

音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoiseの透過音解析機能

松原 聖*

Analysis of acoustically transparent wall by Advance/FrontNoise

Kiyoshi Matsubara *

当社では、流体解析[1]および構造解析[2]との音響連成解析および大規模モデルを、周波数領域で並列計算機で高速にシミュレーションするための音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise を開発してきた[3]-[6]。今回、透過音の解析機能を開発したので、その計算原理について報告する。透過音の解析機能は、ここでは、主として構造物の透過音を解析することを目的としている。壁の振動に関するデータを固有値および固有ベクトルという形で、音響解析に与え、そのデータを利用して透過音を解析する機能である。ここでは、構造物の振動を直接、音響解析の基礎方程式に持ち込み、それをまとめて解くという定式化を利用している。これは、固有値解析の限界に依存するものであるが、線形弾性解析の範囲内では、近似解ではなく正しい解を得ることができる。この機能は、固有値・固有ベクトルを通して、壁の振動と音響解析を連成しているという意味で、音響・構造連成機能ということもできる。

Key word: 透過音、連成解析、音響解析、周波数領域、大規模計算、並列計算、有限要素法

1. はじめに

一般的な音響解析では、音の伝播経路を考えなければならない。例えば、室外の騒音からの室内の騒音を考えた場合には、つぎのような音が考えられる。音の伝播経路には、開放された窓等から伝わってくる音、閉じた窓から窓を通して伝播してくる音、排気ダクトを通して伝播してくる音、地面を伝播してくる振動が音として聞こえる等のさまざまな理由が考えられる。これまで、音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise は、音が伝播する媒体の解析の機能を持っていたため、上記の例では、開放された窓からの音の伝播を解くこと、すなわち、音の伝播する媒体を通しての伝播が中心であった。今回開発した機能は、この例では、閉じた窓の窓ガラスを通して伝播する音を解析するものである。ガラスは、その固さや厚さおよびその形状によって、外部から内部への音の伝播の様子が異なる。今回開発した機能では、それ

らの窓の形状やその固定状態、およびガラスの性質を含めたすべての条件を、固有値、固有ベクトルで取り扱う手法を採用した。

当社の主力商品として、別途、開発・販売を行っている構造解析ソフトウェア Advance/FrontSTR[2]等があり、従来から当社では、それらのソフトウェアとの連成に力を入れてきた。またそれらは、当社は開発者を有していること、およびソースコードを有していることから、Advance/ FrontNoise と Advance/FrontSTR は自由に連成できる状況にある。従って、今回の機能追加は、Advance/FrontSTR の持っている機能をフルに音響解析に生かすため、固有値、および固有ベクトルで音響解析ソフトに渡すという方法を採用した。この理由は、つぎの通りである。例えば、今後、ユーザのニーズにより音の伝播する構造の構造解析に必要な機能が増えたとしても、全体の仕組みを変更することなく Advance/FrontSTR で開発した線形解析に関する機能がすべて、固有値・固有ベクトルを通して反映できるというメリットがある。

*アドバンスソフト株式会社 第1事業部
1st Computational Science and Engineering
Group, AdvanceSoft Corporation

2. Advance/FrontNoise の透過音解析機能

通常のシミュレーションでの音響解析は、主として、音の伝播する主として空気中の音の伝播をシミュレーションするものである。これまで、音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise では、音の伝播する媒体中のみの音の伝播を解析する機能のみを有していた。従って、隙間のある箱からの音の伝播については、隙間から洩れる音は解析可能であるが、箱（構造物）を通して伝播する音は解析できなかった。

今回の音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise の改良では、構造物を通して伝播する音を解析する機能を追加した。音響解析の対象には、洩れる音のみが有意な解析対象もあるが、構造物を通した音の伝播が有意な解析対象もある。そのような対象を解析することが可能となった。

実際の音の伝播は複雑であるため、表面や構造物中の構造物の取り扱い等、いろいろなモデル化を考えていかなければならないが、音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise に構造物の透過音解析の機能を組み込んだことにより、より複雑な解析を実施するための基本的なツールは準備できたと考えている。

