

二流体モデルによる顕著な圧縮性をもつ気液二相流の過渡解析

湊 明彦

アドバンスソフト株式会社 コンサルティング・グループ

宇津野 英明

独立行政法人原子力安全基盤機構 原子力システム安全部

Transient Analysis of Highly Compressible Gas-Liquid Two-Phase Flow Using Two-Fluid Model

Akihiko Minato

AdvanceSoft Corporation Consulting Group

Hideaki Utsuno

Japan Nuclear Energy Safety Organization Nuclear Energy System Safety Division

1. 緒言

流体の圧縮性は圧力波、水撃、臨界流、爆発、音響、キャビテーション等の構造物に大きい負荷を与える流動現象を支配する。プラントや機器の設計と健全性評価に関わる実験は規模や安全性の問題で困難なことがあり、数値シミュレーションが有効な分野である。

一般的な数値流体力学の解析では、SMAC (Simplified marker and cell)法のように慣性力が支配的であり、流体の密度変化や粘性の効果が小さい流れを対象にしている。主な解析対象である水や空気の比較的大きい流路の流れ場を解析するときは非圧縮性流体近似を用いて効率的な数値解法を構築することができる。気液二相流では気液の速度が異なる場合は多いので、各相の運動方程式を独立に取り扱う二流体モデルが適しており、SMAC法の二流体モデルへの拡張が進んで複雑な気液二相流現象を扱う大規模な三次元解析が実用化されている。

圧縮性流体解析技術は非圧縮性近似とは異なった配慮が必要である。圧縮性流体では局所的な圧力と速度の変動の影響の伝播を追跡する必要があるが、単相流については既に解析手法が確立されている。伝播する速度は流速と音速の重ね合わせた速度であり、その経路を特性曲線と言う。

この圧縮性単相流解析で確立された手法を圧縮性気液二相流に応用するとき、大きな問題がある。流体の音速 a (m/s)は密度 ρ (kg/m³)と圧縮率 β (1/Pa)を用いて次のように表すことができる。

$$a = \frac{1}{\sqrt{\rho\beta}}$$

気液二相流では一般に液体が質量の大部分を占め、圧縮性は気体が担っている。圧力と速度の変動の影響を伝える音速は気液の密接な相互作用現象であるため、圧縮性単相流解析手法を気体と液体にそれぞれ適用し、それらを合成して圧縮性気液二相流解析手法とするのは適切ではない。このため、気液二相媒質を単相媒質に近似した扱いが必要であるが、均質近似ではなく二流体モデルにおける気液速度差を直接取り入れるには工夫が必要である。

ここでは原子力安全性研究において整備した二流体モデルによる多次元圧縮性気液二相流解析技術¹⁾を報告する。先ず、基礎的な圧縮性単相流解析技術について述べ、その二流体モデルへの拡張方法について説明し、最後に検証解析結果を紹介する。

2. 圧縮性単相流の解析技術

二流体モデルによる圧縮性二相流解析手法のベースとなる圧縮性単相流の解析技術を解説する。等エントロピー流れを仮定することにより、アルゴリズムを簡素化する。エネルギー(温度)の伝播に比べて圧力の伝播は十分早いので、ほぼ断熱変化とみなすことができ、等エントロピーの仮定はよい近似である。

圧縮性単相流れを支配する方程式は、質量、運動量及びエネルギーの各保存則を表す3つの方程式から成るが、方程式系を閉じるために、さらに状態変数間の関係を表す状態方程式が必要である。等エントロピー仮定に従えばエネルギー保存則を省略することができ、残りの質量と運動量の保存則は、以下のように表される。

(質量保存則)

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial z} \rho u = 0 \quad (1)$$

(運動量保存則)

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u + \frac{\partial}{\partial z} \rho u^2 + \frac{\partial}{\partial z} P = 0 \quad (2)$$

ここで、 t は時間(s)、 z は距離(m)、 ρ は密度(kg/m³)、 u は速度(m/s)、 P は圧力(Pa)である。この2式をまとめてベクトル表示する。

$$\frac{\partial}{\partial t} V + \frac{\partial}{\partial z} E = 0 \quad (3)$$

ただし、ここで V と E は次のように定義する。

$$V = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \end{pmatrix}$$

質量保存則は密度と流速を従属変数とし、運動量保存則では密度と流速の他に圧力のみが従属変数

である。

等エントロピー条件のもとに、以下の関係が成立する。

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s = c^{-2} \quad (4)$$

ここで、 c は音速である。この関係を利用すると、式(1)と(2)より密度を消去し、式(3)を速度と圧力を未知数として線形化すると次の式で表すことができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} U + A \frac{\partial}{\partial z} U = 0 \quad (5)$$

この方程式は非保存形式であるが、これを離散化するには、マトリクス A を有限体積境界面付近において局所的に一定と仮定して凍結し、 A の中に入れた以下の保存形式で近似することにする。

$$\frac{\partial}{\partial t} U + \frac{\partial}{\partial z} AU = 0 \quad (5')$$

ここで、 U は速度と圧力を要素とする解ベクトル、左辺第一項は速度と圧力の時間変化、第二項の A は 2×2 マトリックスである。 A の具体的な表現は、後述の式(8)に示す。式(5')は波の伝播を表す方程式であり、マトリックス A の2つの固有値が波の伝播速度を表す。また、固有ベクトルと解ベクトルの積が伝播する物理量を表す。

本報の数値解析手法では離散化に有限体積法を使用するので、隣りあう2つの有限体積間の境界面における流束を求める必要がある。このため、有限体積間の境界面における状態変数の値を求めるアルゴリズムが必要であり、これを以下に解説する。

