間の保存量輸送を行う。均質流モデルでは、セル平均体積率などの変数を繰りこむことで、気相と液相を同一速度で流れる均質流体として扱う。均質流モデルは、相間速度差の小さい流体にしか適用できないが、体積保存性に優れ、单相流と同数の基礎方程式で解くことができる利点がある。また、複数の界面を含む流れに適用できるため、工業分野における応用範囲も広い。

界面を追跡するには、これら基礎方程式に加え、界面を記述する変数の移流方程式を解く必要がある。界面追跡法には、界面に合わせて格子が変形する BFC 法や、体積率を用いる VOF 法、界面の距離関数を用いるレベルセット法などがある。ここでは、AFFr Ver. 5.1 に導入されている VOF 法と、それに付随して界面をシャープに捉え、表面張力を評価するために導入している手法について説明する。次に、この手法を用いて、いくつかの流体条件における気泡形状変化の計算を行い、実験結果と比較した事例を示す。気液界面における速度及び圧力分布は、気泡形状に大きく影響を及ぼすため、検証として妥当な事例と考えられる。

表 1 本文に用いる記号一覧

記号	説明	単位
P	圧力	Pa
F	外力	N
$S, \mathbf{S}$	面積、面積ベクトル	m^2
Ω	体積	m^3
t	時間	sec
$\mathbf{u}, u_i, u_j$	速度 ($i, j=1, 2, 3$)	m/s
$\mathbf{x}, x_i, x_j$	デカルト座標 ($i, j=1, 2, 3$)	m
$\mathbf{n}, n_i$	法線ベクトル ($i, j=1, 2, 3$)	m
d	格子間距離	m
δ_{ij}	クロネッカデルタ	

*アドバンスソフト株式会社 第2事業部
2nd Computational Science and Engineering
Group, AdvanceSoft Corporation

ρ	密度	kg/m^3
σ	表面張力	N/m
κ	曲率	m^{-1}
μ	粘性係数	$\text{Pa} \cdot \text{s}$
ε	渦粘性係数	$\text{Pa} \cdot \text{s}$
g	重力加速度	m/s^2
ϕ	セル平均体積率	
C	Courant 数	
Eo	Eötvös 数	
M	Morton 数	
Re	Reynolds 数	
添え字 l, g	それぞれ液相と気相	
添え字 P	格子点 P	
添え字 E, W	P に対し東側(西側)格子点	
添え字 e, w	P に対し東側(西側)界面	
添え字 U, D, A	それぞれ、風上セル、ドナーセル、アクセプターセル	
添え字 f	セル界面	
添え字 comp	Hyper-C スキーム	
添え字 UQ	Ultimate-Quickest スキーム	

2. 基礎方程式及び数値計算手順

2.1. 基礎方程式

基礎方程式としては、質量保存則及び、運動量保存則を用いる。VOF 法では、界面を介して接する気体と液体は、同速度を持つという仮定のもとに計算する。

よって、基礎方程式は、混合密度によって記述された、単相流の方程式と同様である。

質量保存則

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

運動量保存則

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = & -\frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} \\ & + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + F \end{aligned} \quad (2)$$

気体と液体の二相のみを考えるとすると、混合パラメータは、セル平均体積率 ϕ を用いて、次のように表される。

$$\rho = \phi \rho_l + (1 - \phi) \rho_g \quad (3)$$

$$\mu = \phi \mu_l + (1 - \phi) \mu_g \quad (4)$$

また、この体積率 ϕ の移流方程式を解くことで、界面を追跡する。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = 0 \quad (5)$$

上式を離散化した際、数値拡散が生じてしまうと、界面がぼやけてしまうため、精度よく解く必要がある。

オリジナルのドナー・アクセプター法は、界面がセル面に対し傾きを持つ時、風上差分と風下差分を切り替えて計算する手法である[1]。風上差分は安定であるが、数値拡散を生じる。風下差分は界面の不連続性を強調するためシャープに維持することができるが、不安定である。また、スキーム切り替えの基準が自明でないため、界面形状計算の精度はあまり高くないことが知られている。AFFr では、後述する CICSAM 法 (Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes) を導入して、界面をシャープに維持しつつ、安定に解く工夫がなされている。

