

流体解析用の直交格子ソルバーFOCUS 開発の取り組み

中森 一郎

アドバンスソフト株式会社 技術第3部

The Current Development of the Cartesian Grid Solver for Flow Analysis

Ichiro Nakamori

3rd Technical Division in AdvanceSoft Corporation

1. はじめに

複雑な形状をその計算領域内に含む流れの解析において、計算格子をモデル形状に沿って作成することは多大な時間と作業者の能力が求められることがある。特に、機械の内部流の解析において、配置される部品が細かくで多数設置されている状態を緻密に非構造格子で再現することは、ときとして不可能に近いレベルになる。解析モデルの作成から流れの解析を経て解析データの処理に至る一連の作業のうち、計算格子の作成に充てられる割合は無視できない、もしくは相当数の工数が費やされるのが現状となっている。このような状況に対して、直交格子ソルバーと **Immersed Boundary** 法（境界埋め込み法）を適用し、上記した計算格子の生成に関わる困難をスキップする手法について取り組んでいる。境界埋め込み法の利点はそればかりではなく、そこで扱われる物体形状は流体格子系において解像できるレベルにて取り込まれるものの、物体の配置の変化、寸法の若干の変更、または物体の移動速度への追従といったパターンに対して、計算格子を作成し直すことなく、流体ソルバーを速やかに起動できる利点がある。

流体解析に対して直交ソルバーを用いる利点は、形状モデルの取り込みの扱いやすさばかりではなく、解析精度において高い品質を提供できる可能性も挙げられる。非構造格子系のソルバーで

の空間精度は、通常は、高々2次か3次精度に留まる。これに対し、直交格子系のソルバーでは空間精度を向上させるための補間が容易であり、コンパクトスキームなどと併用すれば5次精度程度を達成することはさほど困難ではない。また、歪んだ格子上で補間を実施せざるを得ない非構造格子系（一般曲線座標系での構造格子も同様であるが）とは違って、基本的に等間隔格子上で空間的な精度を向上させる補間作業が行なわれるため、直交格子ソルバーでは真の意味での空間精度を確保できるというメリットがある。言い換えれば、比較的少ない格子を用いることにより解析精度を保つことができるということでもある。

直交格子ソルバーの不利な点は、物体形状がさほど細かくは無い場所では何らかの方法で流体格子の解像度を緩めて格子数をローカルに調整する必要があることである。この問題に対しては、**Cell by cell** で流体解析用の格子密度を調整する方法と、構造格子的な手法を温存しつつ格子ブロック単位で格子密度を調節する方法の二通りに大別されよう。後者は **Blocked-Adaptive Mesh Refinement(Blocked AMR)**ともよばれる。そこでは、流体解析に必要な格子解像度を自動的に規定し、その数値情報にしたがって格子解像度をブロック単位で細分化（もしくは格子を粗くする）する手法について検討がなされている。後述するように、ブロック毎の格子数は細分化されても変化しないために大規模並列化が容易に達成できる可能性がある。こうした手法と境界埋め込み法を併

用することにより、複雑な形状を有する流れの解析を、その計算格子作成の段階からポスト処理に至るまで比較的短時間で達成することを目的とした、直交格子ソルバーの FOCUS 開発について紹介する。

2. 直交格子系ソルバーFOCUSの基礎となる手法

2.1. 支配方程式

基礎方程式として、Navier-Stokes 方程式を用いている。基礎変数は、RANS モードにおいてはアンサンブル平均であり、LES モードにおいては格子平均で表されていることになる。直交格子ソルバーでは格子の歪によるメトリック等の数値は必要ではないが、1 次元的な歪み（格子の幅寄せ）に対応することなどを念頭におき、敢えて基礎式は次式のように曲線座標系のものを示す。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial E_v}{\partial \xi} + \frac{\partial F_v}{\partial \eta} + \frac{\partial G_v}{\partial \zeta} \right) \quad (1)$$

