音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoiseの現状

松原 聖* 桑原 匠史*

Acoustic Simulation Software: Advacne/FrontNoise

Kiyoshi Matsubara* and Takuhito Kuwabara*

当社では、2005年から独自に音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise[1][2][3][4]の開発を開始し、いろいろな分野のユーザー様に利用していただきながら、ソフトウェアを発展させてきた。特に、当社の他のソフトウェアと同様に大規模並列計算を可能とするということを軸として改良を行ってきた。現在では、有限要素法で億を超える要素数を対象に解析を行うことができるようになった。また、ユーザー様からの要望を開発に取り入れることで、大規模計算および音響解析の周辺機能も整備できてきた。本稿では、音響解析ソフトウェアのこれまでの開発経緯・現状での機能・今後の課題について述べる。

Key word: 音響解析、周波数領域、大規模計算、並列計算、有限要素法、境界要素法、検証

1. はじめに

産業界での製品に対する品質向上への要求から製品全体に対する大規模シミュレーションのニーズが高まっている。また、計算機の性能向上および価格の低下により、大規模な計算により精度の高い解析が可能となってきている。その1つの手段として、当社では、並列化を中心としたシミュレーションの大規模化および高速化を実現するためのソフトウェアの開発に取り組んできた[5][6][7][8][9]。

この方針のもと、当社では、音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise を独自に開発し、これまで、機械による環境騒音低減[10][11][12]や騒音低下のための機器設計[1]の一環として、音響シミュレーションに関するサービスを提供してきた。また、音響シミュレーションについては、構造解析における固有値の観点から別のアプローチも行ってきた[13][14]。

2. 開発の経緯

2.1. 開発の背景と概要

当社は、2002 年から 2005 年まで国のプロジェ *アドバンスソフト株式会社 第 1 事業部 1st Computational Science and Engineering Group, AdvanceSoft Corporation クトで実施した戦略的基盤ソフトウェアの開発 プロジェクトで開発したソフトウェアを実用化 し、普及することをミッションとして設立された 会社である。本ソフトウェア Advance/ FrontNoise は、プロジェクトで開発したソフトウェアをベースに当社で商用化したソフトウェ アには含まれていない。国のプロジェクトで開発 したソフトウェアを商用化する段階で、より広い 範囲に普及するために必要となり独自に開発し たソフトウェアがいくつかある。そのひとつが、 Advance/FrontNoise である。下記に、最初のバージョンリリースからの開発状況について示す。

2.2. 開発開始当時の状況

このような背景のもと、当社は 2005 年 9 月から音響解析ソフトウェアを開発してきた。当初は、 当時から当社で得意としていた LES による流体 騒音の解析を流体解析ソフトウェア Advance/ FrontFlow/red により実施し、そこで得られた音源の伝播を解析することを目的として、Advance/ FrontNoise の開発を開始した。