2.2. 体積保存性と圧力補間

採用している節点中心法では、各格子の頂点周りに定義されたコントロールボリュームに対して、輸送方程式を積分する。

式(5)を、コントロールボリュームで積分し、非圧縮性を仮定すると、次式を得る。

$$\int \frac{\partial \phi}{\partial t} d\Omega + \int \phi \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (6)$$

すなわち、コントロールボリュームにおける流体体積の変化量は、輸送量に等しいため、この手法では基礎方程式において体積保存性が保障されている。

一方、水中の気泡のような、密度比が大きい二相流計算の場合、圧力勾配を正しく求めることが重要である。AFFr では、構造格子にも非構造格子にも対応するため、全ての変数を節点に定義するコロケート格子を採用している。コロケート格子の圧力差を線形補間で求めると、チェッカーボ

ード圧力効果が生じることが知られている。コントロールボリュームの向かい合う面の圧力差が、内部流体を駆動する力になるが、単純な線形補間によって圧力を求めると、非現実的な加速度が生じてしまう。

これを解決するため、Rhie と Chow(1983)によって提案された補間法を採用している[2][3]。この補間法には、追加消失項と呼ばれる項が加わっており、これがコロケード格子における振動を除去する。

2.3. 界面追跡法

二相流界面の輸送計算において、よく使われる離散化手法を用いると、数値拡散を生じるため、高精度化する工夫が必要となる。

CICSAM 法は、数値拡散で不連続界面が鈍るのを防ぎ、有界性の必要条件を満たす離散化スキームとして、Ubbink と Issa(1999)らによって提案された[4]。ここでいう有界性とは、変数の値が境界で有界となり、離散化方程式の全ての係数が同一の符号になることである。この条件を満たさないスキームは収束性が悪く、たとえ収束しても振動解を与える可能性がある。

コントロールボリューム界面で出入りするセル平均体積率 ϕ_f を考える。簡単のため、図1のような1次元で考える。

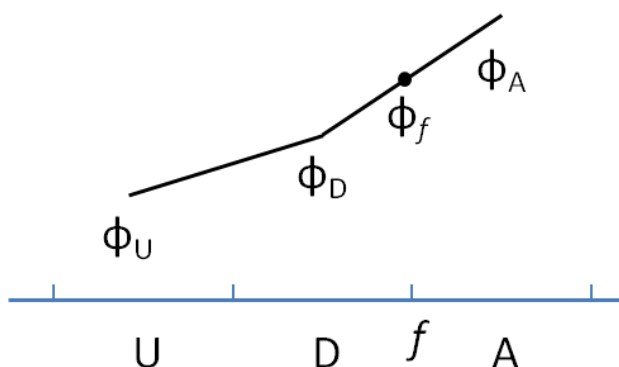


図1 平均体積率に対する有界性

LeonardのNormalised Variable Diagram(NVD)にならって、規格化されたセル平均体積率を定義する[5]。

$$\tilde{\phi}_f = \frac{\phi_f - \phi_U}{\phi_A - \phi_U}, \tilde{\phi}_D = \frac{\phi_D - \phi_U}{\phi_A - \phi_U} \quad (7)$$

$\phi_f = \phi_D$ の時、 $\tilde{\phi}_f = \tilde{\phi}_D$ となり、一次風上差分に対応する。また、 $\phi_f = \phi_A$ の時、 $\tilde{\phi}_f = 1$ となり、一次風下差分に対応する。

Leonard は、有界であるための必要十分条件として以下の条件を課している。

・ $\tilde{\phi}_D < 0$ 及び $\tilde{\phi}_D > 1$ で、 $\tilde{\phi}_f = \tilde{\phi}_D$ でなければならない。

・ $0 \leq \tilde{\phi}_D \leq 1$ では、上限は1であり、下限は $\tilde{\phi}_D$ でなければならない。

また、これにクーラン条件を満たす条件を課したものが、HYPER-C スキームであり、有界条件と合わせると、以下の式になる。

$$\tilde{\phi}_{fcomp} = \begin{cases} \tilde{\phi}_D & \text{for } \tilde{\phi}_D < 0, \tilde{\phi}_D > 1 \\ \min\left\{1, \frac{\tilde{\phi}_D}{C_f}\right\} & \text{for } 0 \leq \tilde{\phi}_D \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