有限体積間の境界面における状態変数は、波の伝播方向に沿って適切に定める必要がある。すなわち、波の後方の状態量に基づいて流束を定めることが必要である。これが、いわゆる風上法の基本的な考え方である。

風上法を適用するために、空間座標 z 上の波の伝播を+方向と-方向の伝播に分割する。

$$A = A^+ + A^- \quad (6)$$

右辺の変数は次のように定義される。

$$A^+ = \frac{1}{2}(A + |A|), \quad A^- = \frac{1}{2}(A - |A|)$$

ただし、上式は形式的な表現であり、具体的な数値計算では固有値の符号によってプラス方向あるいはマイナス方向への固有ベクトルの伝播を判断して計算する必要がある。

式(6)を用いて、風上法により、式(5)の

$$A^- = \frac{1}{2}(A - |A|) \text{ を次のように展開する。}$$

$$(AU)_{i+1/2} \Rightarrow \frac{1}{2} A_{i+1/2} (U_i + U_{i+1}) + \frac{1}{2} (|A_{i+1/2}| U_i - |A_{i+1/2}| U_{i+1}) \quad (7)$$

ここで、 i と $i+1$ は隣りあう有限体積の番号であり、 $i+1/2$ は有限体積間の境界面を表す。 U_i , U_{i+1} は隣りあう有限体積における解の代表値である。

以上に、圧縮性流体の解析手法を構築する上で必要な基本的な諸概念を解説した。本報の解析手法は有限体積境界面の流束を特性曲線法により近似評価する手法を、二流体モデルによる気液二相流解析に拡張して適用するものである。

基礎式(1), (2)を次のように若干変形する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + u \frac{\partial}{\partial z} \rho + \rho \frac{\partial}{\partial z} u = 0 \quad (2')$$

$$\frac{\partial}{\partial t} u + u \frac{\partial}{\partial z} u + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} P = 0 \quad (2'')$$

式(4)から導かれる音速を用いると、次の行列を使った表記で表すことができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} P \\ u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u & \rho c^2 \\ 1/\rho & u \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} P \\ u \end{pmatrix} = 0 \quad (8)$$

ここで、伝播速度 λ を導入し、伝播する経路に沿った微分を d/dz とする。

$$\frac{d}{dz} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \quad (9)$$

(12)式と(2.1-13)式から を消去すると次式を得る。

$$\left\{ \mathbf{I} - \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} u & \rho c^2 \\ 1/\rho & u \end{pmatrix} \right\} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} P \\ u \end{pmatrix} + \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} u & \rho c^2 \\ 1/\rho & u \end{pmatrix} \frac{d}{dz} \begin{pmatrix} P \\ u \end{pmatrix} = 0$$

ここで \mathbf{I} は単位行列である。 $\{ \}$ 内の行列式の値がゼロとなる伝播速度 λ を求めると次式のようになる。

$$\lambda = \frac{dz}{dt} = u \pm c \quad (11)$$

このときの固有ベクトルを式(10)に掛けると時間微分が消去されるので、固有ベクトルと P と u から構成されるベクトルの積(P と u の一次式)が伝播速度に沿った経路に沿って微分 d/dz がゼロ、即ち各特性曲線に対しリーマン不変量²⁾が保存されることが分かる。

$$\frac{d}{dz} \left(u \pm \frac{1}{\rho c} P \right) = \frac{d}{dz} u \pm \frac{1}{\rho c} \frac{d}{dz} P = 0 \quad (12)$$

圧縮性が顕著な流動現象では、圧力変化に伴う密度変化により流速が変化する。圧縮性流体を解析するためには、式(12)に示されるリーマン不変量の保存を考慮する必要がある。音波のように圧力の変動が小さいとすると、音速 c と密度 ρ が局所的に一定値と近似できる。このとき、隣接する有限体積の境界値として用いる平均値は、両側の格子からの伝播する特性曲線の交点として、プラス方向への伝播とマイナス方向への伝播する状態量 (P と u) を次のように容易に計算することができる³⁾。

$$P_{i+1/2} = \frac{1}{2}(P_{i+1} + P_i) - \frac{\rho c}{2}(u_{i+1} - u_i) \quad (13)$$

$$u_{i+1/2} = \frac{1}{2}(u_{i+1} + u_i) - \frac{1}{2\rho c}(P_{i+1} - P_i) \quad (14)$$

これは、特性曲線法と呼ばれる方法に他ならない。有限体積法では、隣りあう2つの有限体積での状態量はそれぞれの有限体積内で一様であり、有限体積間の境界面でのみ不連続であると考えられる。有限体積間の境界面での状態量が、時間進行に伴い、

境界面を挟む2つの有限体積の状態量のどちらとも異なる一定の状態量に落ち着く過程を崩壊(Breakdown)と表現することがある。

3. 二流体モデルの基礎方程式と構成方程式

二流体モデルの基礎式は気体と液体の質量、運動量及びエネルギーの保存則である。次のように6個の連立方程式を構成するため、6方程式モデルとも呼ばれる。

(質量保存則)

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_k \rho_k + \nabla \cdot \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k = \Gamma_{k,k'} - \Gamma_{k',k} \quad (15)$$

ここで α は相の占める容積比、添字の k は気体(g)又は液体(l)の相を表す。 $\Gamma_{k,k'}$ は k' 相から k 相への単位体積当たりの相変化速度($\text{kg/m}^3\text{s}$)である。