流体解析で得られた音源の伝播する対象は、主 として開空間であった。従って、開発当初のソフ トウェアは、開空間に対する放射音の解析に適し

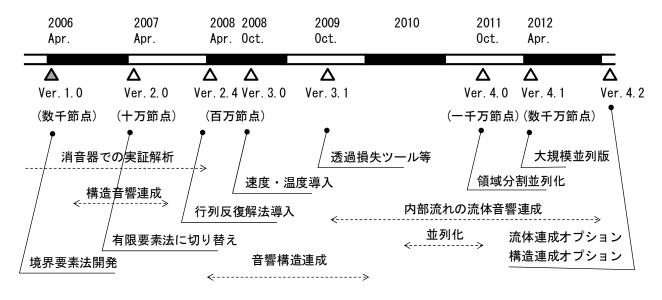


図 1 Advance/FrontNoise 開発経緯

ているという理由から、境界要素法に基づくソフ トウェアとして開発した。まず、通常のソフトウ ェアと同様に、シンプルな問題での結果から解析 解との比較を行い、流体解析の音源に適用して観 測点の音圧レベルを求めることができるように なった。音響解析の基本となる方程式は線形であ るため、古くからその性質の解析解が研究されて きた。特に、球座標系および円筒座標系等で特長 付けられる特殊関数によって、その解析解が表現 されてきた。また、線形の偏微分方程式であり、 基本解が求められているため、解析的にも非常に 取り扱いやすい方程式であったこと、および、そ の表現を用いた解が実用的にも非常に大きな意 味を持ったことから、研究が進んだといえる。そ れらについては、教科書には数多くの記述がある が、特に参考文献[15][16][17][18]には、放射、干 渉、吸収、外部問題、内部問題等につき、解析的 な記述がされており、ソフトウェアの開発には非 常に参考になった。

2.3. 境界要素法版の完成 (Ver. 1)

Advance/FrontNoise の境界要素法版は、鉄道総合技術研究所様(文献[10][11][12])の解析に利用していただいた。ここでのテーマは、車輪騒音の環境への放射の解析であった。実施した計算は、構造音響連成の解析であり、当時では先端的な解

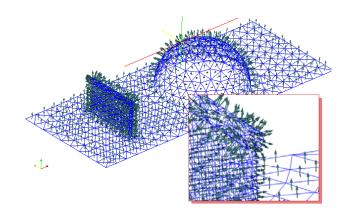


図 2 境界要素法の三角形メッシュ

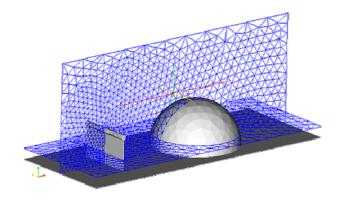


図 3 境界要素法の観測点の指定

析であった。この解析では、まず、車輪の振動を 構造解析ソフトウェア Advance/FrontSTR で解 析を行った。その結果から得られる車輪表面の振 動を音源として、Asdvance/FrontNoise で音響解 析を行った。その解析では、後述する処理時間の 問題で、1つのピークとなる周波数でのみの音響解析しか実施てきなかった。しかし、実験結果とも比較的よく一致する結果を得た。

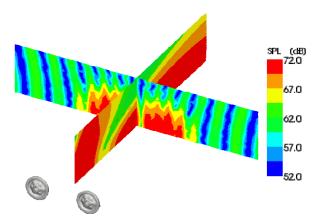


図 4 境界要素法版 Advance/FrontNoise による 車輪騒音解析(鉄道総合技術研究所様による解析 [10][11][12])

ここでは、境界要素に利用した三角形要素は、 節点数 8000、要素数 20000 のモデルであった。 境界要素法では、8000 節点では、8000×8000 で 1 周波数あたり数時間の処理時間を要した。従っ て、多くの周波数を無条件に計算することはでき ない状況であった。

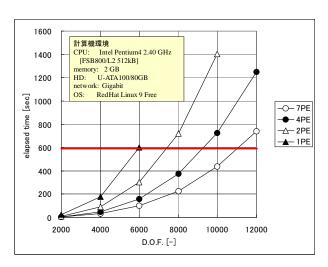


図 5 境界要素法版の並列性能

従って、その当時の計算機環境では、いかに要素数を少なくして計算時間を稼ぐかということが課題であった。また、並列計算機に関しては、当時は手軽に利用できる計算機は数 CPU の計算機という状況であったため、処理時間を短縮できても高々数分の1という状況であった。

一方では、その当時は、流体解析では、LESを利用した大規模計算へという流れが強く、境界要素で、非常に少ない要素数でしか計算できないこと、および、複雑な計算対象への適用が難しいことから、音響解析は、処理時間の面で、非常に制約の多い苦しい状況であった。

2.4. 境界要素法から有限要素法へ (Ver. 1→2)