座標変換後の変数ベクトル Q と流束ベクトルは下記の通りである。

$$Q = \frac{1}{J} (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)^t,$$

$$E = \frac{\xi_x \hat{E} + \xi_y \hat{F} + \xi_z \hat{G}}{J}, \quad E_v = \frac{\xi_x \hat{E}_v + \xi_y \hat{F}_v + \xi_z \hat{G}_v}{J},$$

$$F = \frac{\eta_x \hat{E} + \eta_y \hat{F} + \eta_z \hat{G}}{J}, \quad F_v = \frac{\eta_x \hat{E}_v + \eta_y \hat{F}_v + \eta_z \hat{G}_v}{J},$$

$$G = \frac{\zeta_x \hat{E} + \zeta_y \hat{F} + \zeta_z \hat{G}}{J}, \quad G_v = \frac{\zeta_x \hat{E}_v + \zeta_y \hat{F}_v + \zeta_z \hat{G}_v}{J}, \quad (2)$$

ここで

$$\hat{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{pmatrix}, \quad \hat{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{pmatrix}, \quad \hat{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w^2 + p \\ (e+p)w \end{pmatrix},$$

$$\hat{E}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + q_x \end{pmatrix},$$

$$\hat{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + q_y \end{pmatrix},$$

$$\hat{G}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} + q_z \end{pmatrix}. \quad (3)$$

である。上記の式において J は座標変換に伴うヤコビアンであり、その逆数は格子体積として認識してもよい。また、 ρ は密度であり、 u 、 v 、ならびに w は速度成分を表す。 e は単位体積当たりの全エネルギーを表し、 p は圧力を表す。粘性応力テンソル τ_{ij} は次式のように表される。

$$\tau_{ij} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (4)$$

ここで μ は分子粘性を表し、 μ_t は渦粘性を表している。熱流束 q_i は次式で評価することとする。

$$q_i = \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial c^2}{\partial x_i} \quad (5)$$

ここで、 Pr はプラントル数であり、空気では $Pr = 0.72$ としている。また、 Pr_t は乱流プラントル数であり、本計算では $Pr_t = 0.9$ とした。なお、比熱比 γ は $\gamma = 1.4$ としている。

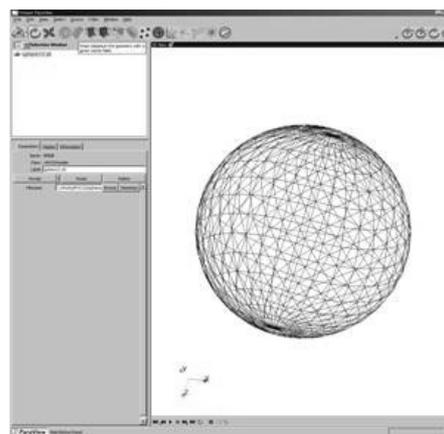
2.2. 物体形状の計算格子への取り込み

ここで述べる直交格子ソルバー FOCUS においては、解析領域内に物体壁面が埋め込まれ、その壁面上での速度は壁面を通過する成分をゼロとする。また、他の 2 方向の速度成分はすべり壁ならば保存させ、非すべり壁であればゼロにする。これらの事柄が達成されるように、物体壁面が流体格子を横切る際には、該当する流体格子に関与する数値流束を工夫する。圧力、密度、および全エネルギーといったスカラー値はそれぞれ壁面が埋め込まれた流体セル上へ外挿する。詳細については割愛するが、比較的単純な方法により任

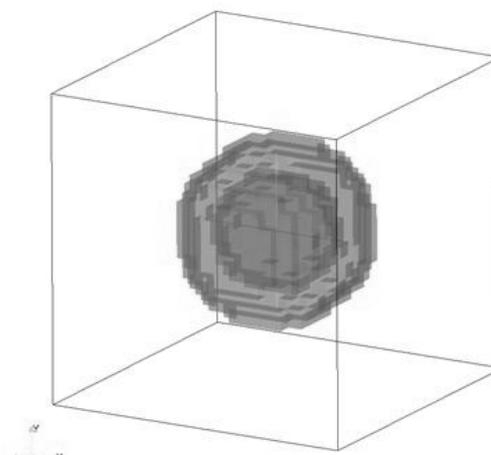
意の物体形状を流体計算格子系に認識させる手法となっている。図1には、物体形状を STL 形式で出力したのちに(図1(b))、これを流体格子内で認識させ(図1(c))、流体計算を開始(図1(d)) する手順を概略図として示している。