(運動量保存則)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k + \nabla \cdot \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k - \alpha_k \nabla P = \\ (\nabla \cdot \varepsilon \alpha_k \rho_k \nabla) \mathbf{u}_k + (\Gamma_{k,k'} \mathbf{u}_{k'} - \Gamma_{k',k} \mathbf{u}_k) + \\ \mathbf{F}_{k,k'}^{(i)} + \mathbf{F}_k^{(w)} \end{aligned} \quad (16)$$

圧縮性の影響が顕著な流動現象は圧力勾配による力が重力より圧倒的に大きいので、重力項を無視した。ここで ε は運動量の渦拡散係数(m^2/s)である。相変化した質量は元の相の運動量を持って他の相

に移るものとした。 $\mathbf{F}_{k,k'}^{(i)}$ は相 k' が界面を通じて

相 k に及ぼす力(N/m^3)であり、次式のように抗力と付加質量力から構成される。

$$\mathbf{F}_{k,k'}^{(i)} = \mathbf{F}_{k,k'}^{(drag)} + \mathbf{F}_{k,k'}^{(vm)} \quad (17)$$

$\mathbf{F}_k^{(w)}$ は壁摩擦力(N/m^3)であり、壁面に接する計算セルにおいてのみ考慮する。

相間の熱的、力学的な相互作用の機構は二相流の微視的な構造に支配されるが、それらは平均化した物理量を対象とする二流体モデルでは取り扱うことができない。このため、二流体モデルは主に相間の相互作用に関する多くの構成方程式を必要とする。

相間摩擦の評価式に Andersen モデル⁴⁾を採用する。同モデルはドリフトフラックス関係式をベースにしているが、多次元解析であるので分布パラメータ(一般に C_0 と表記)の効果は自動的に考慮されると考えて無視する。

$$\mathbf{F}_{gj} = \alpha(1-\alpha) \frac{g(\rho_l - \rho_g)}{\bar{V}_{gj}^2} |\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l| (\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l) \quad (18)$$

ここで \bar{V}_{gj} はドリフト速度(m/s)である。ドリフト

速度の評価には Ishii の式⁵⁾を用いる。

ドリフト速度は流動様式に依存するが、本報が対象とする圧縮性の影響の顕著な過渡流動には、通常の流動様式マップは適用できない。RELAP5⁶⁾の高質量速度範囲の流動様式マップを参考に、ボイド率が0.35以下では気泡流、ボイド率が0.65以上では噴霧流、ボイド率0.35~0.65の間はその内挿とした。高ボイド率領域では環状噴霧流とせず噴霧流のドリフト速度を用いる。

気泡流と噴霧流のドリフト速度関係式は、Ishiiにより次の式で与えられている。

(気泡流)

$$V_{gj} = (1-\alpha)^{1.5} \sqrt{2} \left\{ \frac{\sigma g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right\}^{1/4} \quad (19)$$

(噴霧流)

$$V_{gj} = (1-\alpha) \sqrt{2} \left\{ \frac{\sigma g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_g^2} \right\}^{1/4} \quad (20)$$

ここで σ は表面張力(N/m)である。

付加質量力は気液の加速度差に比例する力であり、次の形で与えられる。

$$\mathbf{F}_k^{(vm)} = -\rho_{vm} \left(\frac{d}{dt} \mathbf{u}_k - \frac{d}{dt} \mathbf{u}_{k'} \right) \quad (21)$$

ここで ρ_{vm} は付加質量(kg/m^3)であるが、球形の小気泡が固体球のアナロジーでと評価できる場合を除いて、信頼性の高い評価式はない。ここでは、単相($\alpha=0,1$)で付加質量効果が消滅する下記の式を適用した。

$$\rho_{vm} = \frac{1}{2} \alpha (1 - \alpha) \rho_l \quad (22)$$

ボイド率が小さい時、式(22)を α で除して得られる気泡の体積当たりの付加質量は上記の小気泡の付加質量と一致する。

壁摩擦は単相乱流の壁面壁摩擦力評価を参考に、単位壁面積当たりの剪断応力(N/m²)を次式のように評価した。

$$\tau_k = \gamma \alpha_k \rho_k |u_k| u_k \quad (23)$$

ここで速度 u_k は壁に平行な速度を用いる。壁面に接する計算セルにのみ作用し、単位体積当たりの壁摩擦力は下記のようになる。

$$F_k^{(w)} = \gamma \alpha_k \rho_k |u_k| u_k \times \frac{S_w}{V_{cv}} \quad (24)$$

当該計算セルは V_{cv} の体積(m³)を持ち、壁と S_w の面積(m²)で接しているものとする。力の方向は壁と平行である。係数 γ は単相乱流の場合のやや粗い壁に対応する数値である0.003とした。各相は計算セル内のそれぞれの体積比と同じ比率で壁面と接触していると仮定しているが、実際には液は体積比以上に壁と接触する確率が高いと考えられる。

4. 圧縮性二流体モデルの解析技術

上記した圧縮性単相流の解析技術の説明では、未知数は圧力と速度であり伝播速度は2通りであった。二流体モデルにそのまま適用すると、圧力と気体速度と液体速度とボイド率の4通りの伝播速度を考慮する必要があり、プログラム化が困難なほど計算手順は煩雑になると予想される。二相流ではさらに根本的な問題がある。最も極端な例であるが、液体単相の有限体積と気体単相の有限体積が隣接する場合を考える。気体と液体は音速も密度も大きく異なり、有限体積境界において発生する気液が混合した二相流の圧力応答は気液の単相流とも大きく異なる。このため、有限体積間の平均化あるいは崩壊の計算に工夫を凝らす必要