そのような状況の中、消音器の解析で、鳥取大学の西村正治教授にご指導いただく機会を得た。そのプロジェクトでは、西村正治教授により音響の理論をご指導いただき、また、ソフトウェアでの検証も可能なような実験を実施していただいた。そのプロジェクトの中で、当社で開発を行っていた Advance/FrontNoise の比較を実施した。ここでは、実験、1次元の理論解、シミュレーションを比較するもので、Advance/FrontNoise の基本的な性能の定量的な評価は大きく前進した。この時点では境界要素法を利用していたため、このマフラーの計算にもかなりの処理時間を要した。





図 6 ソフトウェア評価のために初期に行った 実験風景 (鳥取大学工学部西村正治教授)

また、このプロジェクトにおいて、処理時間の 課題を解決するために、境界要素法にとってかわ る有限要素法のプログラムを作成することを試 みた。境界要素法では、線形の偏微分方程式の基 本解がベースとなっており、その基本解の形状や 積分の方法が、数値計算上は非常に高度な内容であったため、ソフトウェアは非常に難解なものであった。しかし、有限要素法では、形状関数を用いて離散化する手順であったため、境界要素法に比べれば、はるかに見通しのいいソフトウェアとなった。また、プロトタイププログラムは非常に短時間で開発できたため、西村正治教授とのプロジェクトの中で、境界要素法と有限要素法との比較を行った。

表 1 境界要素法と有限要素法の比較

比較項目	有限要素法	境界要素法
処理速度	0	Δ
使用記憶容量	0	Δ
放射問題対応	Δ	0
非均一媒体	0	×
定式化	容易	困難
境界条件	容易	困難

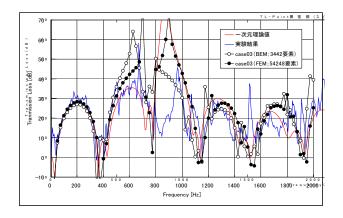


図 7 開発初期に行った境界要素法・有限要素法・ 理論解・実験の比較

ここで有限要素法によるプログラムは非常に 高速であり、また、大規模疎行列を解くことは、 当社のソフトウェア開発陣にとっては非常に馴 染みのある手法であった。したがって、この時点 から、有限要素法に徐々に切り替えることとした。 そこでは、両者の入出力をまったく同じ形式とし ながら、比較して開発を実施していった。

2.5. 境界要素法と有限要素法の限界

音響解析は、解析する周波数でメッシュ幅が制

限される。すなわち、メッシュ幅の最大が解析周 波数により制限される。当時は、サイズが 50cm 程度であり、実用的に要求された上限の周波数は 2kHz 程度であった。例えば、音速が 300m/sec で 2kHz の音の波長は、15cm である。離散化さ れた音響解析では、ひとつの波長の中に、8 つ程 度の節点を設定して解析を実施する必要がある。 従って、この場合には、2cm 程度のメッシュ幅が 必要となる。

消音器のような内部問題を対象に考えてみる。 従って、1 辺が 50cm の立方体を解析領域とする と、1 辺に 25 節点を設定する必要があり、25× 25×25、1 万数千節点で計算することになる。

境界要素法では、1 面に 25×25 の節点を設定する必要があるため、6 面で 4000 節点程度の節点を設定する必要があった。この密行列を解くためには、1 時間程度を要した。

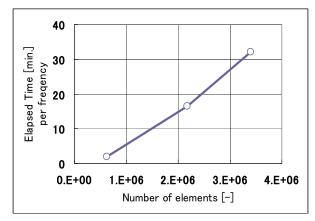
2.6. 行列ソルバーの改良 (Ver. 2)

処理時間のほとんどは、複素数の行列要素から 構成される連立1次方程式の解を求める過程に費 やされる。Advance/FrontNoiseでは、1つの周 波数につき、1回の連立方程式を解いている。領 域分割による並列化においては、この連立方程式 を解く部分を並列化する。このため、非常に大き なサイズとなる複素数から成る行列要素を各プ ロセッサに分散させて使用記憶容量上に持ち、高 速に並列処理することが要求される。一方で周波 数分割する並列方法においては、この大きなサイ ズの行列を各プロセッサですべて持っておく必 要がある。

