

気液二相流解析ソフトウェア Advance/FrontFlowMPの概要

杉中 隆史* 大島 小百合* 三橋 利玄**

Outline of Advance/FrontFlow/MP

Takafumi Suginaka*, Sayuri Oshima* and Toshiharu Mitsuhashi**

Advance/FrontFlow/MP の計算の流れ、基礎方程式、流動様式、構成方程式、気泡合体モデル、粒子（介在物）凝集モデルについて紹介する。

Key word: 気液二相流、二流体モデル、流動様式、構成方程式、気泡合体モデル、粒子凝集モデル

1. はじめに

Advance/FrontFlow/MP は二流体モデル（Euler-Euler 法）により気液二相流の流動特性や伝熱特性を3次元で解析する非構造格子系のソフトウェアである。Advance/FrontFlow/MP の計算の流れ、基礎方程式、流動様式、構成方程式、気泡合体モデル、粒子凝集モデルについて紹介する。

2. 計算の流れ

数値解法は SIMPLE 法を使用し、時間積分法は Euler 陰解法を使用して、以下の①～⑧の手順で反復計算により収束解を得る。

- ①気体と液体の物性値、初期値、境界条件を与える。
- ②各時刻において計算メッシュごとに流動様式を判別する。
- ③流動様式ごとに構成方程式を切り替えて、気液界面における質量、運動量、エネルギーの輸送を計算する。
- ④気液各相に対して質量保存方程式と運動方程式を解く。

- ⑤流体の温度を計算する場合には、気液各相に対してエネルギー方程式を解く。
- ⑥固体の温度を計算する場合には、流体・固体間の熱伝達量と固体の熱伝導方程式を解く。
- ⑦流れが乱流の場合には、乱流モデルを解く。
- ⑧全ての計算メッシュで、圧力（気体と液体は同一の値とする）、気体と液体の速度、気体と液体の温度、気体と液体の体積割合が収束するまで②～⑦を繰り返し、収束したら時間ステップを1つ進めて、②へ行く。

非定常計算の各時刻あるいは定常計算における計算の流れを図1に示す。

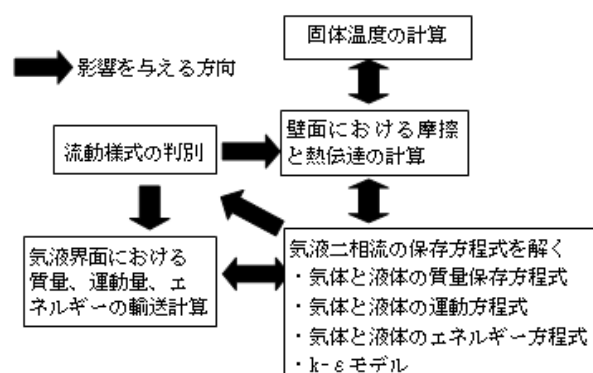


図1 非常計算の各時刻あるいは定常計算における計算の流れ

*アドバンスソフト株式会社 技術第3部

3rd Technical Division, AdvanceSoft Corporation

**アドバンスソフト株式会社 第2事業部

Computational Science and Engineering Division
II, AdvanceSoft Corporation

3. 基礎方程式

Advance/FrontFlow/MP は二流体モデルの基礎方程式を使用する。

乱流モデル[1][2]は、①両相で平均化した速度、

密度、粘性係数を使う混合型 $k - \varepsilon$ モデル、②気泡流において気泡による乱流の生成と散逸を考慮する分散型 $k - \varepsilon$ モデル、③渦粘性一定のモデルから選択することができる。混合型 $k - \varepsilon$ モデルは気体と液体が分離する流れや気泡流から噴霧流まで変化する流れに適し、分散型 $k - \varepsilon$ モデルは気泡流に適している。

Advance/FrontFlow/MP で使用する基礎方程式を以下に示す。

①気相と液相の質量保存方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k) + \nabla(\rho_k \alpha_k v_k) = \Gamma_k \quad (1)$$

②気相と液相の運動量保存方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k v_k) + \nabla(\rho_k \alpha_k v_k v_k) \\ &= -\nabla(\alpha_k \tau_k) \\ & - \nabla(\alpha_k \tau_k^T) - F_{wk}' - F_{ik} - F_{gk} \\ & - \alpha_k \nabla P + \Gamma_k v_{ik} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} F_{ik} = \\ F_{bk} + F_{dk} + F_{mk} + F_{Lk} + F_{Wk} + F_{Tk} \end{aligned} \quad (3)$$

③気相と液相のエネルギー保存方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k h_k) + \nabla(\rho_k \alpha_k h_k v_k) \\ &= -\nabla(\alpha_k q_k) - \nabla(\alpha_k q_k^T) \\ & + \alpha_k \frac{DP}{Dt} + \Gamma_k h_{sk} + q_{ik} + q_{wk} \end{aligned} \quad (4)$$