がある。

ここでは有限体積法における状態量が有限体積内で一様とする考え方を徹底し、隣接する有限体積間で平均化することなく、状態量がそれぞれの有限体積の境界面で崩壊すると仮定する。しかも、計算を簡単にしかつ単相流で実績のある手法をできるだけそのまま用いることができるよう工夫する。

このような方針の基に、式(7)に相当する式を、湊⁷⁾の手法を参考に次のように近似する。

$$\frac{1}{2} (|A_{i+1/2}| U_{i+1} - |A_{i+1/2}| U_i) \approx \frac{1}{2} \{ A(U_{i+1}) (U_{i+1} - U_{i+1/2}^{(i+1)}) + |A(U_i)| (U_i^{(i)} - U_i) \} \quad (25)$$

ここで $U_{i+1/2}^{(i+1)}$ と $U_{i+1/2}^{(i)}$ は、それぞれ両側の有限体積において崩壊した値である。本来、この二つは同一でなければならないが、隣接有限体積間の圧力応答の相違が大きい時は全てを一致させることは困難である。そこで、条件を緩和して次の二つの物理量を一致させる条件を採用した。

$$P_{i+1/2}^{(i+1)} = P_{i+1/2}^{(i)} \quad (26)$$

$$j_{i+1/2}^{(i+1)} = j_{i+1/2}^{(i)} \quad (27)$$

ここで j は二相流の代表速度であり、後述(式(33)の説明参照)するように体積速度(m/s)を用いるのが適切である。

$$j = \alpha u_g + (1 - \alpha) u_l \quad (28)$$

気液それぞれの速度及びボイド率は、境界両側の有限体積で崩壊した値が一致しなければならない条件とはしていない。

単相流からのアナロジーで、有限体積(i+1)側からの崩壊の結果は下記のように表される。

$$P_{i+1/2}^{(i+1)} = P_{i+1}^{(i+1)} - \rho^{(i+1)} c^{(i+1)} (j_{i+1}^{(i+1)} - j_{i+1/2}^{(i+1)}) \quad (29)$$

$$j_{i+1/2}^{(i+1)} = j_{i+1}^{(i+1)} - \frac{1}{\rho^{(i+1)} c^{(i+1)}} (P_{i+1}^{(i+1)} - P_{i+1/2}^{(i+1)}) \quad (30)$$

同様に有限体積(i)側からの崩壊は下記のようになる。

$$P_{i+1/2}^{(i)} = P_i^{(i)} - \rho^{(i)} c^{(i)} (j_{i+1}^{(i)} - j_{i+1/2}^{(i)}) \quad (31)$$

$$j_{i+1/2}^{(i)} = j_i^{(i)} - \frac{1}{\rho^{(i)} c^{(i)}} (P_i^{(i)} - P_{i+1/2}^{(i)}) \quad (32)$$

ここで式(13), (14)を参照し、二相流を密度 ρ , 音速 c , 速度 j の单相流と近似して扱えると仮定した。係数の 1/2 の差はここでは有限体積幅の半分(中心から境界まで)の速度差と圧力差でとしたことによる。上流側から計算したフラックスと下流側から計算したフラックスは異なるが、有限体積間の輸送は上流側から計算したフラックスを用いる。多くの仮定を用いているが、現在のところ二流体モデルにおいてリーマン不変量の保存を扱った少ない実績例の一つである。

ここでは、リーマン不変量の保存を考慮した有限体積間の状態量の計算において二相流を密度 ρ , 音速 c , 速度 j の单相流と近似して扱えると仮定した。すなわち、式(13)と式(14)における音速 c と流速 u を以下のように置き換えた。

式(13)の右辺第2項は隣接する有限体積間の流体衝突による衝撃圧と理解することができる。二相流同士の衝突は、移動する二相体積に相違があるときに生じるとみなすことができる。このことから、 u を二相流の体積速度と置き換えるのは妥当である。

$$u \Rightarrow j = \alpha u_g + (1 - \alpha) u_l \quad (33)$$

二相流の音速として次の均質二相流の理論値を用いる。

$$c \Rightarrow c_{2\phi} = \frac{xv_g + (1-x)v_l}{\sqrt{x \frac{v_g^2}{c_g^2} + (1-x) \frac{v_l^2}{c_l^2}}} \quad (34)$$

ここで x はクオリティ, v は比容積 (m^3/kg) である。二相流の密度は下記のように定義する。

$$\rho_{2\phi} = \frac{\alpha S^* \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l}{\alpha S^* + (1 - \alpha)} \quad (35)$$

加速度の大きい二相流が対象であることを考慮し、気液の速度スリップ比として加速度比 S^* を用いた。

$$S^* = \frac{\rho_g + \alpha(1 - \alpha)\rho_{vm}}{\rho_l + \alpha(1 - \alpha)\rho_{vm}} \quad (36)$$

ここで ρ_{vm} は付加質量 (kg/m^3) である。付加質量がゼロのとき加速度比は密度比と一致し、付加質量が大きいほど加速度比は 1 に近づくことが分かる。