開発当時は、有限要素法のプロトタイプであったため、行列解法には、バンド行列の直接法を利用していた。バンド幅は、100以下で、10000程度の自由度であるため、直接法でも比較的高速に解くことができた。また、このソルバーで、これまで境界要素法で得ていたすべての結果と比較することにより、有限要素法の精度は境界要素と同程度であることを確認できた。

表 2 Ver. 2.0 の処理時間とメモリ

要素数	節点数	メモリ量	処理時間
630,761	115,292	150MB	2分02秒
2,176,068	390,341	490MB	16分30秒
3,403,839	606,721	780MB	32分07秒



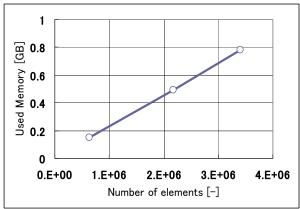


図 8 Ver. 2.0 の処理時間とメモリ

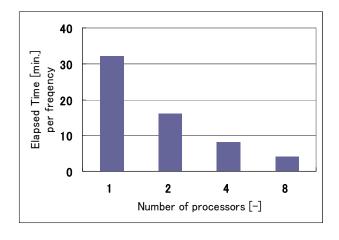


図 9 Ver. 2.0 の周波数ごとの並列性能

このプロトタイプを整備した状態で、Ver. 2.0 が 完成した。このソルバーでは、有限要素法で、数 万節点までの処理をすることが可能となった。また、有限要素を利用することで、将来的に大規模 疎行列の計算をする道筋が見えていたため、開発 陣にとっては、非常に明るい未来が開けたことに なった。

この時点までに、すでに開発開始から2年の歳 月が経過していた。その時点では、未熟なソフト ウェアではあったが、利用いただけるユーザー様 の要望で、いくつかの周辺ツールの整備も行った。 例えば、消音器に利用する透過損失の計算ツール である。この原理については、西村正治教授にご 指導をいただき、ツールを整備した。また、ユー ザー様に利用していただくために、ファイルのコ ンバートを行い、解析手順のラインに組み込むこ とができるようにした。

その後は、既存の方法に乗って、まず、バンド行列に対する直接法を、大規模疎行列の反復法に入れ替えた。この時点で、数百万節点の計算が可能となり、かつ、その処理時間は30分程度であった。従って、数百万節点も実用的に適用できる範囲となった。その開発においては、いくつかの反復解法を試し、頑強で処理速度の速い手法を採用した。

この時点で行列ソルバーの並列化は行っていなかった。しかし、音響解析では、周波数ごとの計算が独立に行うことができるため、周波数ごとの並列計算を実装していた。

2.7. 領域分割並列化による大規模計算 (Ver. 3)

Ver.2 までのソフトウェアは、大規模問題に対して必須である領域分割による並列化がされていなかった。Ver.3 へのアップグレードでは、並列化して、さらに大規模問題に適用することを目指した。

並列化では、「周波数分割による並列化」と「領域分割による並列化」が考えられる。このうち、「周波数分割による並列化」は、異なる周波数を異なるプロセッサで処理する方法である。周波数分割による並列化のメリットは、並列化効率が100%に近いこと(例えば、nCPUで処理速度がn倍になること)、および、プログラムの実装が容

易なことである。一方、並列化による1プロセス 当たりの使用記憶容量が一定である(例えば、 nCPUで使用記憶容量もn倍必要である)ことが デメリットである。

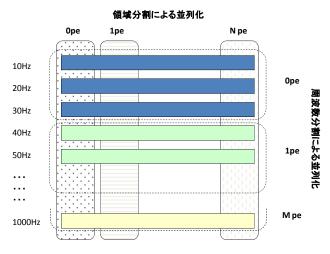


図 10 2つの並列化手法の概要

また、「領域分割による並列化」は、解析領域を分割して異なるプロセッサに処理を担当させる方法である。領域分割による並列化のメリットとデメリットは、周波数分割による並列化と表裏一体である。つまり、そのメリットは使用記憶容量が節約できること、デメリットは並列化効率が落ちることである。