④乱流モデル

(a) 混合型 $k - \varepsilon$ モデル

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m k) + \nabla(\rho_m k v_m) \\ &= \nabla \left\{ \left(\frac{\mu_{m,t}}{\sigma_k} \right) \nabla k \right\} + G_m - \rho_m \varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \varepsilon) + \nabla(\rho_m \varepsilon v_m) \\ &= \nabla \left\{ \left(\frac{\mu_{m,t}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right\} + c_1 \frac{\varepsilon}{k} G_m - c_2 \rho_m \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、

$$v_m = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i \rho_i v_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i \rho_i} \quad (7)$$

$$\rho_m = \sum_{i=1}^n \alpha_i \rho_i \quad (8)$$

$$\mu_{m,t} = \rho_m C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

$$G_m = \mu_t \left(\frac{\partial v_{m,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{m,j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_{m,i}}{\partial x_j} \quad (10)$$

(b) 分散型 $k - \varepsilon$ モデル

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_l \alpha_l k) + \nabla(\rho_l \alpha_l k v_l) \\ &= \nabla \left\{ \alpha_l \left(\mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right\} \\ & + \alpha_l G - \rho_l \alpha_l \varepsilon + \alpha_l S_k \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_l \alpha_l \varepsilon) + \nabla(\rho_l \alpha_l \varepsilon v_l) \\ &= \nabla \left\{ \alpha_l \left(\mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right\} \\ & + c_1 \alpha_l \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 \rho_l \alpha_l \frac{\varepsilon^2}{k} + c_3 \alpha_l S_k \frac{\varepsilon}{k} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mu_{l,t} = \rho_l C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (13)$$

$$G = \mu_t \left(\frac{\partial v_{l,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{l,j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_{l,i}}{\partial x_j} \quad (14)$$

$$S_k = \frac{3}{8r_b} \alpha_g \rho_l C_D V_r^3 \quad (15)$$

ここで、

k : 液相か気相かを表すインデックス

m : 液相と気相の混合を表すインデックス

l : 液相を表すインデックス

ρ_k : k 相の密度

α_k : k 相の体積割合

v_k : k 相の速度

Γ_k : k 相の質量生成率

τ_k : k 相のせん断応力

τ_k^T : k 相の運動量の乱流フラックス

F_{wk}' : k 相の壁面摩擦係数

F_{ik} : 界面摩擦係数 (全体)

F_{bk} : 気泡流における気液界面摩擦係数

F_{dk} : 噴霧流における気液界面摩擦係数

F_{mk} : 中間領域における気液界面摩擦係数

F_{Lk} : 揚力

F_{wk} : 壁面潤滑係数

F_{Tk} : 乱流拡散係数

F_{gk} : 体積力として k 相に働く重力

g_k : 重力加速度

P : 圧力 (静圧)

u_{ik} : 気液界面の速度 (相手側の速度を使用)

h_{ik} : k 相の飽和エンタルピー

q_k : k 相の熱流束

q_k^T : k 相の乱流による熱流束

q_{ik} : 気液界面での k 相への熱流束

q_{wk} : 壁面での k 相への熱流束

c_μ : 乱流モデルのモデル定数 (=0.09)

c_1 : 乱流モデルのモデル定数 (=1.44)

c_2 : 乱流モデルのモデル定数 (=1.92)

c_3 : 乱流モデルのモデル定数 (=1.3)

h_k : k 相のエンタルピー

k : 乱流エネルギー

ε : 乱流エネルギーの散逸率

4. 流動様式[3] [4]

二流体モデルは流動状態を特徴づける物理量から流動様式を求め、流動様式ごとに異なる構成方程式を使用する。Advance/FrontFlow/MP は流動様式線図として、①図 2、②図 3、③液体単相と気泡流と気体単相、④液体単相と噴霧流と気体単相から選択する。

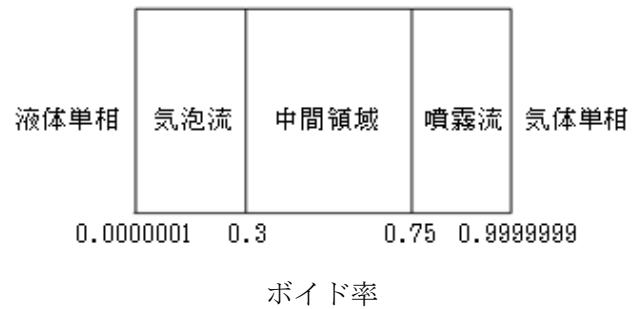


図 2 ボイド率で分類する流動様式線図

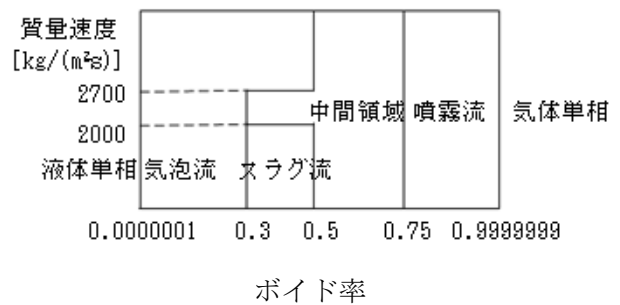


図 3 ボイド率と質量速度で分類する流動様式線図

5. 沸騰と凝縮による質量生成率

沸騰や凝縮による質量生成率 Γ_k は界面におけるエネルギーバランス (1つの相から熱流束と潜熱の形で流出する熱量はもう1つの相に熱流束と潜熱の形で流入する熱量に等しいということ) から求める。界面におけるエネルギーバランス式は