この例では、物体形状として球体を扱っており、流体計算が開始されると球体は重力で沈降し、その周囲に流れが誘起される様子が示されている。

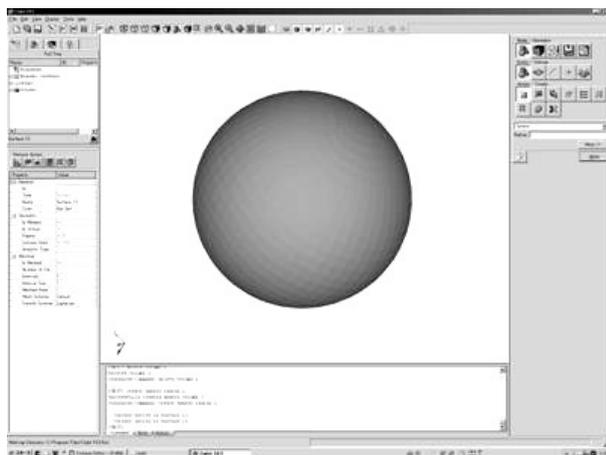
図2は、実際的な物体形状に対して、流体格子内にその形状を反映させた例を示している。形状データは仮想的なハードディスク内部の形状を扱っている。ここでは、物体壁面の法線と位置が呼び込まれ、計算格子へ反映される。その後、物体壁面が移動速度を有している場合は、後処理として壁面の移動速度を定義された面毎に定義する仕組みとなっている。直交格子系の流体ソルバーは、これらの数値情報を基に、直ちに計算を開始することができるというメリットがある。



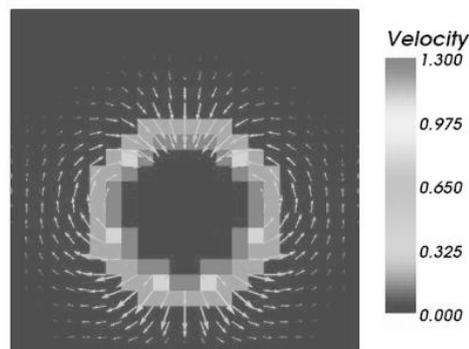
(b) STL 形式にて形状抽出



(c) 流体計算格子における表面形状の認識



(a) 表面形状の定義



(d) 流体計算の開始

図1 直交格子ソルバーへの物体形状の取り込みと流体解析の例（沈降する球の周囲の誘起された流れの解析例）

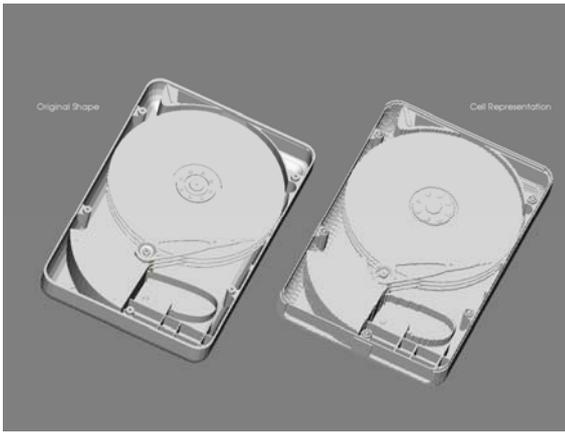
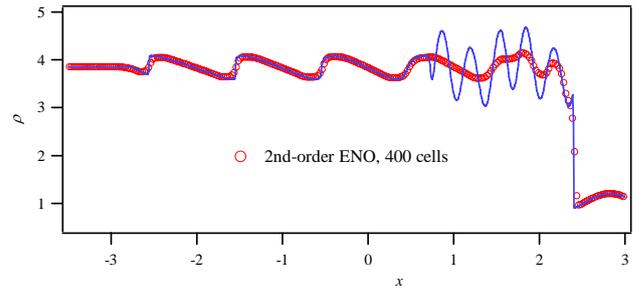