離散化スキームの精度や有界性を評価するのによく $r\psi$ 図が用いられるが、NVDでは上記の $\tilde{\phi}_f, \tilde{\phi}_D$ を用いて、図2の様に整理される[5]。 $0 \leq \tilde{\phi}_D \leq 1$ において、有界条件とクーラン条件を満たす領域は、図2のグレー部分で示されている。クーラン数が小さくなるほど、条件が満たされる領域は広くなることが分かる。また、クーラン数1の時は、風上差分法(UDS)しか有界性を持たないことも分かる。

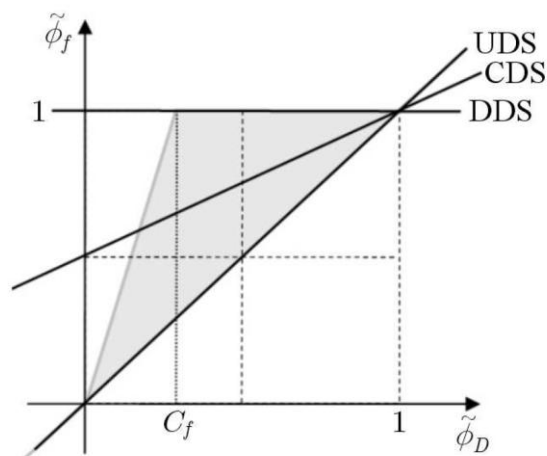


図2 有界必要条件とクーラン条件領域

HYPER-C スキームの問題として、 ϕ の勾配に敏感に反応し、特に界面が流れに沿った向きである

場合、界面の形状を非現実的に変形してしまう傾向がある。

これを解消するため、Leonard が提案した Ultimate-Quickest スキームを併用している[6]。

$$\tilde{\phi}_{fVQ} = \begin{cases} \tilde{\phi}_D & \text{for } \tilde{\phi}_D < 0, \tilde{\phi}_D > 1 \\ \min \left\{ \frac{8C_f\tilde{\phi}_D + (1-C_f)(6\tilde{\phi}_D + 3)}{8}, \tilde{\phi}_{fcomp} \right\} & \text{for } 0 \leq \tilde{\phi}_D \leq 1 \end{cases} \quad (9)$$

流体界面とコントロールボリューム界面の角度によって定義される混合係数 γ_f を使って、2つのスキームを滑らかに繋ぐ。

$$\tilde{\phi}_f = \gamma_f \tilde{\phi}_{fcomp} + (1 - \gamma_f) \tilde{\phi}_{fVQ}$$

$$\gamma_f = \min \left\{ \frac{1 + \cos 2\theta_f}{2}, 1 \right\}$$

$$\theta_f = \arccos |\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}|$$

界面と計算セルの方向関係を図3に示す。 $\theta_f \rightarrow 0$ つまり $\gamma_f = 1$ の時は、Hyper-C スキームに帰着し、 $\theta_f \rightarrow \frac{\pi}{2}$ つまり $\gamma_f = 0$ の時は、Ultimate Quickest スキームに帰着する。

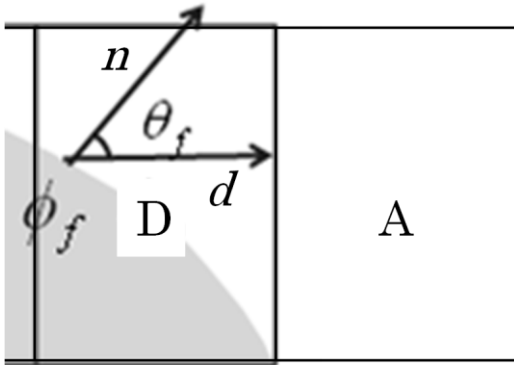


図3 界面法線ベクトル $\mathbf{n}$ とセル並行ベクトル $\mathbf{d}$

2.4. 表面張力評価

AFFrにおける表面張力の評価には、Brackbillらが提案したCSF (Continuum Surface Force) モデルを採用している。このモデルは、表面張力を体積力として、

$$F_{i\sigma} = \sigma \kappa n_i \delta \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

で与える。

VOF法においては、界面曲率 κ を、体積率 ϕ を用いて計算する[7]。

$$\kappa = \frac{1}{|\nabla \phi|} \left[\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \cdot \nabla |\nabla \phi| - \nabla \cdot \nabla \phi \right] \quad (11)$$