$$\Gamma_l h_{il} + q_{il} + \Gamma_g h_{ig} + q_{ig} = 0 \quad (16)$$

となる。ここで、 q_{il} と q_{ig} は界面と各相の間の熱流束である。界面における質量バランスは

$$\Gamma_l + \Gamma_g = 0 \quad (17)$$

となるため、式(17)を式(16)に代入すると、質量生成率は式(18)のようになる。この式により沸騰と凝縮による質量生成率を計算する。ここで、式(18)の右辺の分母は潜熱に相当する。

$$\Gamma_g = \frac{-q_{il} - q_{ig}}{h_{ig} - h_{il}} \quad (18)$$

6. 界面摩擦力

液体中に気泡が分散して存在する気泡流の場合には、単一気泡に働く界面摩擦力 F_{bk}^* [N/個]は

$$F_{bk}^* = C_D \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{2} \rho_l v_r |v_r| \quad (19)$$

ここで、

C_D : 単一気泡に対する抗力係数

d : 平均気泡径

ρ_l : 液体の密度

v_r : 液相と気相の速度差

となり、気泡の数密度 N [個/m³]は

$$N = \frac{\alpha}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3} \quad (20)$$

ここで、 α : ボイド率

となるので、気泡と液体の間で働く界面摩擦力

F_{bk} [N/m³]は、式(19)×式(20)より次のようになる。

$$F_{bk} = \frac{3}{4} \frac{C_D \alpha}{d} \rho_l v_r |v_r| \quad (21)$$

気体中に液滴が分散して存在する噴霧流の場合には、液滴と気体の間で働く界面摩擦力 F_{dk} は

式(22)のようになる。

$$F_{dk} = \frac{3}{4} \frac{C_D (1-\alpha)}{d'} \rho_g v_r |v_r| \quad (22)$$

ここで、

C_D : 単一液滴に対する抗力係数

d' : 平均液滴径

ρ_g : 気体の密度

中間領域の界面摩擦力 F_{mk} は、流動様式線図として図 2 を選択した場合には、ボイド率 0.3 の

気泡流における界面摩擦力 F_{bk} とボイド率 0.75 の噴霧流における界面摩擦力 F_{dk} が滑らかにつながるように 3 次式で補間して与える。

気泡流の抗力係数 C_D は富山らが考案した以下の式[5][6]を使用する。

$$C_D = \begin{cases} \max \left[\min \left\{ \frac{16}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}), \frac{48}{Re} \right\}, \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right] \alpha_l^{3-2n} \\ \max \left[\min \left\{ \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}), \frac{72}{Re} \right\}, \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right] \alpha_l^{3-2n} \\ \max \left[\frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}), \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right] \alpha_l^{3-2n} \end{cases} \quad (23)$$

ここで、

Re : 気泡レイノルズ数 $= \rho_l |v_r| d / \mu_l$

$|v_r|$: 気液相対速度の絶対値

Eo : エトベス数

α_l : 液体の体積割合

n : 液滴が群になる影響を表す係数

噴霧流の抗力係数 C_D は以下の式を使用する。

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re'} \alpha_g^{3-2n} \\ \frac{24}{Re'} (1 + 0.15 Re'^{0.687}) \alpha_g^{3-2n} \\ 0.44 \alpha_g^{3-2n} \end{cases} \quad (24)$$

または、

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) \alpha_g^{3-2n} \quad (25)$$

ここで、

Re : 液滴レイノルズ数 $= \rho_g |v_r| d' / \mu_g$

$|v_r|$: 気液相対速度の絶対値

α_g : 気体の体積割合 n

7. 揚力

揚力は、気液速度差と液体の速度勾配によって相対速度に対して垂直方向に働く力である。揚力は以下の式で表現され、この揚力によって気泡は壁に近づいたり離れたりする。

$$F_L = \sum_{j=1}^N C_L \alpha_g \rho_l (v_g - v_l) \times (\nabla \times v_l) \quad (26)$$

揚力係数 C_L は、富山らが考案した以下の式[7]を使用する。

$$C_L = \begin{cases} \min[0.288 \tanh(0.121 Re_b), f(Eo_d)] \\ (Eo_d < 4) \\ f(Eo_d) \\ (4 \leq Eo_d \leq 10.7) \end{cases} \quad (27)$$

$$f(Eo_d) = 0.0010 Eo_d^3 - 0.015 Eo_d^2 - 0.0204 Eo_d + 0.474 \quad (28)$$

ここで、 Eo_d は修正エトベス数である。

あるいは、ユーザーが揚力係数 C_L を定数で与えて使用する。

8. 壁面潤滑力[4]

壁面潤滑力は、気泡が壁に沿って移動するときに、壁と反対側に液体が排除されることに伴って気泡が壁から遠ざかる挙動を表現する。以下に示す Antal らのモデルを使用する。

$$F_{W,g} = \sum_{j=1}^N \left(C_{W1} + C_{W2} \frac{r_g}{y} \right) \alpha_g \rho_l \frac{u_r^2}{r_g} n_w \quad (29)$$

9. 乱流拡散力[4]

乱流拡散力は、ボイド率の分布に偏りがあるときに、ボイド率の分布を均一化する力を表現する。以下に示す Lopez らのモデルを使用する。

$$F_{TD,g} = - \sum_{j=1}^N C_{TD} \rho_l k_l \nabla \alpha_g \quad (30)$$

10. 界面熱流束[3] [4]