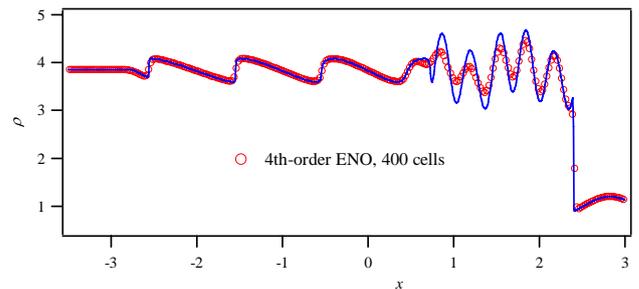
図2 ディスク内部装置の形状抽出例（左側が物体表面を表すSTLデータの可視化図、右側が流体格子へ反映された形状を可視化図）

2.3. 空間の高精度化

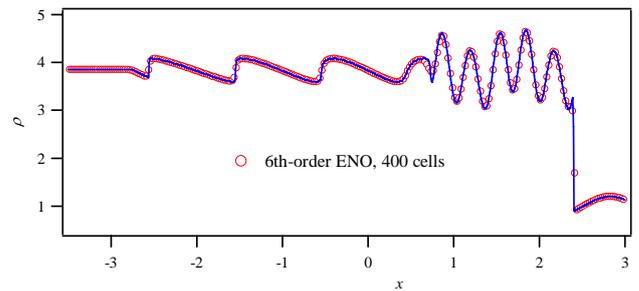
直交格子ソルバーでは、差分法において培われた高精度化のテクニックをそのまま転用できるというメリットがある。主として対流項の予測精度を向上挿せる際には、非構造格子系のソルバーと違って補間のための点の参照が容易であるため、5次精度までであれば演算時間を殆ど増大させることなく到達することができる。最近ではENOスキーム[1]とコンパクトスキームの考え方を組み合わせることにより種々の効率的な高精度化法が既に存在する。その1つがWCNS法[2]であり、図3はENO法とWCNS法による1次元解析例を示している。2次精度ENO法の結果は2次精度TVDとほぼ等価であり、この場合は密度の起伏に関する情報の殆どが消失しているのがみてとれる。非構造格子系ソルバーの場合、2次精度からさらに高精度へ移行させることは容易ではないため、実質上この程度の解像度しか得られない。一方、5次精度WCNSを用いた結果は、ENOスキームの6次精度や8次精度と比較してあまり遜色のない結果が得られていることがわかる。これらの高精度化のためのツールを対流項のスキームの基調とすることにより、精度の高い流体解析を実施することが直交格子ソルバーでは可能である。



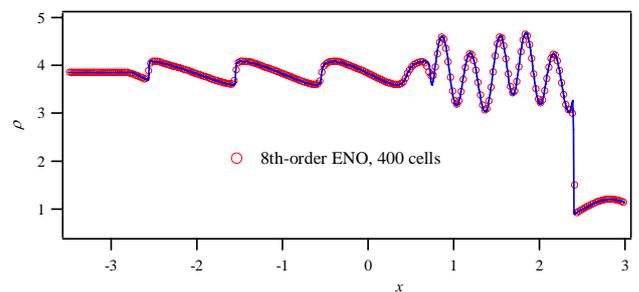
(a) 2次精度 ENO



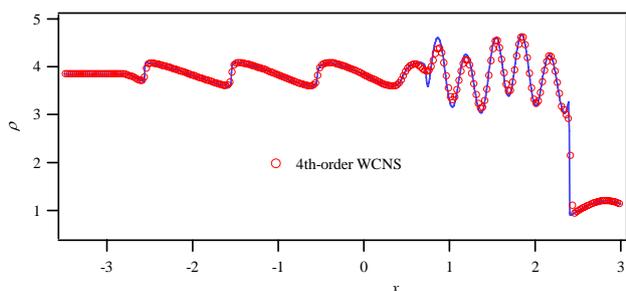
(b) 4次精度 ENO



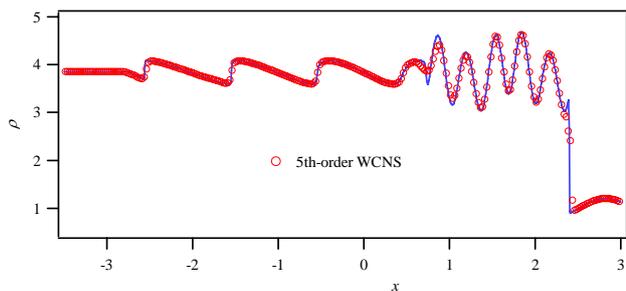
(c) 6次精度 ENO



(d) 8次精度 ENO



(e) 4次精度 WCNS



(f) 5次精度 WCNS

図3 Shu-Osher の衝撃波管問題の例

2.4. 局所的な格子解像度の向上 (Adaptive Mesh Refinement)