セル平均体積率の勾配 $\nabla \phi$ は、界面でのみ0以外の値をとるので、表面張力は界面にのみ働く。

また、二相の密度比が大きい場合、式(10)を

$$F_\sigma = \sigma \kappa \nabla \phi \frac{2\nabla \rho}{\rho_l + \rho_g} \quad (\because n_i \delta = \nabla \phi) \quad (12)$$

に修正する[8]。これは、密度が大きい流体から密度の小さい気体が力を受けて、非物理的な加速度が生じてしまうことを防ぐためである。

2.5. 安定性

離散化されたNavier-Stokes方程式を陽解法で解く際には、時間ステップを実際の流速が隣の計算格子に伝達する時間よりも小さくする必要がある。(クーラン条件)

$$C = \frac{u \Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (13)$$

Brackbillによると、これに加え、離散化された格子で表面張力を正しく扱う際には、向かい合う表面張力波が違う方向から、同時に1つの計算格子に伝わることをないようにする必要がある[9]。

$$\frac{c_\phi \Delta t}{\Delta x} < \frac{1}{2} \quad (14)$$

c_ϕ は表面張力波位相速度で、波数 k を用いて、

$$c_\phi = \sqrt{\frac{2\sigma k}{\langle \rho \rangle}} \quad (15)$$

で表される。 $\langle \rho \rangle$ は平均密度である。

波数の最大値 $k_{max} = \pi/\Delta x$ でも、式(14)を満たすようにすると、

$$\Delta t < \sqrt{\frac{\langle \rho \rangle (\Delta x)^3}{2\pi\sigma}} \quad (16)$$

となる。 $(\Delta x)^{\frac{3}{2}}$ に比例しているため、一般的に式(16)の条件は、式(13)のクーラン条件よりも厳しい制約となる。表面張力項を陰解法で解く場合には、この制限を回避することができる。

AFFr Ver. 5.1では、対流項や拡散項を陰的に解いたとしても、表面張力などの外力項は、陽的に扱っていることに留意する。すなわち、表面張力の計算をする際には、式(16)の条件を満たすよ

う、時間ステップを決める必要がある。

3. 解析事例

3.1. 液柱崩壊解析

AFFr を用いた自由表面の解析例として、液柱崩壊時の液面挙動予測の検証事例を図 4 に示す。格子数 5300、時間ステップ $2 \times 10^{-4} \text{sec}$ で計算を行い、実験結果と良い一致を示した[10]。

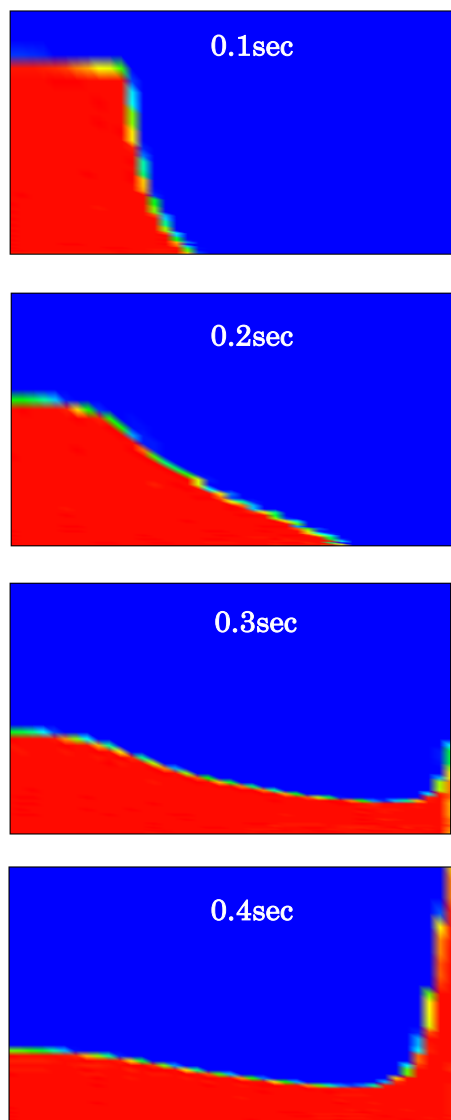


図 4 液柱崩壊解析結果

3.2. 濡れ解析

2つ目にAFFrを用いたVOF法の解析として、接触角の検証事例を図 5 に示す。表面張力が大きい固体に付着した液体の接触角は小さくなり、表面張力が小さい固体に付着した液体の接触角は大きくなる。接触角 60° に設定し