式(31), (32)の右辺第2項は崩壊による圧力と二相体積速度の変化分であり、それらをとると下記のように表される。

$$\delta P = \rho_{2\phi} a_{2\phi} (j_i - j_{i+1/2}) \quad (37)$$

$$\delta j = \frac{1}{\rho_{2\phi} a_{2\phi}} (P_i - P_{i+1/2}) \quad (38)$$

二相体積速度の変化は、有限体積境界の輸送に影響する。気液の輸送速度の変化分は二相体積速度の変化分と加速度比を用いて下記のようになる。

$$\delta u_g = \frac{S^*}{1 + (S^* - 1)} \delta j \quad (39)$$

$$\delta u_l = \frac{1}{1 + (S^* - 1)} \delta j \quad (40)$$

流速が音速以下であれば、式(11)から分かるように二つの特性曲線の伝播方向はプラスとマイナスになり、逆方向である。このとき、隣接する有限体積から伝播する特性曲線の交点として有限体積境界の質量及び運動量のフラックスを求めることができる。超音速領域では全ての特性曲線は上流側から下流側への伝播を表し、有限体積境界のフラックスは上流側の情報にのみ規定される。従って、有限体積境界の全ての物理量(圧力, 密度, 速度)は上流側の有限体積と同じとしなければならない⁸⁾。

上流側有限体積が超音速であるとき常に上流側のフラックスを用いると、障害物直前まで超音速流の計算になる可能性がある。実際には障害物周辺は亜音速領域であり、超音速流領域との間に衝撃波が発生する。衝撃波は圧力と流速が不連続であり、質量・運動量・エネルギー保存から崩壊の関係を満たしていると考えられる。上流側の有限体積で超音速流であっても、下流側の有限体積が亜音速流である場合は、下流側から伝播する特性曲

線も考慮する必要がある。この場合は両側の有限体積から崩壊した値を用いて有限体積間のフラックスを計算する。

5. ベンチマーク解析

(1) Sod の衝撃波管

Sod の衝撃波管問題⁹⁾は衝撃波の解析機能を検証する一次元圧縮性ガス流の標準問題である。初期に圧力と密度の違う異なる種類のガスが隔膜を挟んで静止しており、瞬時に隔膜を除いた後の過渡挙動を解析する。低圧側に圧力波が、高圧側に膨張波が伝播し、異なる種類のガスの接する境界面(接触不連続面)も移動する。

初期状態の密度 ρ と圧力 P は次の通りである。

$$\text{左領域: } \rho = 1, \quad P = 1 \quad (z < 0),$$

$$\text{右領域: } \rho = 0.125, \quad P = 0.1 \quad (z > 0).$$

ここで距離 z は初期の隔膜位置をゼロとする。全ての変数は無次元であり、断熱変化するガスの比熱比をとともに 1.4 とする。

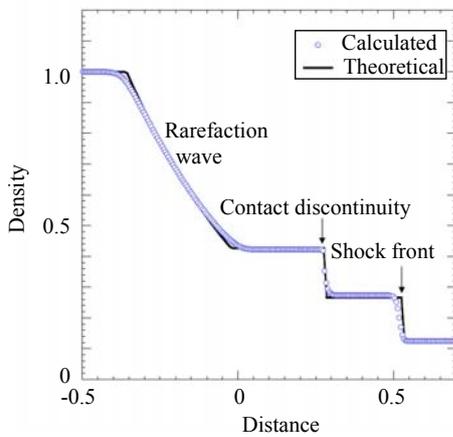


Fig. 1 Density distribution of Sod's shock tube problem (Time: 0.3017)

本解析では二流体モデルを適用するため、それぞれのガスを異なる二つの相としてとりあつかう。ガスの種類の体積比は二流体モデルのボイド率に相当する。タイムステップは 0.001, 有限体積幅は一様な 0.00625 とした。Fig.1 に時間 0.3017 における密度分布の解析結果と厳密な理論解との比較を示す。膨張波と接触不連続の面の伝播は精度よく

計算されているが、圧力波の伝播が若干遅れる傾向がある。全体として二流体モデルの数値解析結果はよく理論解を再現している。

(2) 二相流ハンマー

上記の衝撃波管問題は異なる流体が分離した圧力波現象であるが、ここでは気液二相混合流体における圧力波の伝播を二相流の水力学的ハンマーの二流体モデル解析により検証する。初期状態で長さ 20m の配管内に一様なボイド率の水-空気二相流が満たされ、配管の閉止端に向かう一定の速度を持っている。気液二相流は閉止端に衝突して圧力が上昇し、高圧領域が管内を伝播する過程を解析する。有限体積幅を 0.05m、タイムステップを 2.5ms とし、圧力波が入口に到達するまで計算を行った。

気液二相流の圧力波伝播速度(m/s)の c_{2f} は理論的に式(34)により求めることができる。また圧力上昇幅 Δp は水撃と同様に音速と密度と速度変化を用いて次式から求めることができる。

$$\Delta P = c_{2f} \rho_m u_0$$

ここで ρ_m はボイド率により気液密度を加重平均した二相流密度(kg/m³), u_0 は衝突速度(m/s)である。二流体モデルによる数値解析結果の誤差は圧力波の伝播速度で約 2%、圧力上昇で約 4%であった。理論解は微細な圧力変化を前提に線形化した理論

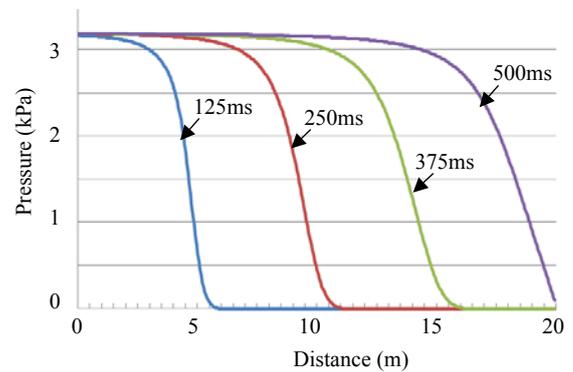


Fig. 2 Calculated pressure distribution of two-phase hammer (Initial void fraction: 10%)