直交格子ソルバーを用いる場合は、等間隔の格子をそのまま適用して3次元形状周りの流れを解析すると甚だ計算の効率が悪いという欠点がある。このことを回避するために解適合格子 (Adaptive Mesh Refinement, 以後 AMR と略記する) を併用することが望ましいと考えられる。流れの変化の急峻な場所を検知し、該当する箇所の格子を細分化する手法が AMR である。図4は一般曲線座標系で AMR を適用した例である。可能であれば、細分化の動作は自動で行なわせることが理想的である。流れの分布の或る量に着目することにより、細分化作業を自動的に行なわせる取り組みも行なっている[3]。直交格子の内部をブロックで分割し、ブロック内部を8分木法により細分化すれば、ブロック毎の格子数は一定数が保たれる。図5はブロック内部の細分化イメージ図である。こうすることで、大規模な並列計算に向けた設計となっている。詳しくは文献[3]等を参照されたい。

れたい。

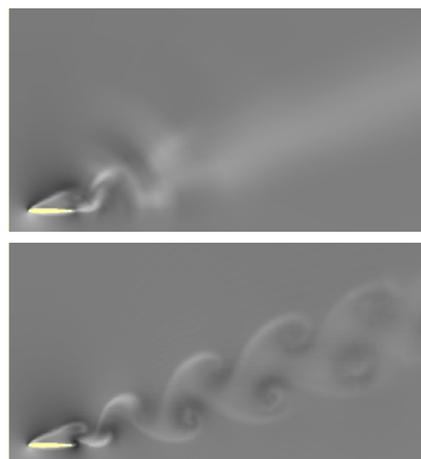


図4 NACA0012 翼型周りの渦列、上段が単一格子、下段が AMR 格子)

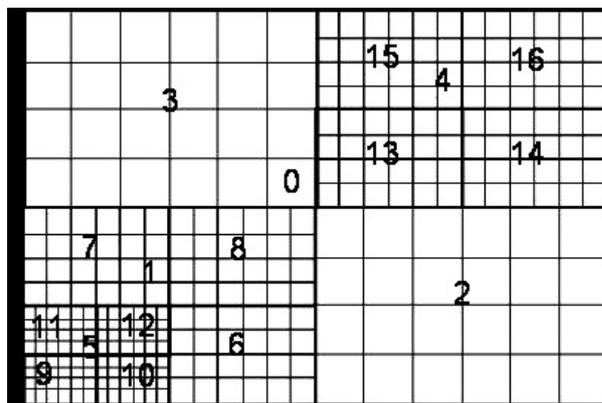


図5 Blocked-AMR のイメージ図

3. おわりに

直交格子ソルバーFOCUSの開発について、関連するトピックスを掲載した。FOCUSでは、物体形状の取り込み、直交格子ソルバーの改良、ならびに適合格子(AMR)のそれぞれについて改良と発展がなされており、これらの複合的な運用により、複雑な形状を有する流れの解析をさらに効率的で高速に実施できることが期待される。

参考文献

- (1) Harten A., "Uniformly High Order Accurate Essentially Non-Oscillatory Scheme III," *J. Computational Physics*, **71**, 1987, pp. 231-303.
- (2) Deng X. and Zhang H., "Developing High-order

Weighted Compact Nonlinear Schemes,” *J.*

Computational Physics, **165**, 2000, pp. 22-44.

- (3) 松尾裕一, 桑原匠史, 池知直子, 中森一郎,
“BAMR 法を用いた並列 LES コードの性能
評価,” 第 23 回数値流体力学シンポジウム,
D10-3, 2009.