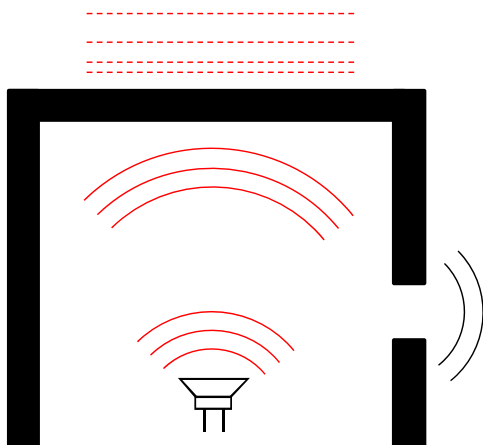


図1 透過音の解析機能

3. 透過音解析機能の定式化

3.1. 音響解析の基礎方程式

本システムでは、解くべき変数を音響速度ポテンシャル $\Psi(x, t)$ とする。以降、 x は3次元における位置を表し、 t は時間である。音響速度ポテン

シャルに対して、粒子速度 $V(x, t)$ 、音圧 $P(x, t)$ が次のような関係にある。

$$V(x, t) = \text{grad}(\Psi(x, t)) \quad (1)$$

$$P(x, t) = -\rho \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} \quad (2)$$

この音響速度ポテンシャル $\Psi(x, t)$ に対しては、通常の波動方程式

$$\nabla^2 \Psi(x, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial t^2} \quad (3)$$

が成り立つ。ここで、 c は音速である。また、同様に、

$$\nabla^2 V(x, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial t^2} \quad (4)$$

$$\nabla^2 P(x, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial t^2} \quad (5)$$

が成り立つ。ここで、音響速度ポテンシャル $\Psi(x, t)$ を Fourier 展開

$$\Psi(x, t) = \sum_{\nu=1, \infty} \varphi_{\nu}(x) e^{-i\omega t} \quad (6)$$

$$\omega = 2\pi\nu \quad (7)$$

をする。各周波数成分 $\varphi_{\nu}(x)$ に対して、

$$\nabla^2 \varphi(x) + k^2 \varphi(x) = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (8)$$

$$k = \frac{2\pi\nu}{c} \quad (9)$$

となり、Helmholtz 方程式に変換することができる。

ここで、 $\varphi_{\nu}(x)$ を $\varphi(x)$ と書いた。以下でも同様の記法を利用することがある。ここで、 $\varphi(x)$ は複素数であり、以下同様である。

3.2. 定式化の確認および記号

前節に述べた音響解析の基礎方程式に対して透過音解析機能の定式化を説明するために、現状の音響の複素行列を下記の通りとする。

$$(A)(\varphi) = (b) \quad (10)$$

$$\varphi_j, j=1, n \quad (11)$$

ここで、 φ は音響速度ポテンシャルである。また、 n は節点数である。これを透過音の関係する境界の自由度と分ける。順番を変更して

$$\varphi^1 = \varphi_j, j = 1, k \quad (12)$$

を内部の音響ポテンシャル、

$$\varphi^2 = \varphi_j, j = k + 1, n \quad (13)$$

を透過音の関係する境界の音響ポテンシャルとする。行列は、

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi^1 \\ \varphi^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (14)$$

となる。音響速度ポテンシャルは、粒子速度および圧力と

$$v = \text{grad} \varphi \quad (15)$$

$$p = i\omega\varphi \quad (16)$$

の関係がある。また、変位 u と粒子速度 v の関係

は、 $v = \frac{du}{dt}$ より

$$u = \frac{v}{i\omega} \quad (17)$$

である。音響解析の周波数領域の定式化では、

$$u(t, x) = u(x)e^{i\omega t}, v(t, x) = v(x)e^{i\omega t} \quad (18)$$

を仮定しているためである。

3.3. 透過音のための新たな変数

透過領域の振動に関する固有値、固有ベクトルを

$$\lambda_j, j = 1, m \quad (19)$$

$$\theta_j, j = 1, m \quad (20)$$

とする。ここで、 m はユーザーの指定する固有ベクトルの個数である。これを用いて、透過する部材の変位 u は、

$$u(t, u) = \sum_{j=1, m} a_j(t) \theta_j(x) \quad (21)$$

と表現できる。ここで、周波数領域での解析のため、

$$a_j(t) = a_j e^{i\omega t} \quad (22)$$

である。従って、本問題では、

$$a_j, j = 1, m \quad (23)$$

が変数となり、

$$u(x, t) = \sum_{j=1, m} a_j \theta_j(x) e^{i\omega t} \quad (24)$$

と書くことができる。従って、音響と等過音を同時に解析する場合に変数は

$$\varphi^1 = \varphi_j, j = 1, k \quad (25)$$

は、媒体内部の音響速度ポテンシャルであり、

$$\varphi^2 = \varphi_j, j = k + 1, n \quad (26)$$

は、透過する媒体との境界の音響速度ポテンシャルであり、

$$a_j, j = 1, m \quad (27)$$

は透過する媒体の振動を表現する固有ベクトルに係る係数とする。これらを利用して、解くべき行列は

$$\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi^1 \\ \varphi^2 \\ a_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d^1 \\ d^2 \\ d^3 \end{pmatrix} \quad (28)$$