気泡流の場合には、界面熱流束は以下の式を使用する。

$$q_{il} = H_{il} \frac{6\alpha}{d} (T_s - T_l) \quad (31)$$

$$H_{il} = \frac{\lambda_l}{d} (2 + 0.74 Re_e^{0.5}) \quad (32)$$

$$q_{ig} = H_{ig} \frac{6\alpha}{d} (T_s - T_g) \quad (33)$$

$$H_{ig} = \begin{cases} 1000 & (T_g \geq T_s) \\ 10000 & (T_g < T_s) \end{cases} \quad (34)$$

ここで、

H_{il} : 単一気泡に対する液体の界面熱伝達係数

d : 平均気泡径

T_l : 液体の温度

T_s : 飽和温度

λ_l : 液体の熱伝導率

Re_e : レイノルズ数 $= \frac{\rho_l |d|}{\mu}$

H_{ig} : 単一気泡に対する気体の界面熱伝達係数

噴霧流の場合には、界面熱流束は以下の式を使用する。

$$q_{il} = H_{il} \frac{6(1-\alpha)}{d} (T_s - T_l) \quad (35)$$

$$H_{il} = 15000 \frac{\lambda_l}{d} \quad (36)$$

$$q_{ig} = H_{ig} \frac{6(1-\alpha)}{d} (T_s - T_g) \quad (37)$$

$$H_{ig} = \frac{\lambda_g}{d} (2 + 0.74 Re_e^{0.5} Pr_g^{0.333}) \quad (38)$$

ここで、

H_{il} : 単一液滴に対する液体の界面熱伝達係数

d : 平均液滴径

T_l : 液体の温度

T_s : 飽和温度

λ_l : 液体の熱伝導率

H_{ig} : 単一液滴に対する気体の界面熱伝達係数

Re_e : レイノルズ数 $= \frac{\rho_l |d|}{\mu}$

Pr_g : 気体のプラントル数

中間領域は、流動様式線図として図 2 を選択した場合には、ボイド率 0.3 の気泡流における界面熱流束とボイド率 0.75 の噴霧流における界面熱流束が滑らかにつながるように 3 次式で補間して与える。

11. 界面速度

界面速度 v_{ik} は発生前の相の速度を使用する。

12. 壁面熱流束

壁面熱流束を計算するために、沸騰の熱伝達様式を判別して、熱伝達様式ごとに異なる熱伝達相関式を使用する。

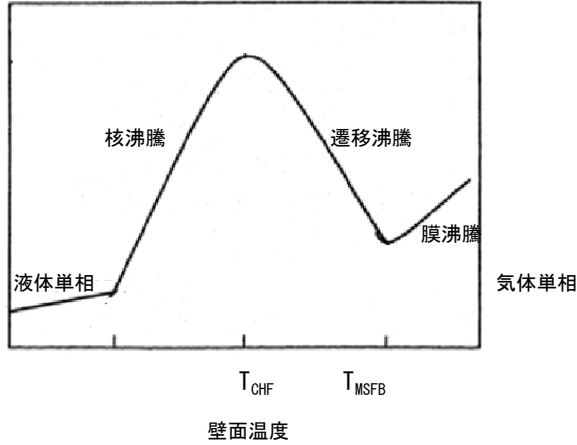


図 4 沸騰曲線

限界熱流束温度 T_{CHF} と最小安全膜沸騰温度 T_{MSFB} と壁温 T_w を比較して、核沸騰領域と遷移沸騰領域と膜沸騰領域は以下のように判別する。

$T_w \leq T_{CHF}$: 核沸騰領域

$T_{CHF} < T_w \leq T_{MSFB}$: 遷移沸騰領域

$T_{MSFB} < T_w$: 膜沸騰領域

12.1. 限界熱流束温度[3] [4]

Chen の核沸騰熱伝達相関式から求めた熱流束 q''_{CHEN} と Zuber の限界熱流束相関式から求めた熱流束の計算値 q''_{CHEN} が一致するように繰り返し計算で限界熱流束温度 T_{CHF} を求める。

$$q''_{CHEN} = h_{nucb}(T_w - T_l) \quad (\text{Chenの式}) \quad (39)$$

$$q''_{CHEN} = 0.15h_{fg}\rho_g^{0.5}\left\{\sigma g(\rho_l - \rho_g)\right\}^{0.25} \quad (\text{Zuberの式}) \quad (40)$$