た液面形状の解析を行い、妥当な結果を得た。

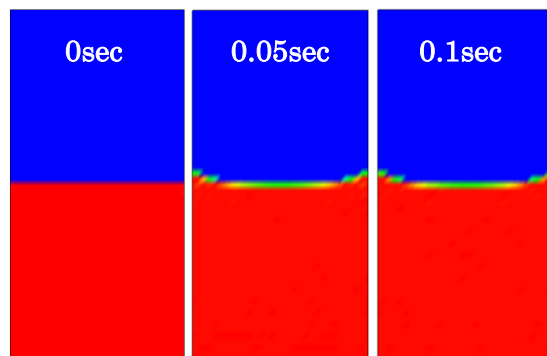


図 5 接触角を設定した液面形状解析

3.3. 気泡形状に関する先行研究

3つ目に、より詳細なVOF法の解析事例として、流体パラメータが異なる静止流体中を浮上する単一気泡の形状及び気泡周囲の流れ場解析を行い、気泡の挙動が正しく予測できるか検証を行った。ここでは、気泡形状に関する実験に基づいた先行研究を示す。

重力や浮力影響下における、気泡や液滴は、粘性、密度比、表面張力などにより、いくつかのタイプの形状を取り得ることが知られている。Grace らによる、気泡形状に関する相関図を図 6 に示す[11]。

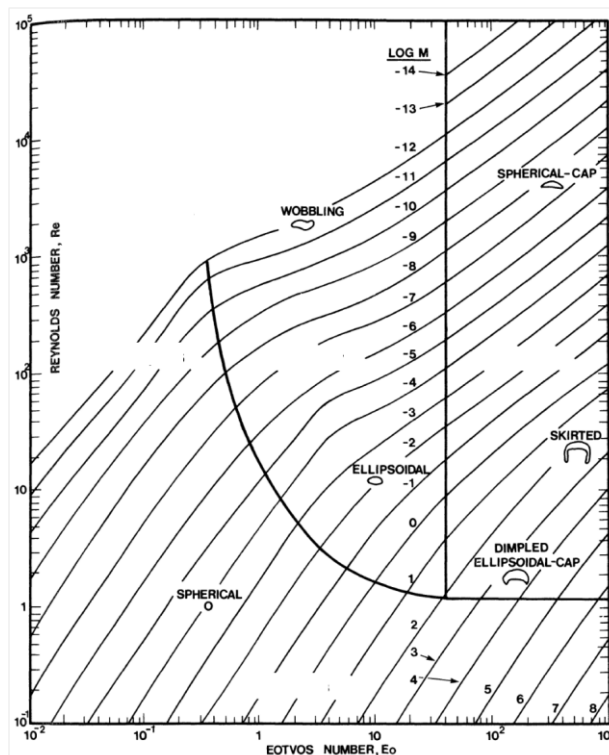


図 6 単一気泡形状

自由流体中を浮上する気泡の振る舞いは、 Eo :Eötvös 数、 M :Morton 数、 Re :Reynolds 数によって、整理される[11][12]。

$$E_o = \frac{gd_e^2(\rho_l - \rho_g)}{\sigma} \quad (17)$$

$$M = \frac{g\mu_l^4(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2\sigma^3} \quad (18)$$

$$Re = \frac{\rho_l d_e u}{\mu_l} \quad (19)$$

式(17)～式(19)には、気泡の粘性係数が含まれていないため、終端速度や気泡形状に影響を及ぼさない。

表面張力や粘性力が慣性力に対し優勢な時は、球形(Spherical)となる。楕円型(Ellipsoidal)の気泡は、しばしば、周期的な振動やランダムな揺動(Wobbling)を伴う。大きな気泡になると、気泡下方にトロイダル渦が生じるなどして、上方と下方の対称性破れが著しくなり、冠球形(Spherical-cap)の形状になる。図6ではウェイク角によって、さらに冠球形(Spherical-cap)、きのこ形(Dimpled)、スカート形(Skirted)に分類している。ウェイク角は、 Re に依存する[11]。水中の気泡以外にも、砂糖水やオイル、クロロホルムなどを用いて、Eötvös 数や Morton 数を様々な変え気泡形状を調べる実験が、1960年代から70年代にかけて多く行われた。