Ver.2 までは周波数分割の並列のみであったが、この方針に沿って、Ver3 では領域分割による並列化の手法を実装した。下記に、Ver.3 での処理速度と使用記憶容量の性能を示す。

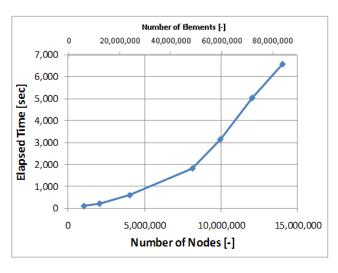


図 11 節点数と処理時間

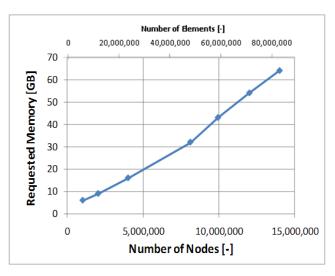


図 12 使用記憶容量(16CPU利用時)

2.8. さらなる大規模計算へ (Ver. 4)

Ver.4 をリリースするにあたり、さらなる大規模化のために改良を行った。

ここでは、24 コア、36 コア、48 コアでの並列性能の比較を示す。24 コアでは、192GBの主記憶容量が利用可能であり、このサイズで処理可能な1.4 億要素までのデータに限定して、この3つのケースの処理時間を測定した。この結果、24コアと48コアを比較した場合には、ほぼ倍程度の処理速度が出ており、並列性能は、ほぼ問題ないと考えられる。

Advance/FrontNoise の大規模データに対する 処理速度とメモリを計測した。ここでは、3系列 のデータを示した。処理速度については、図 13 と図 14 に示す通りである。1 つのデータは、1PEs で実行に換算した結果である。2 つめのデータは 12PE で実行した結果である。3 つめのデータは 48PE で計測したデータである。このうち、△枠 の印が実際に実行したデータをとった値である。 その他については、他のデータから補間等を行っ たデータである。

メモリについては、図 15 と図 16 の通りである。 ここでは、48CPU、392GB のメモリ(+同程度 のスワップ 392GB)の計算機環境で実施した。黒 い線が必要なメモリ量である。784GB 程度が利用 可能な計算機環境であれば、グラフから 7 千万節 点、4 億要素まで実行できることが分かる。実際 に、71,473,375 節点、425,747,664 要素のデータ を実行することができた。例えば、本資料に示したデータから、メモリが 512GB でありスワップ の設定がない環境におけるデータサイズのぎり ぎり上限を考えると、5千万節点、2億5千万要素程度まで解析可能であることがわかった。

このように、Ver.4では、さらなる大規模計算が可能となった。この性能に、連成等の機能を加えたソフトウェアが現在リリース中の Ver.4.2である。

表 3 検証例題の規模

要素数	節点数	自由度
92,629,494	15,625,000	31,250,000
116,790,654	19,683,000	39,366,000
137,437,824	23,149,125	46,298,250
160,385,394	27,000,000	54,000,000
185,754,864	31,255,875	62,511,750
255,051,294	42,875,000	85,750,000
301,460,454	50,653,000	101,306,000
381,127,194	64,000,000	128,000,000
425,747,664	71,473,375	142,946,750