ここで、

$$h_{nucb} = 0.00122 \frac{\lambda_l^{0.79} C_{pl}^{0.45} \rho_l^{0.49}}{\sigma^{0.5} \mu_l^{0.29} (h_{sg} - h_{sl})^{0.24} \rho_g^{0.24}} (T_w - T_s)^{0.24} (p_w - p)^{0.75} S W_{n2} \quad (41)$$

$$S = \begin{cases} 1.0 & (\text{Re}_{TPP} \leq 0) \\ (1 + 0.12 \text{Re}_{TPP}^{1.14})^{-1} & (0 < \text{Re}_{TPP} \leq 32.5) \\ (1 + 0.42 \text{Re}_{TPP}^{0.78})^{-1} & (32.5 < \text{Re}_{TPP} \leq 70) \\ (1 + 0.42 \times 70^{0.78})^{-1} & (70 < \text{Re}_{TPP}) \end{cases} \quad (42)$$

$$\text{Re}_{TPP} = \text{Re}_{TP} \times 10^{-4} \quad (43)$$

$$\text{Re}_{TP} = \frac{\rho_l(1 - \alpha_g)|v_l|L}{\mu_l} \exp(1.25F) \quad (44)$$

$$F = \begin{cases} 0.0 & (X_{tt}^{-1} \leq 0.1) \\ 0.8544153 + \ln(X_{tt}^{-1} + 0.213) & (X_{tt}^{-1} > 0.1) \end{cases} \quad (45)$$

$$X_{tt}^{-1} = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{0.9} \left(\frac{\rho_l}{\rho_g}\right)^{0.5} \left(\frac{\mu_g}{\mu_l}\right)^{0.1} \quad (46)$$

($X_{tt}^{-1} \leq 100$)

$$W_{n2} = \begin{cases} 1 & (\alpha < 0.7) \\ S/S_l & (\alpha \geq 0.7) \end{cases} \quad (47)$$

p_w : 壁面温度 T_w における液体の飽和圧力

L : 壁から流体セルまでの距離

x : クオリティ

$$S_l = \min(S, S^*) \frac{0.98 - \alpha_g}{0.98 - 0.70} \quad (48)$$

12.2. 最小安全膜沸騰温度[3] [4]

最小安全膜沸騰温度 T_{MSFB} は以下の相関式数を使用する。

$$T_{MSFB} = T_{HN} + (T_{HN} - T_l) \left(\frac{\lambda_l \rho_l C_{pl}}{\lambda_w \rho_w C_{pw}} \right)^{0.5} \quad (49)$$

ここで、

$$T_{HN} = 705.44 - (4.722 \times 10^{-2}) DP + (2.3907 \times 10^{-5}) DP^2 - (5.8193 \times 10^{-9}) DP^3 \quad (50)$$

$$DP = 32036 - P \quad (51)$$

式(49)～式(51)において、温度の単位は[° F]、圧力の単位は[psi]である。

あるいは、ユーザーが最小安全膜沸騰温度 T_{MSFB} を定数で与えて使用する。

12.3. 液体単相に対する熱伝達係数[3]

液相側の壁面熱伝達係数 h_{wl} は以下の式を使用する。

$$h_1 = 0.023 Re_l^{0.8} Pr_l^{0.4} \frac{\lambda_l}{L} \quad (52)$$

$$h_2 = Nu \frac{\lambda_l}{L} \quad (53)$$

$$h_{wl} = \max(h_1, h_2) \quad (54)$$

ここで、

Re_l : 液体のレイノルズ数

Pr_l : 液体のプラントル数

Nu : ヌッセルト数 (4 を使用)

λ_l : 液体の熱伝導率

気体側の壁面熱伝達係数 h_{wg} は 0 とする。

$$h_{wg} = 0 \quad (55)$$

12.4. 気体単相に対する熱伝達係数[3]

気体側の壁面熱伝達係数 h_{wg} は以下の式を使用する。

$$h_1 = 0.023 Re_g^{0.8} Pr_g^{0.4} \frac{\lambda_g}{L} \quad (56)$$

$$h_2 = 0.13 \left\{ \frac{\rho_g^2 g \beta (T_w - T_g)}{\mu_g} \right\}^{\frac{1}{3}} \lambda_g Pr_g^{\frac{1}{3}} \quad (57)$$

$$h_{wg} = \max(h_1, h_2) \quad (58)$$

ここで、

Re_g : 気体のレイノルズ数

Pr_g : 気体のプラントル数

λ_g : 気体の熱伝導率

液相側の壁面熱伝達係数 h_{wl} は 0 とする。

$$h_{wl} = 0 \quad (59)$$

12.5. 核沸騰領域に対する熱伝達係数[3] [4]

液相側の壁面熱伝達係数 h_{wl} は以下の式を使用する。

$$h_{wl} = h_1 + W_{nl} h_{nucb} \quad (60)$$

ここで、

h_1 : 式(54)で求めた壁面熱伝達係数

$$W_{nl} = \min \left(1, \frac{T_w - T_s}{T_w - T_l} \right) \quad (61)$$

気体側の壁面熱伝達係数 h_{wg} は以下の式を使用する。

$$h_{gl} = \left(\frac{T_w - T_s}{T_{CHF} - T_s} \right)^2 \max(h_1, h_2) \quad (62)$$

$$h_1 = 0.023 Re_g^{0.8} Pr_g^{0.4} \frac{\lambda_g}{L} \quad (63)$$

ここで、

$$h_2 = 0.13 \left\{ \frac{\rho_g^2 g \beta (T_w - T_g)}{\mu_g} \right\}^{\frac{1}{3}} \lambda_g Pr_g^{\frac{1}{3}} \quad (64)$$

あるいは、ユーザーが液相側の壁面熱伝達係数 h_{wl} を定数あるいは任意の式で与えることが可能である。

12.6. 膜沸騰領域に対する熱伝達係数[3] [4]