例えば、Pruppacher は、Eötvös 数 5、Morton 数 3.1×10^{-11} 条件下における、水中を浮上する楕円形気泡の様子を観察した[13]。Bhaga は砂糖水中を浮上する気泡を観察し、Eötvös 数 290、Morton 数 5.5、気泡代表径 4.1cm の冠球形気泡の形状になることを実験的に示した[14]。詳細は、文献を参考にしてほしい。

3.4. 解析対象と計算条件

2章で述べた手法を組み込んだ AFFr Ver. 5.1 を用いて、単一気泡形状の計算を行い、前節の実験結果と比較して、妥当な結果が得られるかどうかを確かめた解析事例を示す。

図7に、解析モデルを示す。直方体(3cm×3cm×7cm)の解析領域を用意し、全領域格子幅250μmの等間隔格子を用いた。よって、格子規模は、120×120×280で、4032000セルである。今回は Eötvös 数及び Morton 数を変えて、2 ケースの計算を行う。初期気泡径はケース1が5mm、ケース2が1cmである。VOF法で界面の曲率を精度良く求めるためには、十分な分解能が必要であるため、5mmの気泡径を20分割することにして、格子間隔を決めた。

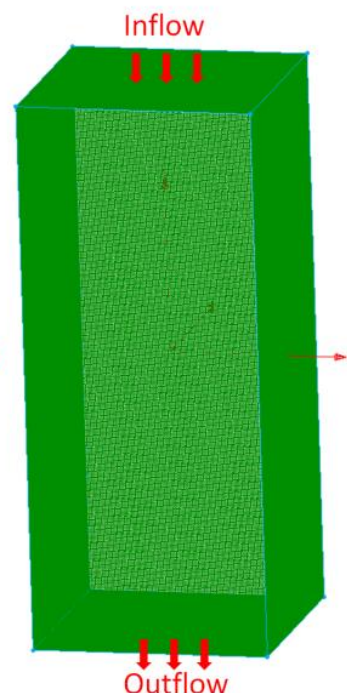


図7 解析モデル

また、浮力により、気泡が解析領域から出てしまうのを防ぐため、上面を入口境界として浮上終端速度に等しい流速で液相流入条件を与え、底面を出口境界とした。気泡が壁面に近い領域を浮上する場合、壁効果により気泡形状や終端速度が変わるため、側面は気泡径に対し十分な間隔を保持した。2 ケースとも、同じ解析モデルを用いて計算している。

計算環境は、Intel XeonE5-2640 2.5GHz、メモリ 96GB、12core での並列計算で行った。

表2に計算手法、表3に各ケースにおける計算条件をまとめた。

表 2 計算手法

項目	設定
ソルバ	AFFr5.1
支配方程式	非圧縮 Navier-Stokes 方程式
空間離散化	2 次精度風上差分法
時間積分法	Euler 陰解法
収束アルゴリズム	SIMPLE 法
界面追跡	VOF(CICSAM)法
時間刻み	ケース 1: 1.0ms ケース 2: 0.4ms
圧力緩和係数	0.3
速度緩和係数	0.8

表 3 計算条件

パラメータ	ケース 1	ケース 2
Eo	0.4	200
logM	-4.0	3.0
気泡径 d_e [mm]	5.0	10.0
密度比	0.8	6.5×10^{-4}
粘度比	0.35	0.36
気泡形状	球形	きのこ形

3.5. 解析結果

図 8 及び図 9 にそれぞれ、ケース 1、ケース 2 における気泡形状の時間的推移を示す。ケース 1 では初期気泡形状からほぼ変化せず球形を維持しているのに対し、ケース 2 では球形→楕円形→きのこ形へと形状が変化した。これは、図 6 で示した Grace の相関図の傾向と一致している。