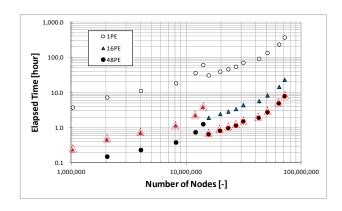


図 13 節点数と処理速度

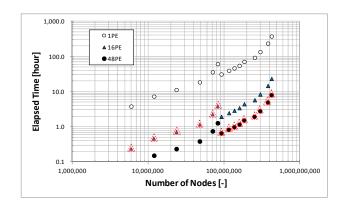


図 14 要素数と処理速度

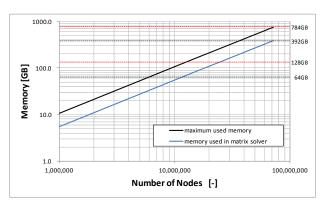


図 15 節点数と使用記憶容量

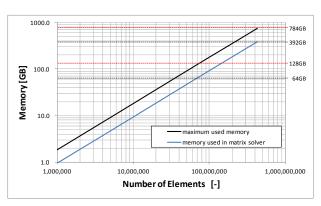


図 16 要素数と使用記憶容量

3. Advance/FrontNoise の機能

音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise では、音源の位置とその大きさ等を入力として与え、解析領域内の音響速度ポテンシャルや音圧レベルを求める。また、空間的に分布する場の流れがある場合には、その流れを考慮した方程式を解く。また、温度場等の設定された密度分布のある場も解くことができる。

Advance/FrontNoise では、音響の基礎方程式を周波数空間に変換し、その周波数空間において離散化して基礎方程式を解く。境界条件には、面に対して境界条件を与える。そこでは、音源の条件、インピーンダンス、および、外部境界の条件を与えることができる。また、点音源も与えることができる。これらはいずれも周波数ごとに与えることができる。

離散化においては、解析条件が柔軟に設定可能な有限要素法を適用する。本ソフトウェアでは、どんな複雑形状に対しても容易にメッシュを作成できるように、有限要素法においては、形状適合性の高い四面体1次要素を採用している。本問

題はポテンシャル問題であるため、四面体 1 次要素で精度面でも問題なく解析を実行することが可能である。四面体要素を採用していることにより、ユーザーによるメッシュ作成の自由度が大幅に向上している。

表 4 音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise の機能

項目		内容
		(1) 音響ポテンシャルに関する
		波の方程式を周波数空間に変換
# 7	礎方程式	した方程式
左1	逆刀怪 八	(2) 空間的に分布する場の流れ
		および空間的に分布する音響伝
		播媒体を考慮可能
解	g析領域	内部領域、および外部領域
物	速度	場の速度を指定可能(デフォル
性		ト;速度0)
値		場の温度(音の伝播媒体)を要素
等	温度	ごとに指定することが可能(デフ
4		オルトは均一媒体)
	面音源	壁境界に対して、周波数ごとに音
	田 日 <i>(</i> 広	圧または粒子速度を設定可能
		節点に対して、単極子、双極子、
境	点音源	または、四重極子のパラメータを
界		設定可能
条	インピー	周波数ごとに壁境界に音響イン
件	ダンス	ピーダンスを設定可能
		面(外部境界)に対して、ρ c 境
	外部境界	界を設定可能(音響インピーダン
		スを与える機能)
	離散化	有限要素法
数	要素	四面体 1 次要素
値	並列計算	自動領域分割で MPI で並列化
解	行列解法	GMRES 系列の反復法
法	大規模	4 億要素・8000 万節点(四面体
	実績	一次要素)
		周波数ごとの音響ポテンシャル、
解析結果		音圧、音圧レベルを、バイナリ形
		式でファイル出力

プリポスト

プリポストの正式リリース版は なく、お持ちのプリポストとの接 続については、要相談。

有限要素法で離散化されたのちに、自動領域分割による並列化を行う。並列は、MPIを用いて行っている。また、行列解法には、GMRES系の反復解法を利用しているが、その他の選択も可能なようになっている。解析結果は、音響ポテンシャル、音圧、音圧レベルを出力できる。また、解析結果については、いくつかの周辺ツールにより編集し、音響特性を求めることができる。