に基づくもので、有限のボイド率の変化による非線形効果による相違も誤差に含まれている可能性がある。本解析結果は二流体モデルによる圧縮性

気液二相流解析が圧力波挙動の妥当な解析結果を与えることを示した。

6. 超音速二相ジェットの影響による荷重の実験解析

日本原子力研究所(現在は原子力研究開発機構、以下 JAERI)は軽水型原子炉条件におけるジェット荷重の実験を実施した¹⁰⁾。実験装置は压力容器、加圧器、放出管とジェット衝突板から構成される。压力容器容積は 4m^3 である。放出管は約 13m の長さがあり、3つのエルボがある。配管内径は 0.097m と 0.170m の二種類であり先端の破断口位置にラプチャディスクが装着されている。鋼鉄の衝突板は直径 2m である。破断口から衝突板までの距離は配管内径の 1,2,5,18 倍の条件を用いた。配管のスラストと衝突板上の圧力及び温度分布を測定した。

放出管の入口から破断口を経て衝突版に至るまでの範囲を解析領域とする実験解析を実施した¹¹⁾。配管を直管と近似して円筒座標二次元解析を行い、ジェット領域の解析には径方向は衝突板の外周まで含めた。放出管内の軸有限体積幅は入口の 1m から破断口の 0.05m まで連続的に変化させ、ジェット領域は 0.038m の一様な有限体積幅とした。径方向の有限体積幅は一様な 0.03m である。全有限体積数は約 2000、タイムステップは 1ms である。解析コードでは第 2 章では省略したエネルギー保存則が考慮されており、減圧沸騰をともなう二相流を解析することができる。

初期状態では配管内は高温高压水で満たされており、ジェットが形成される下流領域は大気圧の飽和蒸気とし、衝突板と接する面は壁境界、周囲は大気圧の圧力境界とした。ラプチャディスクは瞬時に開放するものとし、配管内外の圧力差によって高温高压水が駆動され過渡現象が進展する経

過を解析した。実験の計測時間と同じ 0.5s の過渡現象を解析した。加圧水型原子炉(PWR)条件では配管の入口条件(圧力と温度)に測定結果を用いたが、測定値のない沸騰水型原子炉(BWR)条件ケースでは別に実施された原子炉熱流動解析コード RELAP5¹⁰⁾による実験解析結果を用いた。本報で取り上げる解析ケースの初期条件は BWR 条件では压力容器内高温高压水の初期圧力と温度が 6.84MPa と 285°C 、PWR 条件では 15.58MPa と 325°C である。

Fig.3 に代表的な BWR 条件における衝突板上の過渡計算の最大荷重時の圧力分布解析結果と JAERI による次の実験式との比較を示す。

$$\frac{P_{\max}(r, H) - P_{\infty}}{P_0 - P_{\infty}} = 0.46 \left(\frac{H}{D} \right)^{-2} \exp \left\{ -2 \left(\frac{r}{H} \right)^2 \right\}$$

(for $H/D < 5$)

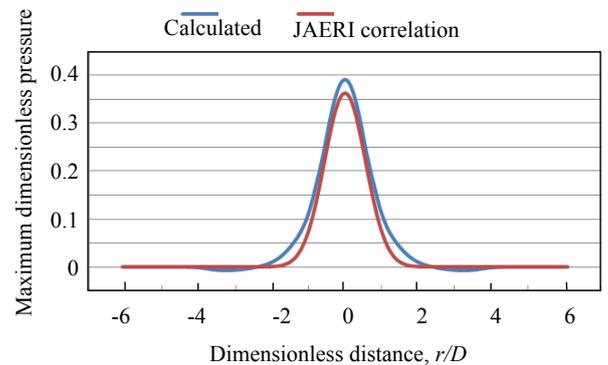


Fig. 3 Pressure distribution on the target plate (BWR condition)

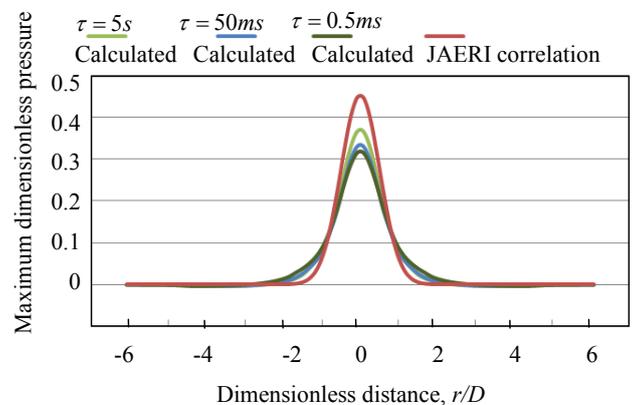


Fig. 4 Pressure distribution on the target plate (PWR condition)