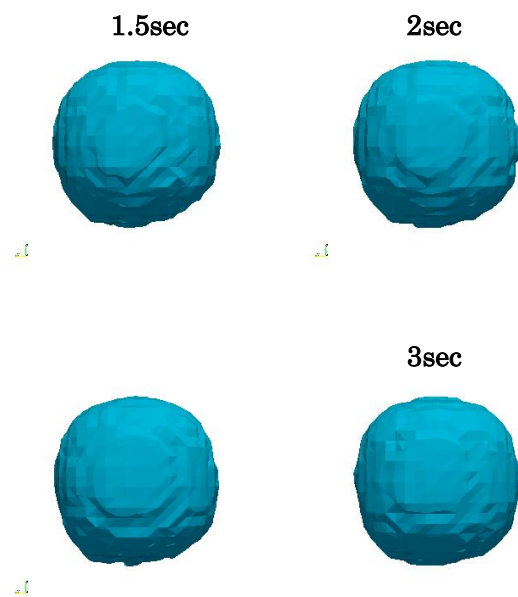


図 8 ケース 1: 気泡形状

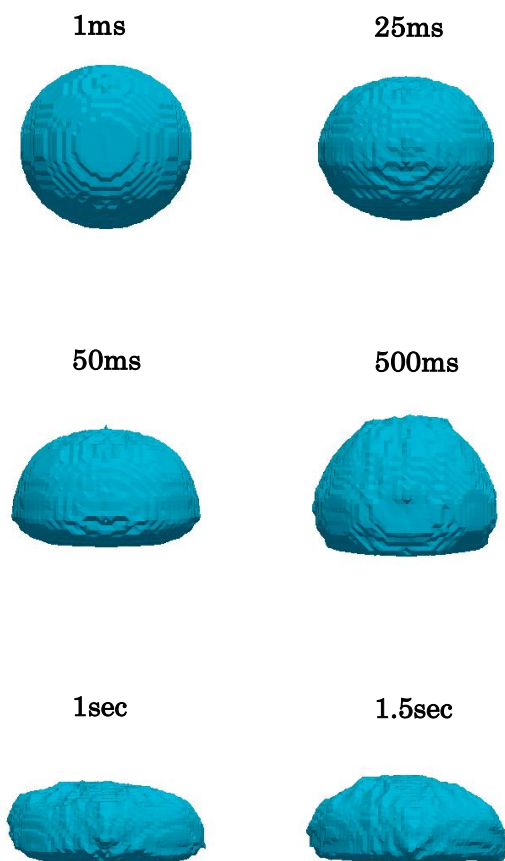


図 9 ケース 2: 気泡形状

ケース 1 に関して、VOF 断面図を示す。

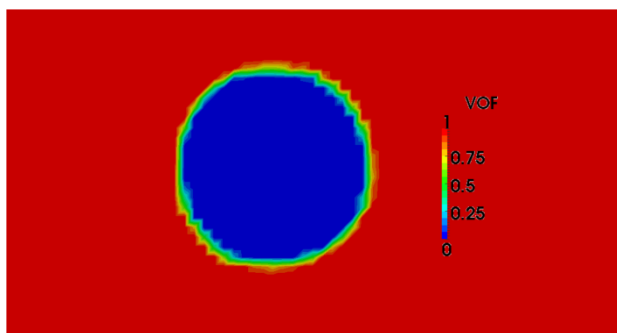


図 10 ケース 1:VOF 断面図

気泡界面領域は格子幅 1 つ分以内に収まっており、数値拡散は生じていない。気泡内外に渦は生じていない。気泡 Re 数は 1 程度であるため、伴流域にトロイダル渦なども生じておらず、安定して球形が保たれる。気泡終端速度は、 0.02m/s であり、これは Re 数から計算した終端速度と一致した。ケース 2 に関しても、図 11 に VOF 断面図を示す。