膜沸騰領域では壁面に接するセル内部で、気体膜が壁面を覆った状態にある。液相側の壁面熱伝達係数 h_{wl} は放射伝熱と膜沸騰伝熱を考慮した以下の式を使用する。

$$h_{wl} = h_r \frac{T_w - T_s}{T_w - T_l} + h_f \frac{T_w - T_s}{T_w - T_l} \quad (65)$$

$$h_r = (1 - \alpha_g) \sigma_{SB} \varepsilon_r \frac{T_w^4 - T_s^4}{T_w - T_s} \quad (66)$$

$$h_f = \begin{cases} h_{f0} & (\alpha_g \leq 0.5) \\ h_{f0} (3 - 2X_1) X_1^2 & (0.5 < \alpha_g \leq 0.75) \\ 0 & (0.75 \leq \alpha_g) \end{cases} \quad (67)$$

$$h_{f0} = 0.62 \left\{ \frac{\rho_g \lambda_g^3 (\rho_l - \rho_g) g h_{lg}'}{\mu_g (T_w - T_s) \lambda} \right\}^{0.25} \quad (68)$$

(Bromleyの式)

ここで、

$$X_1 = \frac{0.75 - \alpha_g}{0.75 - 0.5} \quad (69)$$

$$\lambda = 2\pi \left\{ \frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)} \right\}^{0.5} \quad (70)$$

$$h_{lg}' = (h_{sg} - h_{sl}) + 0.5 C_{pg} (T_g - T_s) \quad (71)$$

σ_{SB} : Stefan-Boltzman 定数
 ε_r : 放射率

あるいは、ユーザーが液相側の壁面熱伝達係数 h_{wl} を定数あるいは任意の式で与えることが可能である。

13. 気泡径[3] [4]

気泡径 d_b は、臨界ウェーバー数から決まる以下の式を使用する。

$$d_b = \sigma We / (\rho_l |V_l - V_g| 2)$$

ここで、

d_b : 気泡径

σ : 表面張力係数

We : 臨界ウェーバー数 (気泡の場合には 7.5 が標準値)

ρ_l : 液体の密度

$|V_l - V_g|$: 気液速度差

あるいは、ユーザーが気泡径 d_b を定数で与えて

使用する。

14. 液滴径[3] [4]

液滴径 d_d は、臨界ウェーバー数から決まる以下の式を使用する。

$$d_d = \sigma We / (\rho_g |V_l - V_g| 2)$$

ここで、

d_d : 液滴径

σ : 表面張力係数

We : 臨界ウェーバー数 (液滴の場合には 4 が標準値)

ρ_g : 気体の密度

$|V_l - V_g|$: 気液速度差

あるいは、ユーザーが液滴径 d_d を定数で与えて使用する。

15. 気泡合体モデル[2] [8]

15.1. ポピュレーションバランス方程式

各気泡グループに対する質量保存式はポピュレーションバランス方程式と呼ばれ、以下の式で表現される。以下は気泡の分裂を含めて表現しているが、現在の Advance/FrontFlow/MP は分裂モデルを導入していない。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_g \alpha_{gi}) + \nabla (\rho_g v_g \alpha_{gi}) = S_{gi} \quad (72)$$

$$S_{gi} = \rho_g \frac{\pi}{6} d_i^3 (B_{ci} - D_{ci} + B_{bi} - D_{bi}) \quad (73)$$

$$B_{ci} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i Q_{jk} \quad (74)$$

$$D_{ci} = n_i \sum_{j=1}^N Q_{ij} \quad (75)$$

$$B_{bi} = \sum_{j=j+1}^N G_{ji} n_j \quad (76)$$

$$D_{bi} = n_i \sum_{j=1}^i G_{ij} \quad (77)$$

ここで、

B_{ci} : 合体によってグループ i が生成される速度

D_{ci} : 合体によってグループ i が消失する速度

B_{bi} : 分裂によってグループ*i*が生成される速度

D_{bi} : 分裂によってグループ*i*が消失する速度

Q_{jk} : グループ*j*と*k*が合体する速度

n_j : グループ*j*の個数濃度

G_{ji} : グループ*j*が分裂して*i*が生成される速度

$$t_{ij} = \left(\frac{r_{ij}^3 \rho_l}{16\sigma} \right)^{0.5} \ln \left(\frac{h_0}{h_f} \right) : \text{合体に要する時間[s]}$$

$$\tau_{ij} = \frac{r_{ij}^{2/3}}{\varepsilon^{1/3}} : \text{接触時間[s]}$$

ε : 乱流エネルギーの散逸率[m²/s³]

あるいは、気泡合体のソースタームはユーザーサブルーチンで与えることが可能である。

15.2. 気泡合体のソースターム

気泡はマイクロバブル化すると汚れや気泡の帯電が気泡の合体に影響を与えるようになるが、Advance/FrontFlow/MP はマイクロバブルより大きい気泡を対象として図5に示す力学モデルを使用する。