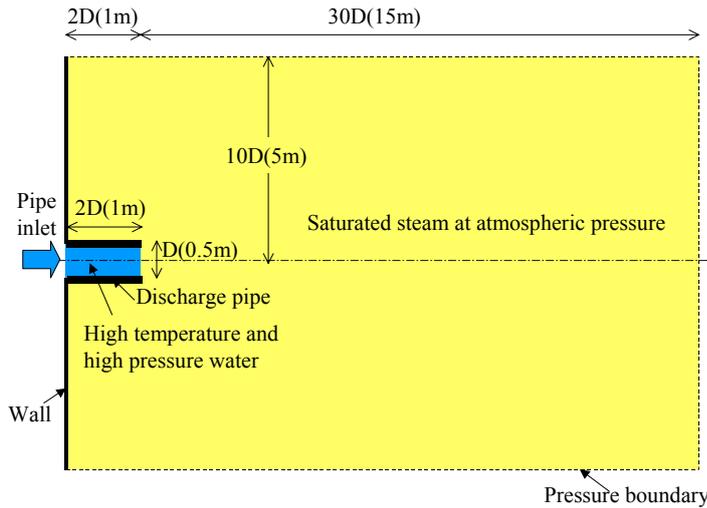


Fig. 5 Free jet calculation area in actual reactor thermal conditions

ここで P_{max} は最大荷重時の衝突板上の圧力(Pa)、 γ は衝突板上のジェット中心軸との交点からの距離(m)、 H は破断口から衝突板までの距離(m)、 P_a は大気圧(Pa)、 P_0 は圧力容器の初期圧力(Pa)、 D は放出管内径(m)である。解析結果は全般に JAERI の実験式より高い圧力を与え、衝突板上で積分した全荷重は 34% の過大評価である。

Fig.4 に代表的な PWR 条件における衝突板上の過渡計算の最大荷重時の圧力分布解析結果と JAERI による次の実験式との比較を示す。解析結果は JAERI の実験式と比較して中心部で過小評価、やや外側で過大評価となる。蒸発に関する時定数 τ の影響は比較的小さい。

7. 超音速自由ジェットの解析

原子炉の実機条件に近い比較的大きい配管が圧

力容器近くで破断したときの自由ジェットの解析を実施した。配管径を 0.5m とし、圧力容器から破断口までの配管長さは 1m である。圧力容器内は BWR 条件では 7.5MPa の飽和水、PWR 条件では 15.5MPa で 20°C のサブクール度を持つ高温高压水である。解析領域は Fig.5 のように自由ジェットの構造を解析できるように軸方向に配管径の 30 倍、径方向に 10 倍の距離の領域を解析範囲とする。有限体積分割は一様であり、軸方向に 0.1m、径方向は中心軸から配管径まで 0.083m、

配管径から外周まで 0.101m である。全有限体積分割数は約 8,000 である。

初期状態は配管出口にラプチャディスクがあり、配管内は高温高压水、配管外は大気圧の飽和蒸気で満たされて静止しているものとする。瞬時のラプチャディスク破断を想定し、5 秒間の過渡解析を実施する。圧力波と膨張波を持つ自由ジェット構造が破断口下流に発達し、5 秒後には自由ジェットは十分に定常状態に到達している。高压配管が破断するときしばしばブラストが発生して超音速で周囲に伝播することが知られているが、本解析結果では明確には見られなかった。これは高压水の密度が大きいため、高压ガスの場合と比べて加速が小さく、噴出流体による圧力波の形成が抑制されたためと考えられる。

Fig.6 と 7 に BWR 条件の、Fig.8 と 9 に PWR 条

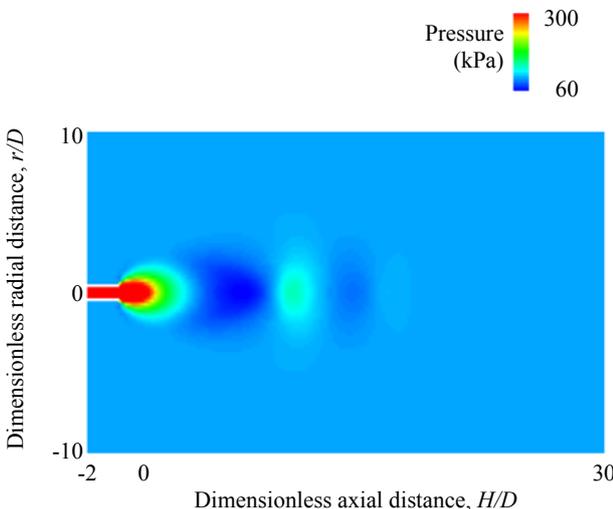


Fig. 6 Calculated pressure contour in free jet (BWR condition)

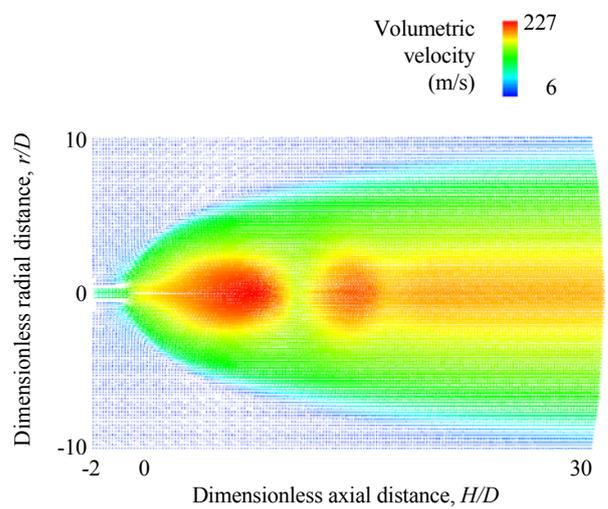


Fig. 7 Calculated volumetric velocity in free jet (BWR condition)