の形となることが分かる。

3.4. 各行列の要素

3.4.1. ブロックの第1行

以下では、行列の各成分を求める。まず、ブロックの第1行については、それぞれの節点では、透過音とは直接関係しないため、

$$\begin{aligned} B_{11} &= A_{11} \\ B_{12} &= A_{12} \\ B_{13} &= 0 \\ d_1 &= b^1 \end{aligned} \quad (29)$$

であり、

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi^1 \\ \varphi^2 \\ a_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b^1 \\ b^2 \\ b^3 \end{pmatrix} \quad (30)$$

である。

3.4.2. ブロックの第2行

ブロック第2行では、境界の変位が、構造物の固有ベクトルによる変位と関連する（一致する）ことで構成する。すなわち、ブロックの第2行については、

$$u(x, t) = \sum_{j=1, m} a_j \theta_j(x) e^{i\omega t} \quad (31)$$

を満たすことより決定できる。一般的に、変位と音響速度ポテンシャルは

$$u(x, t) = \frac{v(x, t)}{i\omega} = \frac{\text{grad}\phi(x) e^{i\omega t}}{i\omega} \quad (32)$$

の関係があることから、

$$\frac{\text{grad}\phi(x)}{i\omega} e^{i\omega t} = \sum_{j=1, m} a_j \theta_j(x) e^{i\omega t} \quad (33)$$

となる。従って、各周波数では

$$\frac{\text{grad}\phi(x)}{i\omega} = \sum_{j=1, m} a_j \theta_j(x) \quad (34)$$

となる。全体行列で表すと、

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ 0 & D_{22} & -\Theta_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi^1 \\ \varphi^2 \\ a_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b^1 \\ 0 \\ d^3 \end{pmatrix} \quad (35)$$

となる。ここで、

$$D_{22} = \frac{\text{grad}\phi(x)}{i\omega} \quad (36)$$

となる対角行列であり、離散化の定式化から求めることができる。本ソフトウェアでは、四面体を利用していることから、各節点では、

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (37)$$

から求めることができる量を用いて

$$\text{grad}\phi(x) = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (38)$$

とあらわすことができる。また、固有ベクトルに関する行列については、式そのものが係数となり、

$$\Theta_{23} = (\theta_{ij}) = (\theta_i(x_j)) \quad (39)$$

となる密行列である。これは、固有ベクトルの情報から求めることができる。

3.4.3. ブロックの第3行

、最後にブロック第3行では、構造物の振動の運動方程式を利用して構成する。すなわち、音響による音圧が構造物を振動させる様子をモデル化するという意味になる。以下では、第3行について求める。構造物の振動の方程式は、

$$M\ddot{u} + Ku = f \quad (40)$$

である。これを固有関数展開

$$u(t, x) = \sum_{j=1, m} \beta_j(t) \theta_j(x) \quad (41)$$

である。これを振動の方程式に代入して、

$$\sum_{j=1, m} \{\ddot{\beta}_j(t) M \theta_j(x) + \beta_j(t) K \theta_j(x)\} = f \quad (42)$$

である。ここで、 $\theta_j(x)$ は固有値であり、および、

λ_j は固有値であるため、

$$K \theta_j(x) = \lambda_j M \theta_j(x) \quad (43)$$

である。これを運動方程式に代入して、

$$\sum_{j=1, m} \{\ddot{\beta}_j(t) M \theta_j(x) + \lambda_j \beta_j(t) M \theta_j(x)\} = f \quad (44)$$

である。ここで、固有ベクトルはM直交であるものとする。通常固有値ソルバは、M直交の固有ベクトルを出力し、特に、当社の構造解析ソフトウェア Advance/FrontSTR についても同じである。両辺の左から別の固有ベクトルの転置を乗じて、

$$\begin{aligned} \sum_{j=1, m} \{\ddot{\beta}_j(t) \theta_k^T(x) M \theta_j(x) + \lambda_j \beta_j(t) \theta_k^T(x) M \theta_j(x)\} \\ = \theta_k^T(x) f \end{aligned} \quad (45)$$