以上で述べたように Advance/FrontNoise の特長は、①大規模解析が可能、②低コストのソフトウェア、③メンテナンス体制である。このうち、大規模解析では、4 億要素、8000 万節点程度の解析実績がある。また、 Advance/FrontNoise では、騒音・音響解析の最小限度必要なコア部分のみを合理的な価格で提供している。複数 CPU での稼動については同一料金を設定している。さらに、自社開発ソフトのため十分なサポート体制がとれ、特定のニーズにカスタマイズが可能である。

4. 今後の課題

4.1. ロードマップ

音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise は、ほぼ1年ごとにバージョンアップされたソフトウェアをリリースしている。最新バージョンは、2013年4月1日に Ver. 4.2 リリースした。Ver. 4.1 から向上した機能は、メッシュリファインツールの提供、境界条件の種類の追加およびバグフィックスである。また、本バージョンから、別途料金にて、流体連成オプション、構造連成オプションの提供を開始した。ここ1年で、複素媒体機能の追加、透過音解析の機能追加を実施する予定である。

また、引き続き、大規模計算の高速化、吸収境 界の改良、プリポストの整備等に、取り組んでい く予定である。

4.2. 今後のバージョンアップ内容(予定)

固体の透過音とポーラス等に適用可能な複素 媒体の機能追加を行う予定であり、2つの機能を 含めたバージョンアップを計画している。まず、 複素媒体については、ポーラス等に適用可能であ

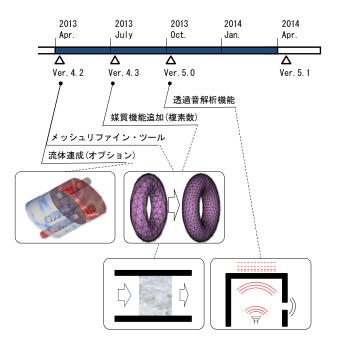


図 17 2014 年春までの開発ロードマップ

る。透過音については、これについては、詳細お よびその結果については、次回または次々回のア ドバンスシミュレーションに掲載予定である。

まず、固体の透過音については、構造物を透過する音の解析を想定している。音の伝播には、構造物の物性やその構造物全体の特性が必須であるが、ここでは、構造物の固有関数を利用した方法を適用する。あらかじめ求めた構造物の固有関数(固有ベクトル)をもとに、その構造物を透過する音響を評価する。構造物の物性やその形状を含めた構造物の全体の特性は、固有関数(ベクトル)にすべて含まれているものと考えられる。

次に、ポーラスを想定した複素媒体の適用が可能とする予定である。これについては、基礎方程式における各物性を複素数にするのみであるが、これを利用すれば、例えば、下記のようなフィルタを通過する音響評価に、本ソフトウェアを利用できるようになる。例えば、複素実効インピーダンスを

$$Z_{0} = R + iX = \rho^{*}c^{*}$$

$$R = \rho c \left[1 + 0.0571 (\rho f / R_{1})^{-0.754} \right]$$

$$X = -\rho c \left[0.0870 (\rho f / R_{1})^{-0.732} \right]$$
(1)

とし、複素伝播定数を

$$b = \alpha + i\beta = \omega/c^{*}$$

$$\alpha = (\omega/c) [0.189(\rho f/R_{1})^{-0.595}]$$

$$\beta = (\omega/c) [1 + 0.0978(\rho f/R_{1})^{-0.700}]$$

$$0.01 \le \rho f/R_{1} \le 1$$
(2)

等とする定式化を利用する。ここで ρ はガス密度 (ρ^* は実効的な密度)、c は音速 (c^* は実効的な音速)、 $f = \omega/2\pi$ は振動数、 $R_{\rm l}$ は流れ抵抗である。また、

$$R_1 = \frac{R_f}{L} \tag{3}$$

$$R_f = \frac{\Delta P}{u} \tag{4}$$

であり、Lはマテリアルの厚さ、uはマテリアルを通過する粒子速度、 ΔP はマテリアルの入り口と出口の境界面上の圧力差。 R_1 はマテリアル固有の値となる。

大規模計算が可能になったとはいえ、数日という非常に長時間の処理が必要となるのが現状である。処理時間のほとんどは、複素数大規模疎行列に対する連立1次方程式の解法(反復法による解法)でかかっている。Advance/FrontNoiseの開発においては、実績のある反復法のアルゴリズムを利用したが、今後、高速化のために、最先端の高速なソルバーのアルゴリズムの適用も含めた検討をしていく。