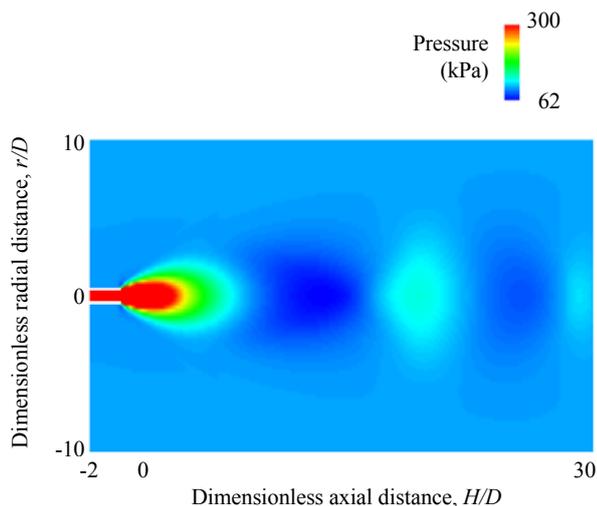


Fig. 8 Calculated pressure contour in free jet (PWR condition)

件の定常自由二相ジェットの圧力と体積速度の分布の解析結果を示す。ジェット流は破断口出口で急速に拡大し、そのあと緩やかに拡大しながら前方にジェット領域を形成する。解析結果では PWR 条件の方が BWR 条件よりやや広いジェット領域を予測した。この流動状況は JAERI の実験観察および原子力安全評価に用いられる半経験式である ANSI/ANS モデル¹²⁾とよく対応している。最大マッハ数の解析結果は BWR 条件では 2.2、PWR 条件では 3.5 であった。

8. まとめ

圧縮性二流体モデルの解析手法を検討・整備し、単相流および二相流のベンチマーク問題の数値解析結果と理論解を比較した。この結果、本解析技術は圧力波、膨張波を含む圧縮性流体现象の解析に十分な機能を有していることが分かった。

本解析技術を用いて JAERI の超音速二相ジェット実験を解析し、構造物への衝突荷重を評価した。さらに実機条件での自由ジェット解析を実施し、BWR 条件における飽和蒸気の放出から PWR 条件におけるサブクール度が大きい冷却水の放出まで幅広い熱流動条件での解析が可能であることを示した。

原子力安全基盤機構の赤松幹夫氏、森井正氏とエネルギー総合工学研究所の岡田英俊氏には有益な議論とご指導に感謝いたします。

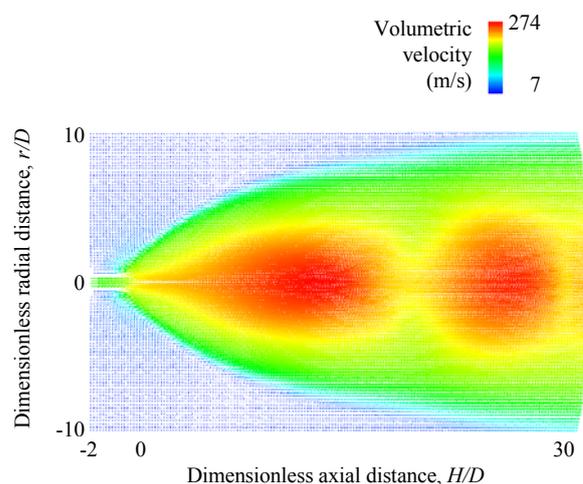


Fig. 9 Calculated volumetric velocity in free jet (PWR condition)

参考文献

- 1) 原子力安全基盤機構、PWR サンプスクリーン閉塞問題に係る流況解析、JNES/NTCG09-017 (2010)
- 2) L. D. Landau and E. M. Lifshitz (竹内均訳)、流体力学(2)、東京図書 (1971)
- 3) M. Holt, Numerical Methods in Fluid Dynamics (2nd Ed.), Springer-Verlag (1984)
- 4) J. G. M. Andersen, Interface Shear Model of Two-Fluid Model, Transactions of American Nuclear Society, 41, pp.669-671 (1982)
- 5) M. Ishii: One-dimensional Drift Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion between Phases in Various Two-phase Flow Regimes, ANL-77-47 (1977)
- 6) NUREG/CR-4312(EGG-2396), RELAP5/MOD2 Code Manual VOLUME 1 (1985)
- 7) 湊明彦、圧縮性二流体モデルによる気液二相流の数値解析、機械学会論文集(B編)、68-673, pp.2489-2495 (2004)
- 8) 数値流体力学会編集委員会編、数値流体力学シリーズ2 圧縮性流体解析、東京大学出版会 (1995)
- 9) G. A. Sod, A Survey of Several Finite Difference Methods for Systems of Nonlinear Hyperbolic

Conservation Laws, J. Comput. Phys. 27: 1–31
(1978)

- 10) T. Isozaki, S., Miyazono, Experimental Study of
Jet Discharge Test Results under BWR/PWR Loss
of Coolant Accident Conditions, Nucl. Eng. Design,
96, pp.1-9 (1988)
- 11) H. Utsuno, M. Akamatsu, T. Morii, H. Okada, A.
Minato, Application of Compressible Two-Fluid
Model Code to Supersonic Two-Phase Jet Flow
Analysis, The 13th International Topical Meeting on
Nuclear Reactor Thermal Hydraulics
(NURETH-13), Paper # N13P1368, Kanazawa City,
Ishikawa Prefecture, Japan (2009)
- 12) Appendix I ANSI/ANS Jet model,
ANSI/ANS-58.2-1980 American National Standard:
Design Basis for Protection of Light Water Power
Plants against the Effects of Postulated Pipe
Rupture (1980)