となる。ここで、固有ベクトルが、M直交であることから、

$$\theta_k^T(x) M \theta_j(x) = \delta_{kj} \quad (46)$$

である。これを利用して、

$$\ddot{\beta}_j(t) + \lambda_j \beta_j(t) = \theta_k^T(x) f \quad (47)$$

となる。ここで、透過音媒体の表面変位と音響の境界の変位は同じであるため、

$$\beta_j(t) = a_j(t) = a_j e^{i\omega t} \quad (48)$$

となる。従って、上記の方程式は、

$$(\lambda_j - \omega^2) a_j = \theta_k^T(x) f_j \quad (49)$$

である。ここで、右辺は音響から伝わる荷重であり、圧力を用いて定義することができる。すなわち、

$$f_j = pS = i\omega\varphi S \quad (50)$$

である。これで行列の全成分を求めることができた。

3.4.4. まとめ

ここまで3つの段階のモデル化を行ってきた。これで、必要な量をすべて決定でき、この式を解くことで、音響ポテンシャルを求めることができる。以上の定式化をまとめると、

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ 0 & D_{22} & \Theta_{23} \\ 0 & P_{32} & D_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi^1 \\ \varphi^2 \\ a_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (51)$$

となる。ただし、ここで、

$$D_{33} = ((\lambda_j - \omega^2)) \quad (52)$$

である。なる対角行列であり、

$$P_{32} = (i\omega S) \quad (53)$$

は圧力から構成される密行列である。

3.5. 離散化された方程式

以上をまとめると、係数行列の形式は下記の通りとなる。

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ 0 & D_{22} & \Theta_{23} \\ 0 & P_{32} & D_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi^1 \\ \varphi^2 \\ a_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (54)$$

したがって、この方程式を解くことにより、透過音解析が可能となる。これは、次元は $n+m$ の複素数の連立1次方程式であり、周波数毎に定められる。ソフトウェアでは、周波数毎に1回の連立方程式を解いて、音響ポテンシャルを求め、その結果を利用して、各種の物理量を求める。

3.6. 数値計算における注意

大規模な数値計算プログラムへの実装では、上記行列のうち

$$\Theta_{23}, P_{32} \quad (55)$$

が密行列になることに注意しなければならない。プログラミングが容易なように

$$D_{33} \text{ が対角行列} \quad (56)$$

であることを利用して、変数 a_j を消去することがもっともスマートに見える。しかし、それを消去する段階では、

$$\Theta_{23} P_{32} \quad (57)$$

の演算が出てくる。これは、境界に位置する節点数の次元の「密行列」となる。大規模計算を行う場合には、実質上取り扱うことができない大きさとなるため、上記の方程式をそのまま解くことが望ましい。そのためには、多少のプログラミングの工夫（特に並列計算）が必要であり、この処理は高速に解く場合には必須である。

4. まとめ

音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise の透過音解析機能については、今後、事例を積み重ね、今後とも当雑誌の記事に、その内容を紹介していく予定である。

当社の特徴は、商品となるソフトウェアのソースコードおよび開発した技術者を有していること、および、それらの多種のソフトウェアを組み合わせたツールとしてお客様にご提供できることである。本稿で述べた以外にも、当社では、別途、大規模固有値解析の取り組みを行ってきた。これについては、現在、Advance/NextNVH というソフトウェアにそれらの技術をまとめている。ここまでで述べたように、構造解析ソフトウェア

Advance/FrontSTR および流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red 等との連成はもちろんのこと、大規模固有値解析ソフトウェア Advance/NextNVH[7]とも組み合わせて、よりユーザー様に有用に使っていただくためのツールとして発展させていく予定である。

参考文献

- [1] 杉中 隆史ら, “Advance/FrontFlow/red Ver.4.1 の概要と特徴”, アドバンスシミュレーション Vol.2, 2010.9
- [2] 松原 聖, 袁 熙, 末光 啓二, 大家 史, 徳永 健一, “構造解析ソフトウェア Advance/FrontSTR”, アドバンスシミュレーション Vol.10, 2011.12
- [3] 松原 聖, 桑原 匠史, “音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise の現状”, アドバンスシミュレーション Vol.15, 2013.5
- [4] 松原 聖, “音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise の解析手法”, アドバンスシミュレーション Vol.15, 2013.5
- [5] 松原 聖, 桑原 匠史, 戸田 則雄, 大西 陽一, 大家 史, “音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise を利用した連成解析”, アドバンスシミュレーション Vol.15, 2013.5
- [6] 松原 聖, 桑原 匠史, “音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise の解析事例”, アドバンスシミュレーション Vol.15, 2013.5
- [7] 松原 聖, 桑原 匠史, “大規模固有値計算プログラム Advance/ NextNVH”, アドバンスシミュレーション Vol.4, 2010.11