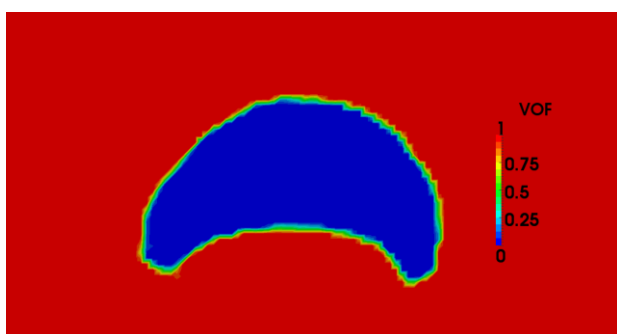


図 11 ケース 2 : VOF 断面図

ケース 2 では、気泡下部に閉じた伴流の影響により、きのこ形状を形成していることが分かる。気泡の終端速度は、 $0.14\text{m/s} \sim 0.15\text{m/s}$ であり、理論値 0.16m/s より若干小さいものの、ほぼ一致している。計算結果から求めたウェイク角は 108° であり、実験値をフィッティングした値とほぼ一致した。ただ、1.5 秒後の時点では、まだ気泡界面の形状は変化し続けており、定常状態には至らなかった。現状では、式(16)の制限により時間ステップを小さく取らざるを得ないためであり、表面張力項を陰的に取り扱うことで、解析速度を上げていくことが今後の課題である。

また、ケース 1 の界面での流速分布が若干不揃いであったり、ケース 2 の界面に滑らかでない部分が残っている。平均体積率 ϕ を CSF モデルのカ

ラー関数に用いると、界面において精度のよい曲率を得られない場合があることが指摘されている[15]。界面の滑らかさに関しては、(今回は試していないが、) 距離関数を用いるレベルセット法を用いれば、改善される見込みはある。AFFr Ver. 5.1 からは、レベルセット法も使用可能になっている。

4. まとめ

本項では、AFFr Ver. 5.1 に組み込まれている、均質流モデルに基づいた界面追跡法について説明し、安定に計算を行う上での留意点についても述べた。また、気泡形状及び気泡周囲流れ場の解析事例を紹介し、妥当な気泡形状や終端速度を得られることを確認した。表面張力項に関する計算速度や、評価関数の精度に、まだ改良の余地があると思われるので、今後もブラッシュアップを進めていく。

参考文献

- [1] C.W.Hirt and B.D.Nichols, "Volume of Fluid Method for the Dynamics of Free Boundaries", *J. Comput. Phys.* **39**, 201-225(1981)
- [2] C.M.Rhie and W.L.Chow, "Numerical Study of the Turbulent Flow Past an airfoil with Trailing Edge Separation", *AIAA Jour.* **21**, 1525(1985)
- [3] H.K.Versteeg and W.Malalasekera, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics", 森北出版(2007)
- [4] Ubbink O. and Issa R.I., "Method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes", *Jour. Comput. Phys.* **153**, 26-50(1999)
- [5] T.Waclawczyk and T.Koronowicz, "Comparison of CICSAM and HRIC High-Resolution Schemes for Interface Capturing", *Jour. Theo. App. Mech.* **46**, 325 (2008)
- [6] Leonard B. P., "The ULTIMATE

- conservative difference scheme applied to unsteady one-dimensional advection", *Comput. Methods Appl. Mech. and Eng.* **88**, 17(1991)
- [7] 杉中隆史 他, "流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red の使い方", アドバンスソフト出版事業部(2011)
- [8] 林公佑, "界面追跡法に基づく二相流数値予測手法に関する研究", 博士論文、神戸大学 (2007)
- [9] J.U. Brackbill et. al., "A continuum method for modeling surface tension", *Jor. Comput. Phys.* **100**,171(2000)
- [10] S.Koshizuka and Y.Oka, "Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid", *Nucl. Sci. and Eng.* **123**, 421-434(1996)
- [11] Clift R., Grace J.R. and Weber J.R., "Bubbles, Drops, and Particles", Academic Press(1978)
- [12] A.Tomiyama, H.Minagawa and T.Sakaguchi, "Numerical Analysis of a Single Bubble with VOF Method", *Japan Soc. Mech. Eng.* **57**,539-2167(1991)
- [13] H. R. Prupacher and K. V. Beard, Q. J. R. Meteorol. Soc. **96**, 247-256(1970)
- [14] D. Bhaga, Ph.D Thesis, McGill Univ., Montreal(1976)
- [15] A.Tomiyama, S.Abe et. al., "A bechmark problem for numerical methods to evaluate surface tension force", *Proceedings of U.S. Japan Seminar on Two-Phase Flow Dyn.*, 171(2000)

※技術情報誌アドバンスシミュレーションは、アドバンスソフト株式会社 ホームページのシミュレーション図書館から、【カラー版】がダウンロードできます。(ダウンロードしていただくには、アドバンス/シミュレーションフォーラム会員登録が必要です。)