また、現在の Advance/ FrontNoise にはプリポストはないが、当社のプリポストソフトウェアの Advance/REVOCAP を Advance/FrontNoise 用に提供することを検討している。本機能については、現在評価中である。

5. おわりに

音響解析ソフトウェア Advance/FrontNoise は、これまで、大規模解析および他のソフトウェ アとの連成解析を行うことに力を入れて開発お よびリリースを行ってきた。今後とも、これらの 点に力を入れて改良を重ねていくとともに、ユー ザー様のご要望を取り入れながら、本ソフトウェ アを進化させていく予定である。

参考文献

- [1] 桑原匠史, "Advance/FrontNoise を用いた音響解析", アドバンスシミュレーション Vol.2, 2010.9
- [2] 松原聖・桑原匠史, "Advance/FrontNoise による大規模解析", アドバンスシミュレーション Vol.9, 2011.10
- [3] 松原聖, "Advance/FrontNoise による大規 模解析 – 続報 – ", アドバンスシミュレーション Vol.13, 2012.10
- [4] 松原聖・戸田則雄, "Advance/FrontNoise による構造音響および流体音響連成解析", アドバンスシミュレーション Vol.14, 2013.1
- [5] 杉中 隆史ら, "Advance/FrontFlow/red Ver.4.1 の概要と特徴", アドバンスシミュレ ーション Vol.2, 2010.9
- [6] 松原 聖, 袁 熙, 末光 啓二, 大家 史, 徳永 健一, "構造解析ソフトウェア Advance/ FrontSTR", アドバンスシミュレーション Vol.10, 2011.12
- [7] 末光啓二, 徳永健一, "Advance/FrontSTR の部品アセンブリ解析機能", アドバンスシミュレーション Vol.8, 2011.07
- [8] 末光啓二, 徳永健一, "Advance/FrontSTR のメッシュ細分化機能「リファイナー」", アドバンスシミュレーション Vol.8, 2011.07
- [9] 末光啓二, "Advance/FrontSTR による並列接触解析", アドバンスシミュレーション Vol.13, 2012.10
- [10] 赤間誠他, "鉄道用低応力・低騒音軽量車輪の開発",日本機会学会論文誌 A, Vol.73, No.730, 2007.07
- [11] M.Akama, et al., "Design and analysis of low-stress and low-noise lightweight railway wheel," Proc. IMechE Vol. 223 Part F: J. Rail and Rapid Transit, June, 2008
- [12] 赤間誠他, "車輪板部の形状変更による応力

- と騒音の低減手法", 鉄道総研報告, Vol.24, No.6, June. 2010
- [13] 松原聖, 桑原匠史ら, "数千万自由度を対象 とした大規模並列固有値ソルバー", 日本機 械学会, 第19回計算力学講演会, 2006.11.05
- [14] 松原聖, 桑原匠史, "大規模固有値計算プログラム Advance/ NextNVH", アドバンスシミュレーション Vol.4, 2010.11
- [15] P.M.Morse, K.U.Ingard, "Theoritical Acoustics", Princeton University Press 1986
- [16] H.S.Howe, "Theory of Vortex Sound", Cambridge University Press, 2003
- [17] 鈴木 昭次, 西村 正治ら, "機械音響工学", コロナ社, 2004
- [18] C.A.Wagner, T.Huttl, P.Sagaut, "Large -Eddy Simulation for Acoustics",Cambridge University Press, 2004