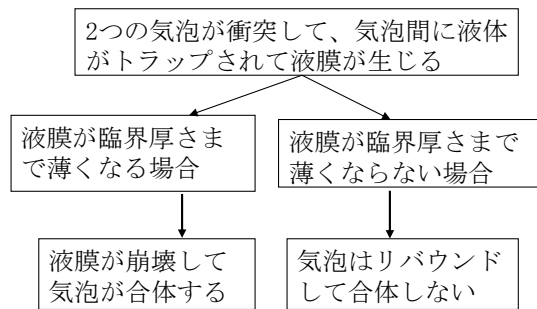


図5 気泡合体の力学モデル

気泡合体のソースタームは、膜が臨界厚さに達するまで2つの気泡が接触している割合（合体効率）と衝突頻度の積で表現する Princea&Blanch のモデル[9]を使用する。

Princea&Blanch モデルは単位体積あたりの気泡間合体頻度 Q_{ij} を、気泡同士を押し付ける乱流運動と浮力による上昇速度と速度勾配の影響を以下の式で表現する。

$$Q_{ij} = c_1 (\theta_{ij}^T + \theta_{ij}^B + \theta_{ij}^L) \exp(-c_2 \cdot t_{ij} / \tau_{ij}) \quad (78)$$

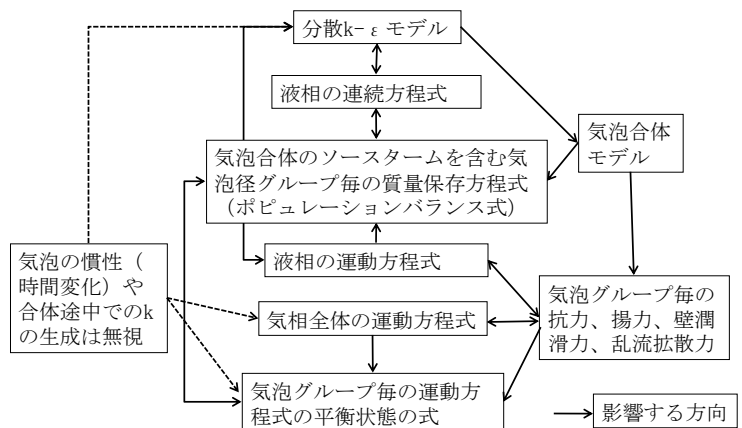
ここで、

θ_{ij}^T : 乱流運動による合体速度[1/(m³s)]

θ_{ij}^B : 浮力による合体速度[1/(m³s)]

θ_{ij}^L : 層流の速度ひずみによる合体速度

15.3. 気泡合体モデルの計算手順



Advance/FrontFlow/MPは図6に示す手順で計算を行っている。

図6 気泡合体モデルの計算手順

16. 粒子(介在物)凝集モデル[10][11][12]

Advance/FrontFlow/MP に導入している粒子(介在物)凝集モデルを説明する。

16.1. 解析モデル

解析モデルの概要を以下に示す。

①粒子は分散相とみなし、その運動は

Basset-Boussinesq-Oseen-Tchen の式で記述する。粒子に作用する力として、慣性力、抗力、浮力、圧力勾配力、付加慣性力は考慮するが、Baseet 項は考慮しない。

②粒子同士の合体による凝集・肥大現象は、流体の乱れによる乱流凝集、浮力によって生じる粒子間の速度差に起因する差動凝集、層流せん

断による凝集等が考えられる。これらは凝集係数（効率）をパラメータとして考慮する。

③粒子は球形で密度は一定とする。

④気体と液体の流動解析においては気液二相間の摩擦力を考慮する。粒子が液相から受ける抗力は考慮するが、粒子は気液二相流動に影響を与えないものとする。

⑤気泡合体モデルとの併用、気泡への粒子の捕捉、粒子の壁への付着は考慮しない。

16.2. 解析方法

本解析モデルでは粒子が気液二相流動に影響を与えないという仮定を置くため、気液二相流の解析と粒子の挙動解析は以下のように2つのステップに分けて行う。

・ステップ 1

粒子の影響を考慮しないで気液二相流の流動解析を行う。

・ステップ 2

ステップ 1 で求めた液相速度を使用して、粒子の挙動を解析する。

16.3. 基礎方程式

粒子の挙動を解析するための基礎方程式を以下に示す。

①粒子の個数濃度（質量）の保存方程式

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \nabla(n_k v_k) = \nabla(D_k \nabla n_k) + S_k \quad (79)$$

$$S_k = \left(\frac{1}{2} \sum_{i+j=k} N_{ij} - \sum_{i=1}^{\max} N_{ik} \right) \eta$$

$$= \left(\frac{1}{2} \sum_{i+j=k} \beta(i, j) n_i n_j - \sum_{i=1}^{\max} \beta(i, k) n_i n_k \right) \eta \quad (80)$$

$$\beta(i, j) = \beta^T(i, j) + \beta^B(i, j) + \beta^{LS}(i, j) \quad (81)$$

$$\beta^T(i, j) = 2(2\pi)^{0.5} R^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_p} \right)^2 (\tau_i - \tau_j)^2 \left(\frac{Dv_l}{Dt} \right)^2 \\ & + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_p} \right)^2 (\tau_i - \tau_j)^2 g^2 \\ & + \frac{1}{9} R^2 \frac{\varepsilon \rho_l}{\mu_l} \end{aligned} \right\}^{0.5} \quad (82)$$

$$R = \frac{d_i + d_j}{2} \quad (83)$$

$$\tau_i = \frac{4}{3} d_i^2 \rho_l / (\mu_l Re_i C_{Di}) \quad (84)$$

$$Re_i = \frac{d_i |\mathbf{v}_l - \mathbf{v}_i| \rho_l}{\mu_l} \quad (85)$$

$$C_{Di} = 0.4 + 24 / Re_i + 6 / (1 + Re_i^{0.5}) \quad (86)$$

$$(Dv_l / Dt)^2 = 1.3 \nu^{-0.5} \varepsilon^{2/3} \quad (87)$$

$$\beta^B(i, j) = \frac{2\pi A \rho g}{9\mu} n_i n_j (d_i + d_j)^3 |d_i - d_j| \quad (88)$$

$$\beta^{LS}(i, j) = \frac{1}{6} n_i n_j (d_i + d_j)^3 (dv_l / dL) \quad (89)$$

$$\eta = 0.72 \left[\mu R^3 (\varepsilon / \nu)^{0.5} / A_{131} \right]^{0.242} \quad (90)$$

②粒子の運動量保存方程式

$$\rho_p \frac{Dv_k}{Dt} = -\frac{3}{4} C_{Dk} \frac{\rho_l}{d_k} |v_l - v_k| (v_k - v_l)$$

$$+ \rho_l \frac{Dv_l}{Dt} + \frac{1}{2} \rho_l \left(\frac{Dv_l}{Dt} - \frac{Dv_k}{Dt} \right) + (\rho_l - \rho_p) g \quad (91)$$

ここで、

n_k : 粒子径グループ k の数密度[1/m³]

v_k : 粒子径グループ k の速度[m/s]

S_k : 凝集による粒子径グループ k の生成/消滅速度[1/(m³・s)]

$\beta(i, j)$: 粒子グループ i, j の衝突速度[1/(m³・s)]

$\beta^T(i, j)$: 乱流運動による粒子グループ i, j の衝

突速度 $\beta^B(i, j)$ [$1/(m^3 \cdot s)$]
 $\beta^B(i, j)$: 浮力による粒子グループ i, j の衝突速度
 $\beta^B(i, j)$ [$1/(m^3 \cdot s)$]
 $\beta^{LS}(i, j)$: 層流せん断による粒子グループ i, j
 の衝突速度 $\beta^B(i, j)$ [$1/(m^3 \cdot s)$]
 R : 粒子グループ i, j の衝突半径[m]
 d_i : 粒子グループ i の粒子径[m]
 ε : 乱流エネルギーの散逸率 [m^2/s^3]
 μ_l : 液体の粘性係数 [$Pa \cdot s$]
 ν : 液体の動粘性係数 [m^2/s]
 (dv_l / dL) : 液体のせん断速度 [$1/s$]
 η : 粒子の凝集効率 (係数)
 A_{31} : 実効 Hakamer 数[J]

17. まとめ

現状の Advance/FrontFlow/MP に導入している基礎方程式、流動様式、構成方程式、気泡合体モデル、粒子凝集モデルについて紹介した。改良後の機能については別の機会にご紹介する。

参考文献

- [1] Lopez de Bertodano, M., Lahey, Jr. R. T., Jones, O. C. : "Development of a $k-\varepsilon$ Model for Bubbly Two - Phase Flow", Trans. ASME, J. Fluid Eng., 116 (1994) p128-134
- [2] Vivek V.Buwa, Vivek V.Ranade : "Dynamic of gas-liquid flow in a rectangular bubble column: experiment and single/multi-group CFD simulations", Chemical Engineering Science, 57 (2002) p4715-4736
- [3] 秋本, 阿部, 大貫, 村尾, "二流体モデル構成方程式評価用ドライバーコード MINI-TRAC", 日本原子力研究所 JAERI - M91-086 (1991)
- [4] 秋山, 有富, "新しい気液二相流数値解析", コロナ社(2002)
- [5] 富山, 片岡, 坂口, "気泡の抗力係数に関する研究", 機論, 61-587, B(1995), p2357-2364
- [6] 富山, 片岡, 福田, 坂口, "気泡の抗力係数に関する研究", 機論, 61- 588, B (1995), p2810-2817
- [7] Akio Tomiyama, Hidesada Tamai, Iztok Zun, Shigeo Hosokawa : "Transverse migration of single bubbles in simple shear flows", Chemical Engineering Science, 57 (2002) p1849-1858
- [8] P. Chen, M.P. Dudukovic, J. Sanyal: "Tree-Dimensional Simulation of Bubble Column Flows with Bubble Coalescence and Breakup", AIChE Journal, 51 (2005) p696-717
- [9] M.J.Prince and H.W.Blanch, AIChE J. : "Bubble Coalescence and Break-Up in Air-Sparged Bubble Columns", 36 (1990)p1485-1499
- [10] 高谷幸司他, "連続鑄造プロセスにおける気泡、介在物挙動の数学的モデリング", 住友金属, Vol.50, No.2, pp.84-93(1998)
- [11] 谷口尚司, 菊池淳, "流体中微小粒子の衝突・凝集機構", 鉄と鋼, 第 78 年第 4 号, pp.527-535(1992)
- [12] S. Taniguchi, A. Kikuchi, T. Ise and N. Shoji: "Model Experiment on the Coagulation of Inclusion Particles in Liquid Steel", ISIJ Int., Vol.36, pp. S 117 -S 120 (1996)